

## Mémoire d'actuariat - promotion 2010

La modélisation des avantages au personnel :  
complexité et limites du modèle actuariel,  
le rôle majeur des comportements humains.

14 décembre 2010

Stéphane MARQUETTY  
Eric COLLET

## Introduction

- **Souligner** les enjeux de l'évaluation et de la comptabilisation d'avantages sociaux accordés aux salariés d'une entreprise.
- **Illustrer** ces derniers par un exemple appliqué à un dispositif de cessation progressive d'activité (CPA) d'une entreprise industrielle et commerciale, la SNCF.
- **Montrer** la richesse des informations financières et techniques disponibles en accès libre.
- **Construire** les évaluations financières à l'aide de deux modèles : analytique et stochastique.
- **Présenter** les résultats des évaluations, leur sensibilité par rapport aux hypothèses du modèle, ainsi que leur volatilité.
- **Approfondir** l'étude des limites du modèle actuariel par rapport aux aléas du comportement humain au travers d'une tentative de modélisation de celui-ci.

## Démarche

### Modèle analytique

- **Analyser les clauses** de l'accord.
- **Construire un modèle** dans le respect des normes IFRS / IAS 19 : calcul d'une valeur actuelle probable en projetant les données au terme.
- **Comptabiliser les engagements** : étalement sur la durée d'acquisition des droits, constitution de provisions d'ouverture et de clôture.

### Modèle stochastique

- **Rendre aléatoire** les paramètres constitutifs du modèle d'estimation financière.
- **Transformer le modèle** analytique en modèle stochastique par l'intermédiaire de variables aléatoires représentant les paramètres du modèle analytique.
- **Comparer les résultats** et apprécier le degré de confiance des résultats.

### Comportement humain

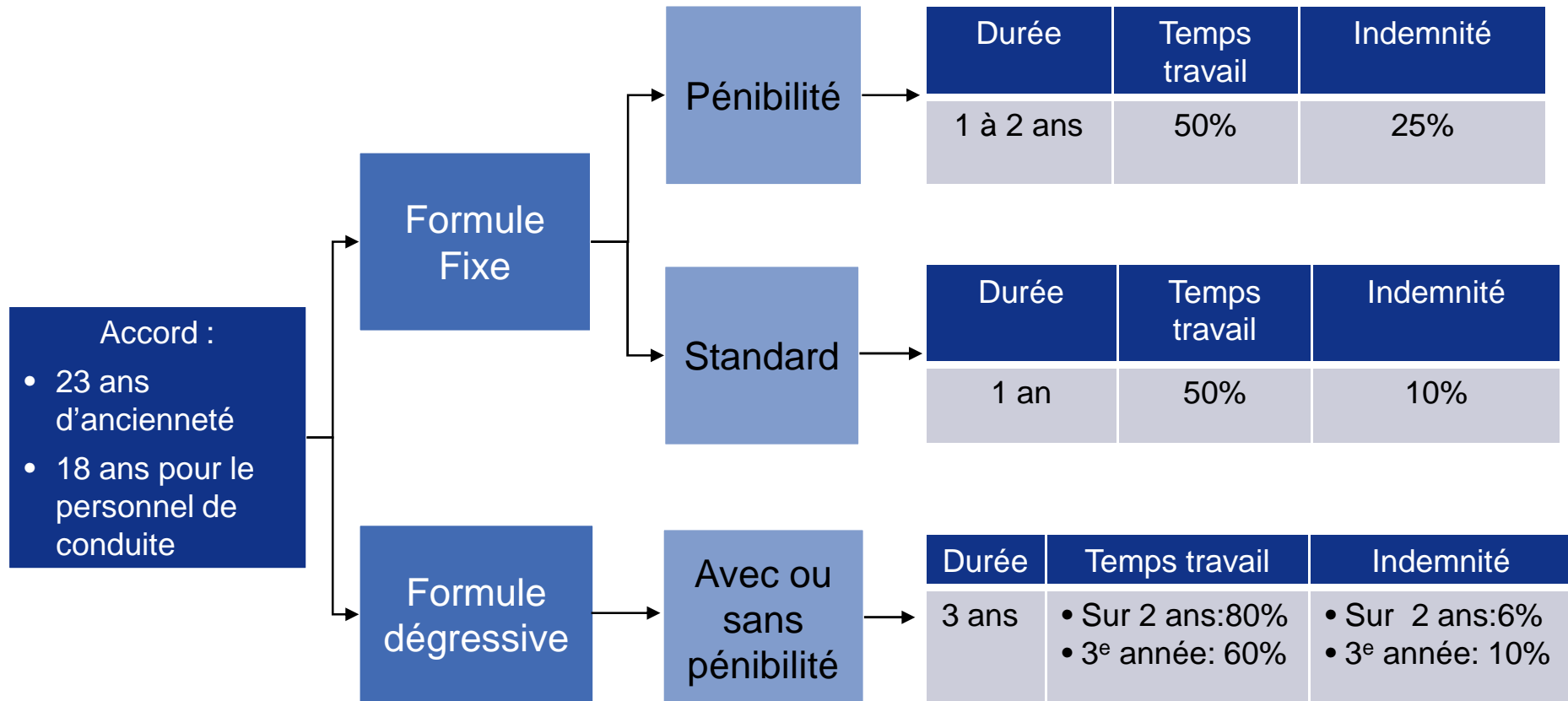
- **Conceptualiser et modéliser la décision** d'un salarié.
- **Etablir des correspondances** entre le comportement d'un individu par rapport :
  - à la détention d'un patrimoine financier 'sûr'.
  - au choix de bénéficier d'un dispositif de CPA.

