

FIXAGE

Le risque de taux : réalité et perception par la réglementation

Intervention de Michel PIERMAY

Deauville, le 16 septembre 2011

Journées d'études de l'institut des Actuaires et du SACEI

FIXAGE

11, avenue Myron Herrick – 75008 Paris - FRANCE

Téléphone : 33 (1) 53 83 83 93– Télécopie : 33 (1) 53 83 83 99–

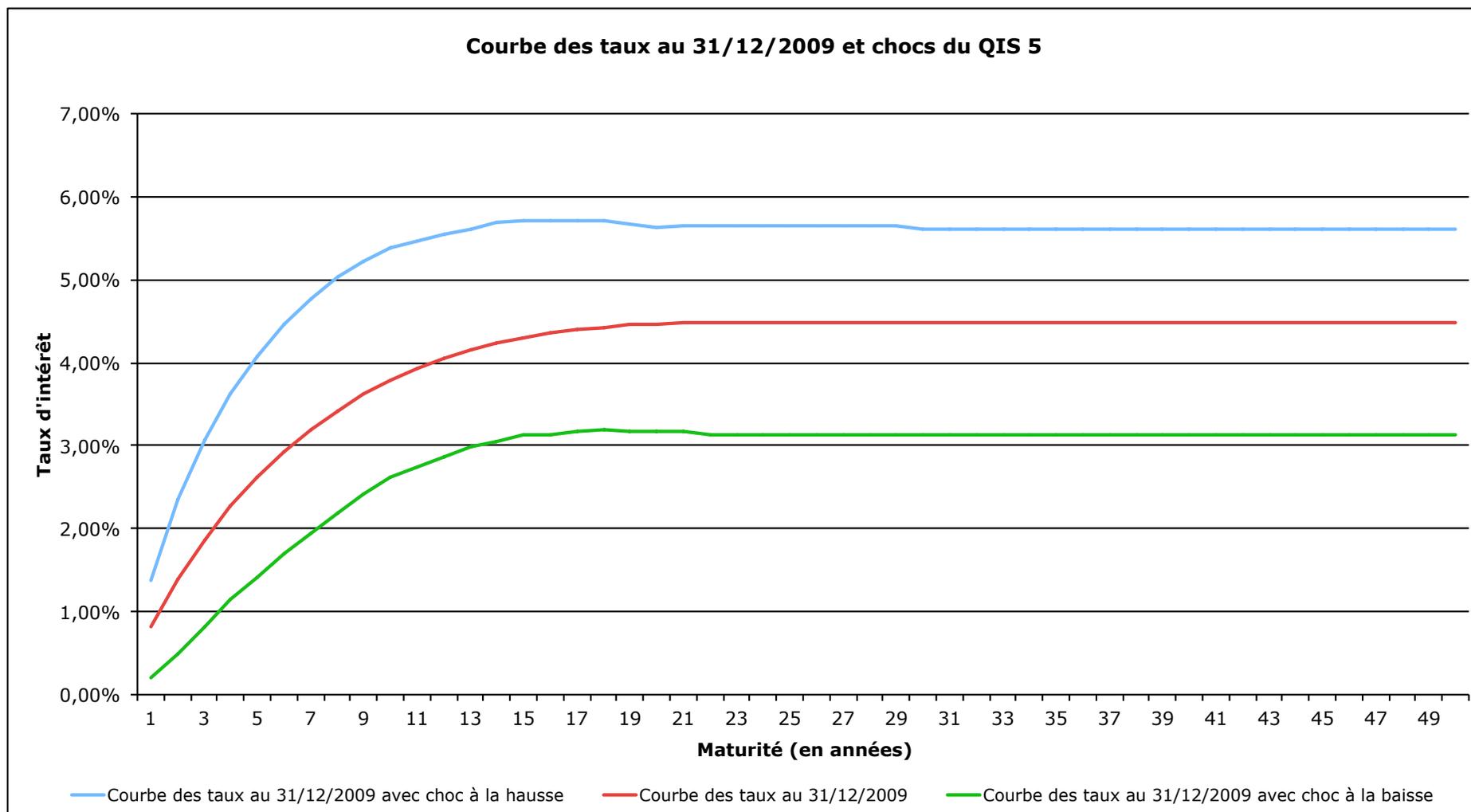
Mél : fixage@fixage.com - Site : www.fixage.com

Société anonyme au capital de 500.000 € – R.C.S.Paris B 342 269 388 – Code APE 741G

1. Le risque de taux : du Code des assurances à Solvabilité II

Le risque de taux d'intérêt n'est pas en général aussi bien perçu par les organismes assureurs que d'autres risques financiers, pour trois raisons principales :

- les cycles de taux d'intérêt peuvent être longs. En France, depuis 30 ans, les taux ont connu une forte baisse suivie d'un maintien dans une zone de fluctuations modérées ;
- le Code des assurances permet de comptabiliser les obligations indépendamment de leur valeur de marché grâce à l'article R 332-19 ;
- les chocs de taux standards des QIS5 pour Solvabilité II sont très modérés.



Solvabilité II conduit les organismes assureurs à se doter de fonds propres pour absorber les chocs de taux. Cependant, les chocs de taux de la formule standard du QIS5 sont beaucoup plus faibles que les chocs de taux des états réglementaires T3 et C6bis.

Le risque de taux est souvent apprécié par des modèles, y compris en amont du calibrage de la formule standard des QIS.

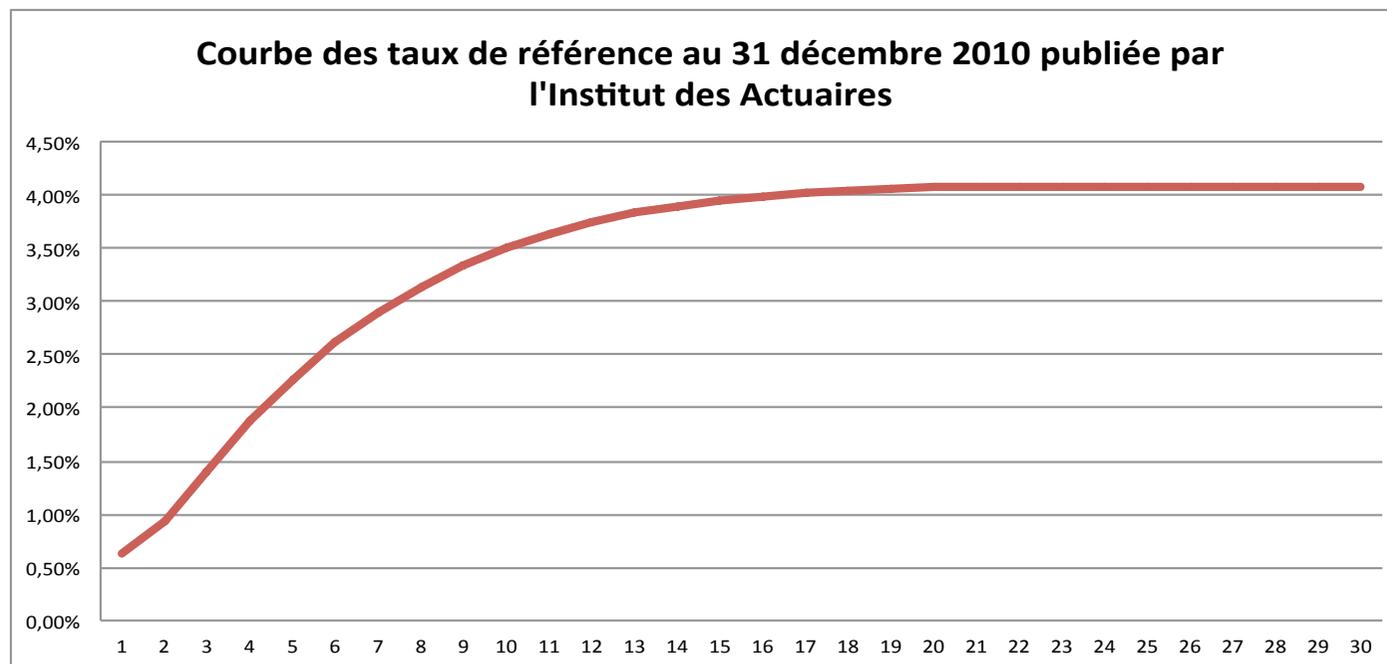
La courbe des taux d'intérêt suivant l'échéance n'est elle-même pas **issue d'observation directe**. Ce sont les prix d'obligations qui sont observés, non sans difficultés (absence de marché centralisé, sources multiples, liquidité parfois imparfaite). Ce n'est pas un calcul direct, mais un modèle qui transforme ces prix en courbe des taux lissée.

Ensuite, d'autres modèles servent à projeter les taux et les courbes des taux, en probabilité, dans le futur. Ces modèles dépendent de nombreux paramètres qui doivent être étalonnés, calibrés.