# 1

## Modélisation analytique

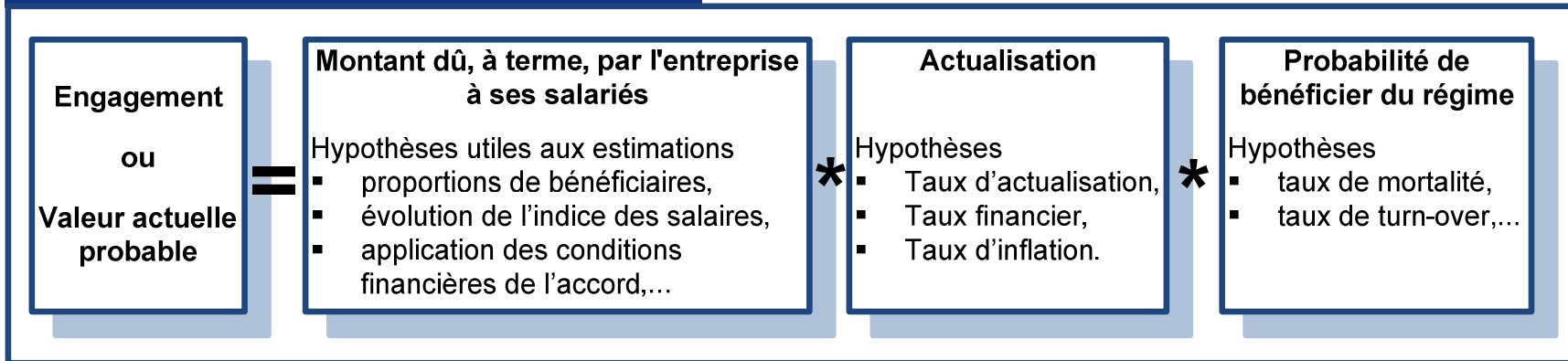
- Présentation de l'accord
- Modélisation théorique
- Construction du modèle
- Résultats