Une des conditions de consistance avec le marché sera que le modèle de projection permette de retrouver la courbe des taux initiale. Après réglage des paramètres, il est possible de rapprocher la courbe de modèle de projection de la courbe des taux initiale (par exemple, la courbe des taux swaps fournie par l'EIOPA ou la courbe des taux des emprunts d'état français fournie par l'Institut des Actuaire pour l'état T3).

Les modèles de taux sont dits « **market-consistent** » et permettent de procéder à des évaluations compatibles avec les prix de marché **s'ils sont calés sur une courbe des taux de référence** (au jour de l'étude).

L'Institut des Actuaire publie, tous les mois, la courbe des taux zéro-coupon qui est utilisée par les assureurs, notamment pour leurs états réglementaires T3.



La courbe publiée par l'Institut des Actuaire est une courbe de **taux annuels**, c'est-à-dire dont les intérêts sont composés une fois par an.

Les modèles de taux classiques reposent sur des **taux continus**, c'est-à-dire des taux qui se composent continument.

Pour les calibrer, il faut, en toute rigueur, partir d'une courbe de référence de taux continus.

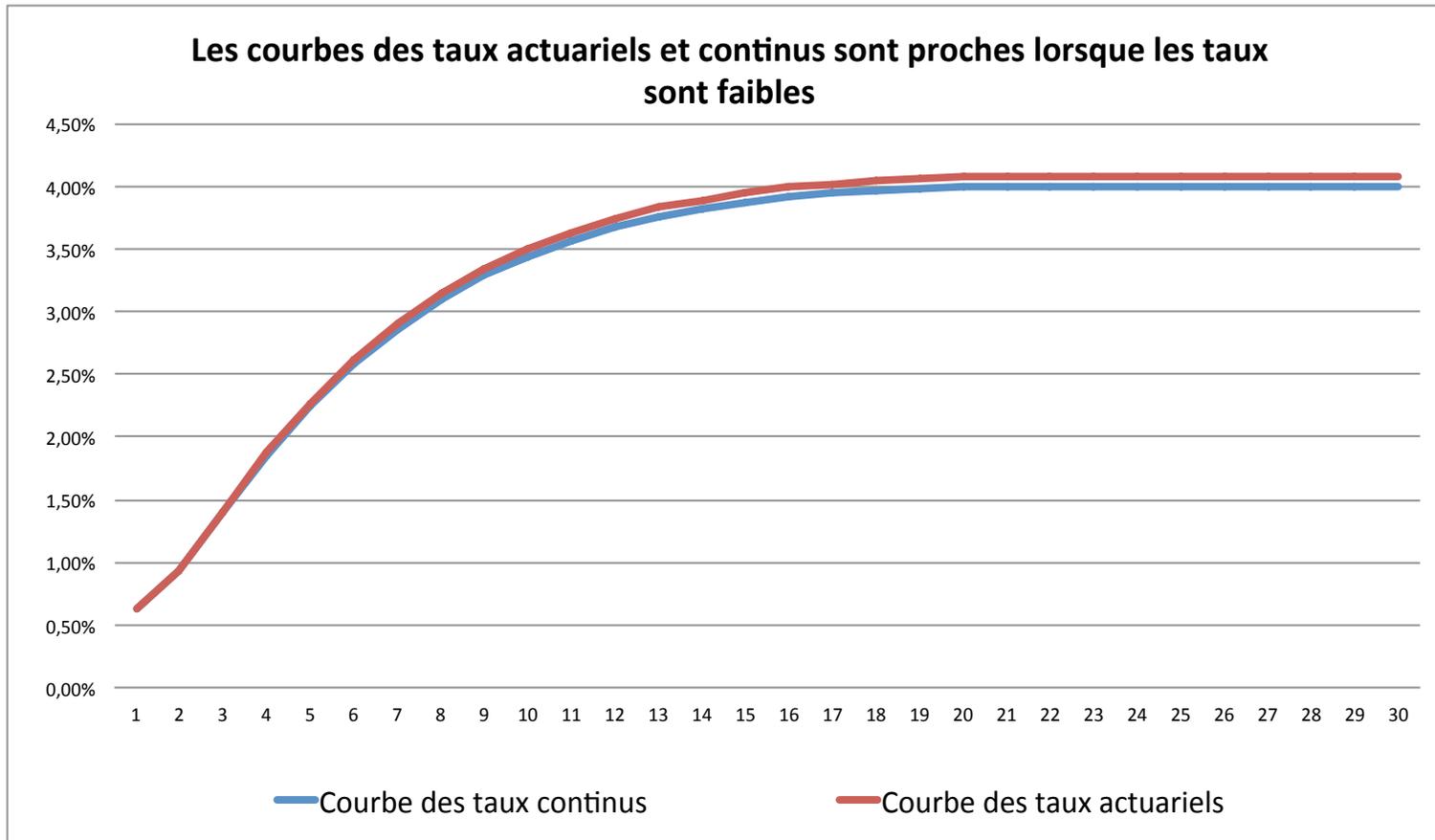
Le taux continu se déduit du taux actuariel annuel, publié par l'Institut des Actuaire suivant la formule :

- à un an : $e^{\text{taux continu}} = (1 + \text{taux actuariel annuel})$
- à une maturité T : $e^{\text{taux continu} \times T} = (1 + \text{taux actuariel annuel})^T$

C'est à dire :

$$\text{taux continu} = \ln(1 + \text{taux actuariel annuel})$$

Lorsque les taux sont bas, les taux continu et actuariel annuel sont très proches.



Les modèles de taux couramment utilisés ont été développés pour l'usage des salles de marché dans un but d'évaluation des options de taux et reposent sur une hypothèse de rationalité des anticipations et d'efficience du marché (toutes les informations sont dans les prix).

Développés pour des opérations financières à court terme, **ces modèles ont négligé la possibilité d'actions non anticipées des autorités monétaires :**

- soit pour surprendre le marché ;
- soit pour influencer les anticipations de taux ou d'inflation.

Le développement d'actions directes des autorités monétaires sur la forme de la courbe des taux, à travers les interventions dites de « Quantitative Easing », est, d'ailleurs, beaucoup plus récent que ces modèles.

2. Génération de courbes de taux nominaux par des modèles classiques

L'outil de base d'un modèle de taux est **l'obligation zéro-coupon**, produit financier versant 1 euro à la maturité T. On notera $P(t,T)$ son prix à la date t.

A partir du prix de l'obligation zéro-coupon, de maturité T, on définit **le taux zéro-coupon $R(t,T)$** , de maturité T, de la manière suivante :

$$P(t,T) = e^{-R(t,T) \times (T-t)}$$

$R(t,T)$ est le taux continu d'une obligation zéro-coupon.

On appelle **courbe des taux**, la fonction qui à une maturité T associe le taux $R(t,T)$.

Malheureusement, les obligations zéro-coupon sont des **instruments théoriques** (ou très peu liquides). On ne peut donc pas construire de courbe des taux à partir de l'observation des prix de ces obligations sur le marché.

Sous l'hypothèse que la distribution de probabilité des taux d'intérêt à court terme $r(u)$ existe et soit connue, il est possible d'estimer le prix d'une obligation zéro-coupon de maturité T : c'est la **moyenne du flux futur versé par l'obligation (1 euro en T) actualisé à l'aide des taux courts $r(u)$** , qui sont aléatoires, **projetés jusqu'en T** .

$$P(t, T) = E \left[1 \times e^{-\int_t^T r(u) du} \right]$$

C'est un **modèle de diffusion des taux** qui va fournir la distribution de probabilité des taux courts et qui permettra de construire la courbe des taux zéro-coupon, à chaque date t , de la manière suivante :

- à chaque date, des taux courts aléatoires, sont projetés dans le futur;
- à partir de ces taux courts, le prix des obligations zéro-coupons, à chaque date, pour chaque maturité est déterminé soit à l'aide de simulations de Monte-Carlo, soit à l'aide d'une formule fermée (si le modèle le permet) ;
- la courbe des taux, à la date t , se déduit de ces prix, à l'aide de l'équation

$$P(t, T) = e^{-R(t, T) \times (T-t)} .$$

Deux modèles classiques de taux sont :

- le modèle de **Black-Karasinski à deux facteurs** ;
- le modèle de **Vasicek à deux facteurs**.

Pour le modèle de Black-Karasinski, il **n'existe pas de formule fermée** pour le prix des zéro-coupon (on est obligé de calculer le prix des zéro-coupons par des simulations de Monte-Carlo). Ce modèle possède l'avantage de ne **générer que des taux positifs**.

Pour le modèle de Vasicek, il **existe une formule fermée pour le prix des zéro-coupon** (et donc pour la courbe des taux).

Le principal défaut de ce modèle est qu'il **produit des taux négatifs avec une probabilité non nulle**.