## Présentation simplifiée de l'accord collectif

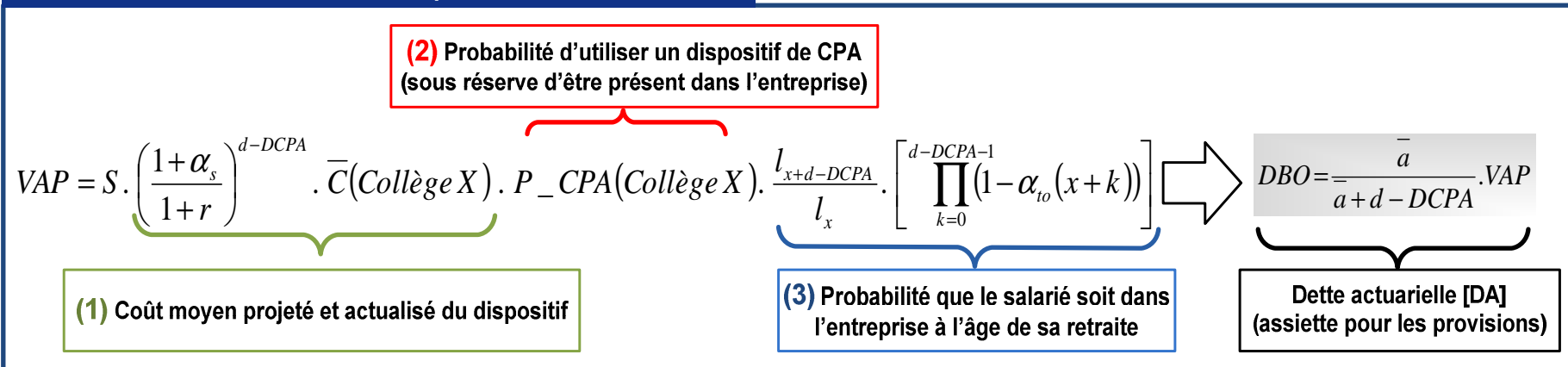


# Facteurs intervenant dans l'estimation actuarielle

## Principe de calcul des engagements



## Formalisation mathématique



âge courant / départ en retraite / ancienneté moyenne / durée de carrière restante;  
 nombre de survivants d'âge x / masse salariale annuelle / durée moyenne de CPA.

$$x, x_r, \bar{a}, d = x_r - x, l_x, S, DCPA$$

taux d'actualisation / augmentation annuel des salaires / turnover.

$$r, \alpha_s, \alpha_{to}$$

## Probabilité de faire appel au dispositif: trois approches possibles

Scénario	Numérateur	Dénominateur
I	nombre de dépôt de dossier de CPA	flux départs possibles en retraite (avec ou sans CPA)
II	nombre de dépôt de dossier de CPA	flux départs en retraite et CPA constatés ou effectives
III	Reconstitution du nombre probable de CPA (étude spécifique)	flux départs possibles en retraite et CPA constatés ou effectives

Taux de bénéficiaires (en %)	Scénario I	Scénario II
Exécution conduite	3,7	20,3
Exécution sédentaire	4,3	21,8
Maîtrise	3,6	21,7
Cadre	3,1	18,4
Cadre supérieur	1,8	7,5
<b>Total</b>	<b>3,7</b>	<b>20,5</b>

- Complexité pour construire et concevoir des probabilités d'appel à une CPA.
- Ecart de comportements des salariés selon la CSP.



- Proportion de bénéficiaire identique pour toutes les classes d'âge.
- Différenciation de la modélisation du comportement par collègue.

## Résultats

Scénario	Taux de bénéficiaires	Exercice comptable 2009	Estimation financière en M€			
			VAP	DBO	Services rendus	Coûts financiers
I	3,70%	ouverture	87	51	2,8	2,7
		clôture	98	59	3,1	2,6
II	20,50%	ouverture	474	281	15,3	14,9
		clôture	542	328	17,4	14,8

- Modèle construit uniquement avec des données **publiques** observées et projetées.
- **Importance** du montant de l'engagement au regard du résultat net de l'entreprise.
- **Sensibilité** aux hypothèses: écart de 1 à 5 entre les deux scenarii.
- **Criticité** du mode d'estimation de la proportion des bénéficiaires qui font appel au dispositif.
- **Sensibilité** du coût de l'engagement à la **durée** possible de la formule retenue, et selon que le dispositif concerne (ou non) un salarié avec un métier avec un **critère de pénibilité**.



# 2

## Modélisation stochastique

- Méthode
- Modélisation de chaque paramètre
- Résultats / simulation du passif

## Méthode pour la modélisation stochastique

### Finalité

- Restituer une vision de **l'aléa** dans l'estimation de l'engagement.

### Objectifs

- Mesurer la volatilité de l'engagement.
- Déterminer des intervalles de confiance .
- Valider les résultats de l'approche analytique.

### Démarche

- Modéliser sous forme stochastique des variables du modèle analytique (sauf le taux de bénéficiaires en première approche) :
  - taux d'inflation, taux d'actualisation,
  - taux d'évolution des salaires, taux de rotation du personnel.

### Outils

- 8 modules de programmation avec le logiciel R.
- De l'ordre de 200 lignes de codes par module.

## Modèle stochastique: taux d'inflation

- Taux d'inflation constitutif du taux d'évolution des salaires et du taux d'actualisation.
- Utilisation des données INSEE (indice des prix à la consommation).
- Etude au travers de deux modèles : A.D.Wilkie et processus auto-régressif à moyenne mobile.
- Calibrage des modèles sous le logiciel R et simulations de scénarios.

### Modèle A.D. Wilkie

$$I_t = \bar{i} + a \cdot \left[ I_{t-1} - \bar{i} \right] + \sigma \cdot \varepsilon_t \quad \text{avec} \quad I_t = \ln \left[ \frac{Ind(t)}{Ind(t-1)} \right]$$

- Calibrage sous R :

$$I_t = 0.00118807 + 0.1786 \cdot I_{t-1} + 0.00237592 \cdot \varepsilon_t$$

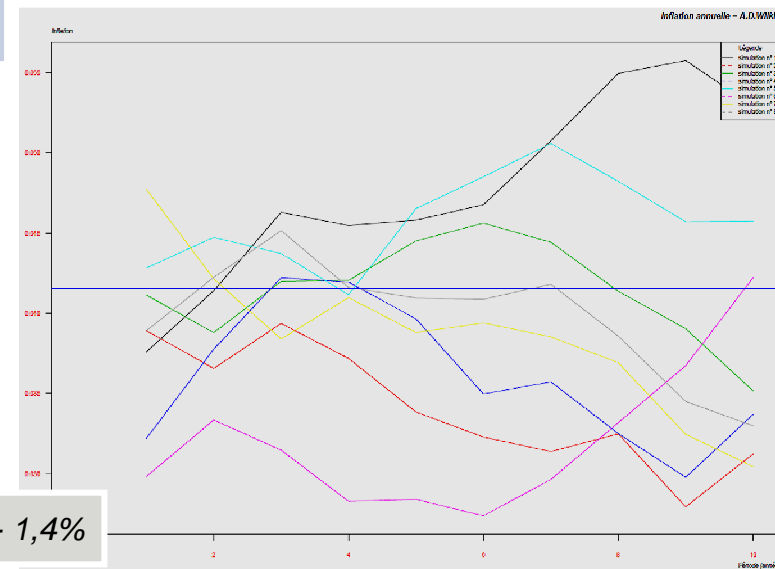
### Modèle ARMA

- Modèle ARMA(3,1) retenu avec R

	ar1	ar2	ar3	ma1	intercept
	0.5616	-0.1649	-0.0074	-0.4194	0,0014
s.e	0.4639	0.1015	0.0890	0.4601	0,0002

Calibrage des modèles (sous R) et simulations de scénarios :

- une modélisation à prendre avec précaution au vu de l'actualité économique récente,
- une robustesse du modèle à approfondir.



moyenne 4,2% +/- 1,4%

# Modèle stochastique: taux d'augmentation des salaires

- Ouvrage de P.Kalfon et G.Peubez :

$$(1 + s_{x+k}^t) = (1 + aug_{x+k}) \cdot (1 + pa^t) \cdot (1 + inf^t)$$

$aug_{x+k}$  , terme lié à l'évolution du pouvoir d'achat en [t]

$pa^t$  , terme lié à l'évolution de carrière à l'âge x+k

$inf^t$  , terme lié à l'inflation de l'année [t]