2.1. Modèle de Black-Karasinski à deux facteurs

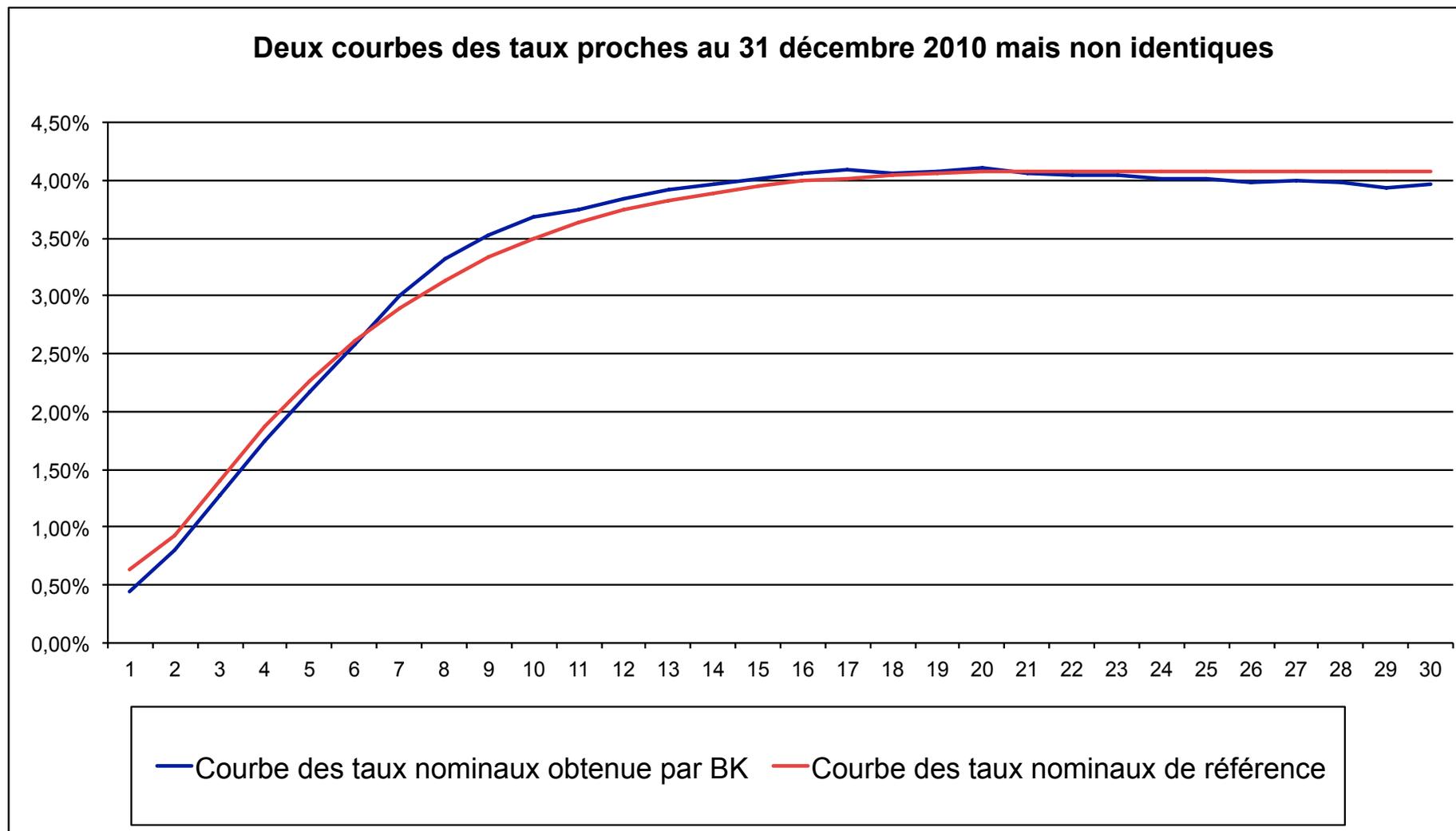
Le modèle de Black-Karasinski permet **de projeter des taux courts positifs**, sur plusieurs années, pour un grand nombre de scénarios.

A partir de ces taux courts, nous pouvons recalculer, à l'aide de simulations de Monte-Carlo, **la courbe des taux initiale**.

Pour calibrer le modèle de Black-Karasinski, nous minimisons l'écart quadratique moyen entre la courbe des taux de référence, publiée par l'Institut des Actuaires et la courbe initiale recalculée, à l'aide de 10 000 scénarios, par le modèle de Black-Karasinski.