## Terme lié à l'évolution de carrière

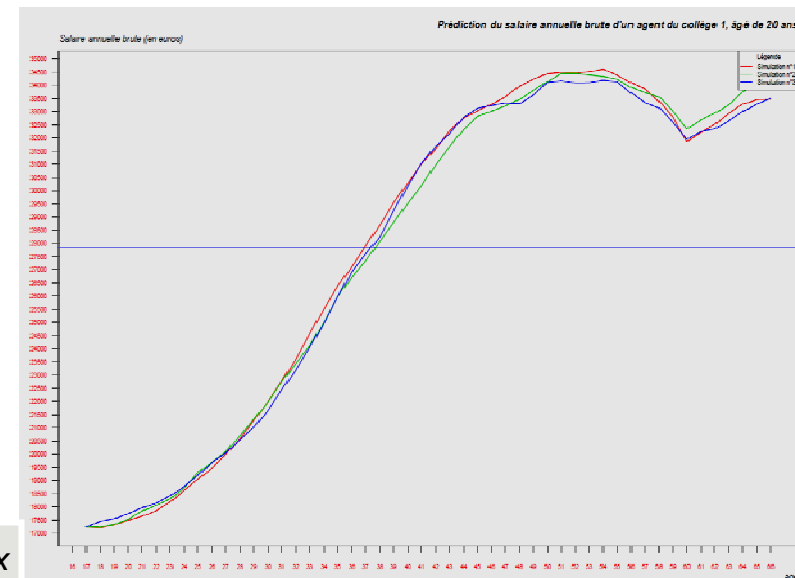
- Tendence reconstituée par croisement des structures:
  - des rémunérations par qualification,
  - des rémunérations par âge.
- Lissage des données sous R (régressions linéaires).
- Prédiction des taux d'évolution de salaire.

## Terme lié au pouvoir d'achat

- Considéré comme proche de zéro (ref. étude INSEE sur la modération salariale en France).

- simulation de l'inflation,
- simulation des évolutions de salaires par collègue.

De 17k€ à 34,5k€ par an max

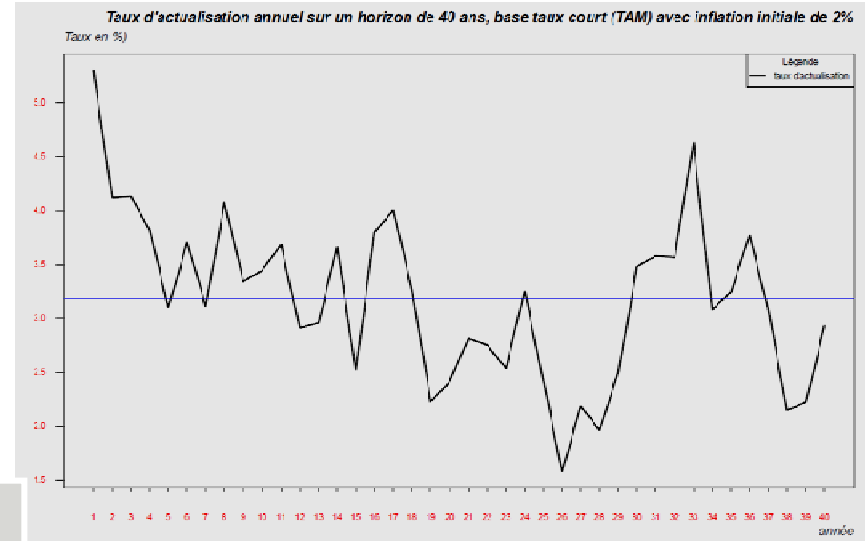


## Modèle stochastique: taux d'actualisation

- Modélisation sur une base de taux court terme (pas de gestion d'actifs long terme par la SNCF pour couvrir son passif).
- Modèle de Cox, Ingersoll et Ross à un facteur d'incertitude :