Nous pouvons donc comparer la courbe des taux initiale par le modèle ainsi calibré avec la véritable courbe des taux de référence.

Nous constatons, sur le graphique suivant, que ces deux courbes sont proches mais non identiques.



2.2. Modèle de Vasicek à deux facteurs

Le modèle de Black-Karasinski permet de recalculer la courbe des taux initiale à partir de N scénarios qui fournissent un taux court chaque année.

Néanmoins, le modèle de Black-Karasinski **ne permet pas de calculer les courbes des taux projetées dans le futur.**

En effet, pour calculer une courbe des taux dans un an, il faudrait avoir recours à la technique des **simulations dans les simulations** :

- projeter N scénarios de taux courts pour connaître le taux dans un an ;
- pour chacun de ces taux courts dans un an, projeter N scénarios pour recalculer la courbe des taux dans un an.

Soit N^2 scénarios.

Le modèle de Black-Karasinski se heurte ainsi à une limite de calcul pour générer des courbes des taux dans le futur.

C'est pourquoi, en pratique, les taux courts, projetés par le modèle de Black-Karasinski, sont repris dans la formule fermée du modèle de Vasicek à 2 facteurs au lieu de Black-Karasinski pour lequel il n'existe pas de formule fermée.

Pour calibrer le modèle de Vasicek, nous minimisons l'écart quadratique moyen entre la courbe des taux de référence, publiée par l'Institut des Actulaires et la courbe initiale recalculée par le modèle de Vasicek, à partir des taux courts projetés par le modèle de Black-Karasinski.

Nous pouvons donc comparer la courbe des taux initiale par le modèle ainsi calibré avec la véritable courbe des taux de référence.

Nous constatons que ces deux courbes sont proches mais non identiques.

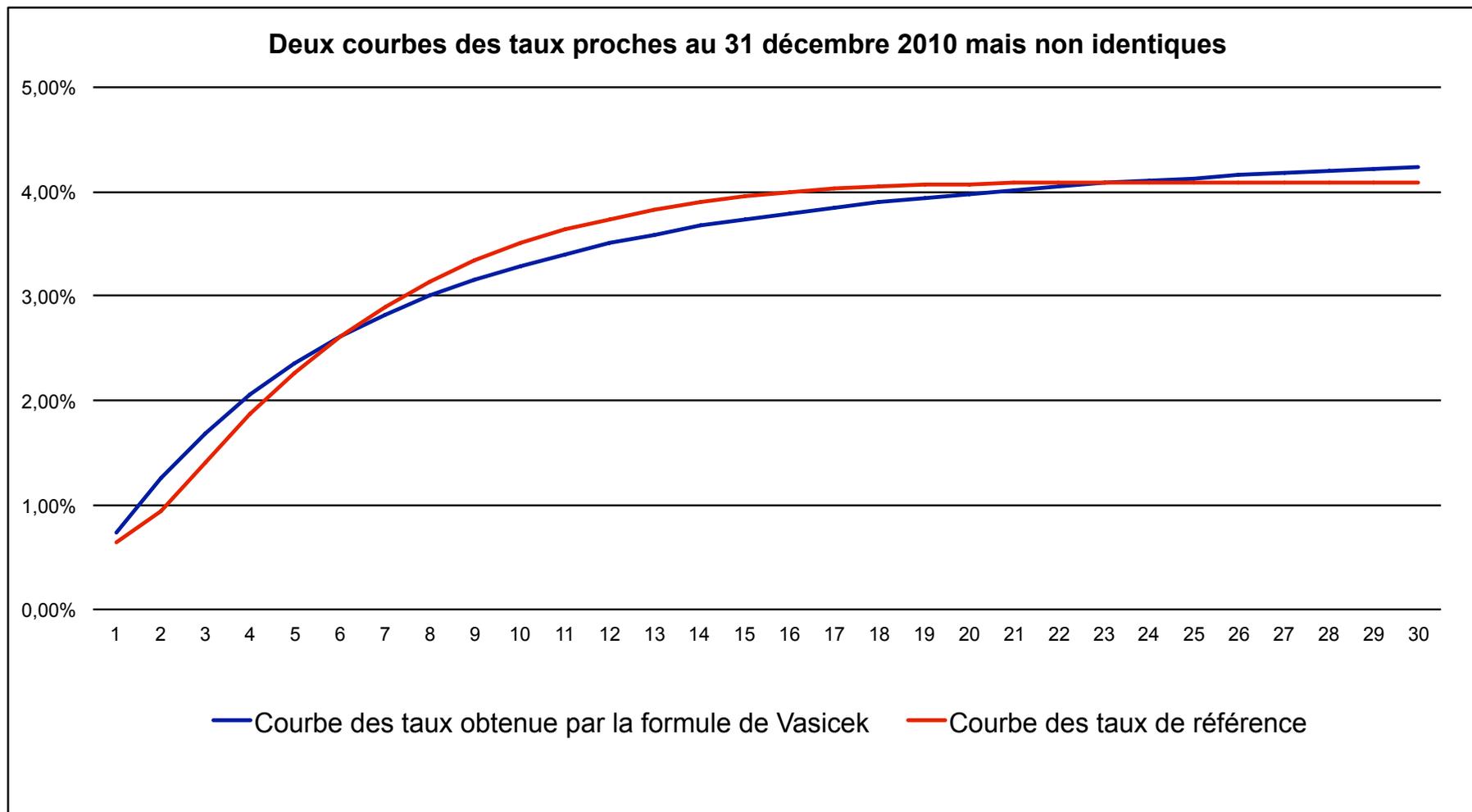
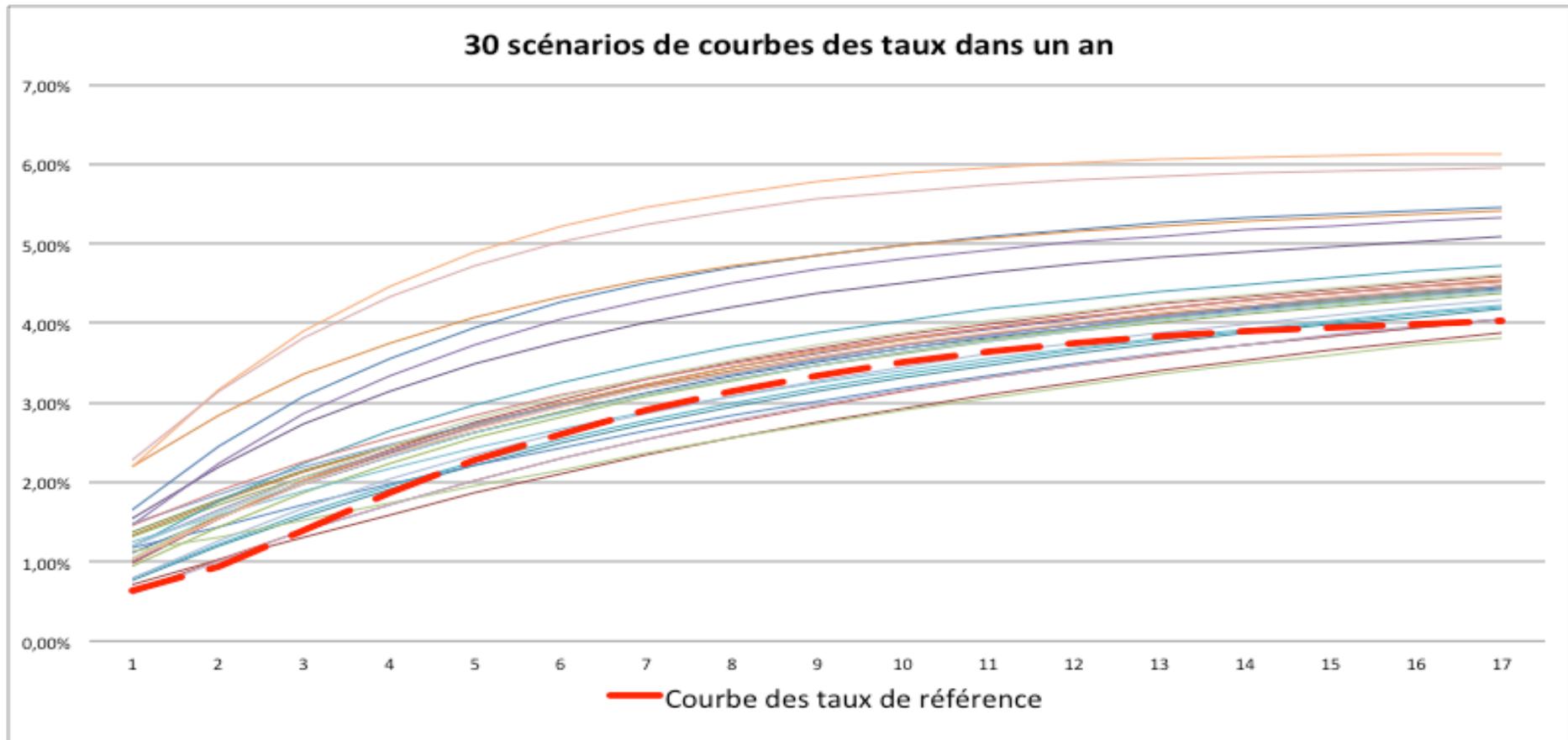