$$dr = a.(b - r).dt + c.\sqrt{r}.dW$$

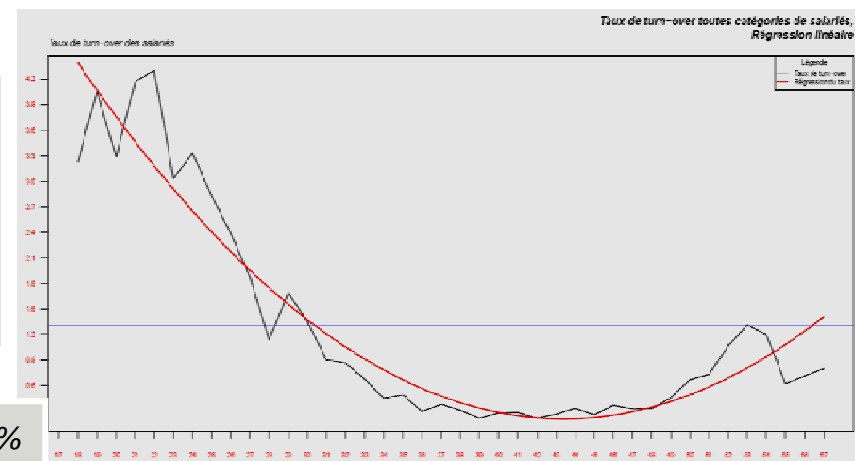
- Calibration du modèle sous R avec la série du Taux Annuel Monétaire de la Banque de France.



Moyenne à 3,2%

## Modèle stochastique: taux de turnover

- Extraction des taux de turnover par année à partir des données du bilan social 2008.
- Construction d'un modèle de prédiction sous R : régression linéaire d'ordre 2.



Moyenne à 1,2%

## Modèle stochastique: simulation du passif

- Modèle dynamique construit sur la base de 40000 simulations (méthode de Monte-Carlo).
- Propension à utiliser le dispositif de CPA : réutilisation des scénarios du modèle analytique.

En M€	Scénario [I], ratio bénéficiaires : 3,7%			
	VAP	DBO	Services rendus	Charge d'intérêts
Moyenne	106	<b>62,8</b>	3,5	5,5
Écart-type	10	<b>5,1</b>	0,3	0,4
IC 95%	19,8	<b>10</b>	0,7	0,8

Scénario [II], ratio bénéficiaires : 20,5%			
VAP	DBO	Services rendus	Charge d'intérêts
606	<b>359</b>	19,9	30,5
57,8	<b>29,3</b>	1,9	2,2
113,3	<b>57,6</b>	3,7	4,2

Scénario [I]		Stochastique	Analytique
DBO	Borne inf.	52,7	
	<b>Moyenne</b>	<b>62,8</b>	<b>51,4</b>
	Borne sup.	72,8	

Scénario [II]		Stochastique	Analytique
DBO	Borne inf.	302	
	<b>Moyenne</b>	<b>359,5</b>	<b>281,1</b>
	Borne sup.	417,1	

- Les ordres de grandeur entre approche analytique et stochastique sont proches en moyenne.
- Amplitude importante des variations du passif, liées aux seules variations des paramètres actuariels (inflation, actualisation, salaires, turnover), indépendamment du comportement des salariés.

# 3

## Modéliser le comportement humain

- Principes
- Modélisation
- Résultats / simulation du passif

# Modéliser le comportement humain

## Principe

construire une modélisation (simplifiée) pour savoir comment notre décideur (un salarié) prend la décision (de partir ou non en cassation progressive d'activité) en tenant compte de paramètres qui peuvent caractériser la manière dont le décideur modélise le monde.

- **En se fondant** - sur le fait que la décision dépend de différents facteurs en interaction de trois cadres issus des notions (ou théories de la décision) de l'individu en tant qu'acteur social, influencé par sa perception du monde (environnement social), dépendant de son interprétation de l'information reçue, et de son processus de raisonnement intrinsèque (capacité)
- **A l'aide d'un raisonnement par similarité** - à un seul facteur influençant le choix du salarié, à savoir la détention d'un patrimoine 'sûr'. Pour le déterminer, nous utilisons des données sur les comportements des salariés de la SNCF et de la population française (INSEE Patrimoine 2003-04).
- **Avec la construction d'une fonction d'utilité** - qui permet d'évaluer le poids relatif de l'intérêt d'un salarié pour un départ en retraite anticipé en fonction du patrimoine sans risque détenu.

Définition du critère d'utilité	Construction du critère d'utilité	Probabilité d'utilité instantanée	Fonction d'utilité
Détention d'un patrimoine sûr.	Corrélations observées entre âge de l'individu et détention de son patrimoine sûr.	$Pu(x) = 1 -  Cofu(x) $	$Fu(x) = \prod_{k=18}^x Pu(k)$
<ul style="list-style-type: none"> <li>• livrets d'épargne, PEP,</li> <li>• Epargne logement,</li> <li>• Assurance vie</li> <li>• Epargne salariale</li> <li>• Résidence principale</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• mesure de la détention relative de patrimoine par rapport à l'âge du salarié.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• poids relatif de l'intérêt que peut porter un individu à une démarche de CPA par rapport à la détention d'un patrimoine financier.</li> </ul>



## Modéliser le comportement humain - résultats

Taux de bénéficiaires (%)	Scénario I	Scénario II	Scénario III
Exécution conduite	3,7	20,3	23,4
Exécution sédentaire	4,3	21,8	14,5
Maîtrise	3,6	21,7	12,7
Cadre	3,1	18,4	17,8
Cadre supérieur	1,8	7,5	11,3
<b>Total</b>	<b>3,7</b>	<b>20,5</b>	<b>14,9</b>

- Régressions linéaires des coefficients et des fonctions d'utilité par collège.
- Fonction d'utilité appliquée à la population éligible, détermination du nouveau taux de bénéficiaires, et mode d'évaluation financière identique au modèle stochastique.

En M€	Scénario [III] , ratio de 14,9%			
	VAP	DBO	Services rendus	Charge d'intérêts
Moyenne	469	283,5	15,6	27,7
Écart-type	43,1	22,5	1,4	1,9
IC 95%	84,4	44,1	2,8	3,7

En M€		Stochastique	Analytique
DBO	Borne inf.	239,4	
	Moyenne	283,5	229,5
	Borne sup.	327,6	



- Crédibilité de la construction des hypothèses du scénario [III] au regard des analyses de l'Insee sur les tendances en termes d'utilisation de cessation d'activité en France.
- Relative proximité des résultats obtenus.

# 4

## Conclusions

- Complexité de la modélisation
- Réserves

## Conclusion: complexité de la modélisation



## Conclusion : axes de réflexions et d'enrichissement

Données	Paramètres actuariels	Comportements humains
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Modélisation tête par tête.</li> <li>▪ Utilisation des données privées de la SNCF.</li> <li>▪ Ajustement des hypothèses avec l'enrichissement à venir des données historiques.</li> <li>▪ Approfondir les clauses de l'accord en termes de risques financiers (durée de l'accord, part de rémunération reversée, etc.)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ taux d'actualisation : prise en compte d'une prime de risque et de la rémunération du capital...</li> <li>▪ Anticipation des réformes de retraite à venir.</li> <li>▪ Anticipation des évolutions de la réglementation (taux de cotisations, ...).</li> <li>▪ Simulations de stress test pour mesurer l'impact de cas atypiques (chocs inflationnistes, scénario de hausse ou baisse des taux,...).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Enrichissement de la modélisation des comportements humains (autres paramètres que la détention d'un patrimoine sûr,...).</li> <li>▪ Modification des comportements liés aux réformes à venir (calcul des pensions, décotes,...)</li> </ul>

*« Nous disposons effectivement d'une gamme de résultats qui permet de réagir par rapport à la représentativité des enjeux financiers. En revanche, cela ne permet pas de disposer d'un intervalle de confiance suffisamment crédible pour piloter en sérénité la gestion de ces avantages au personnel. »*

*« les décisions ne sont pas prises après avoir posé le problème et collecté toutes les informations, mais progressivement durant un processus d'action et de planification. Le choix a une place limitée dans la décision. La décision s'explique souvent mieux par les contraintes dans lesquelles elle est réalisée. »*

*La modélisation des avantages au personnel : complexité et limites du modèle actuariel, le rôle majeur des comportements humains.*