Illustration des courbes des taux projetées dans le futur

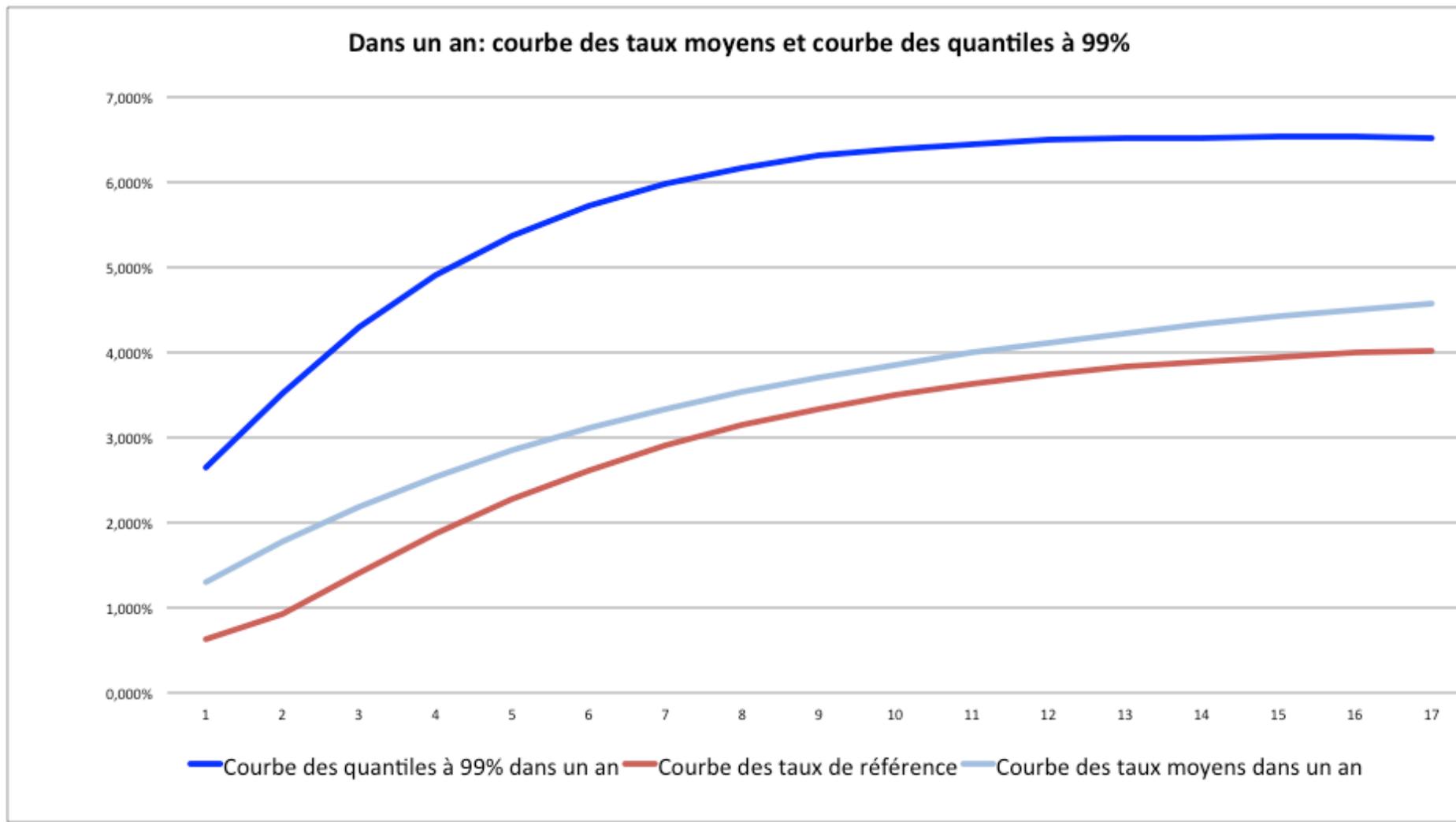
a) Dans un an



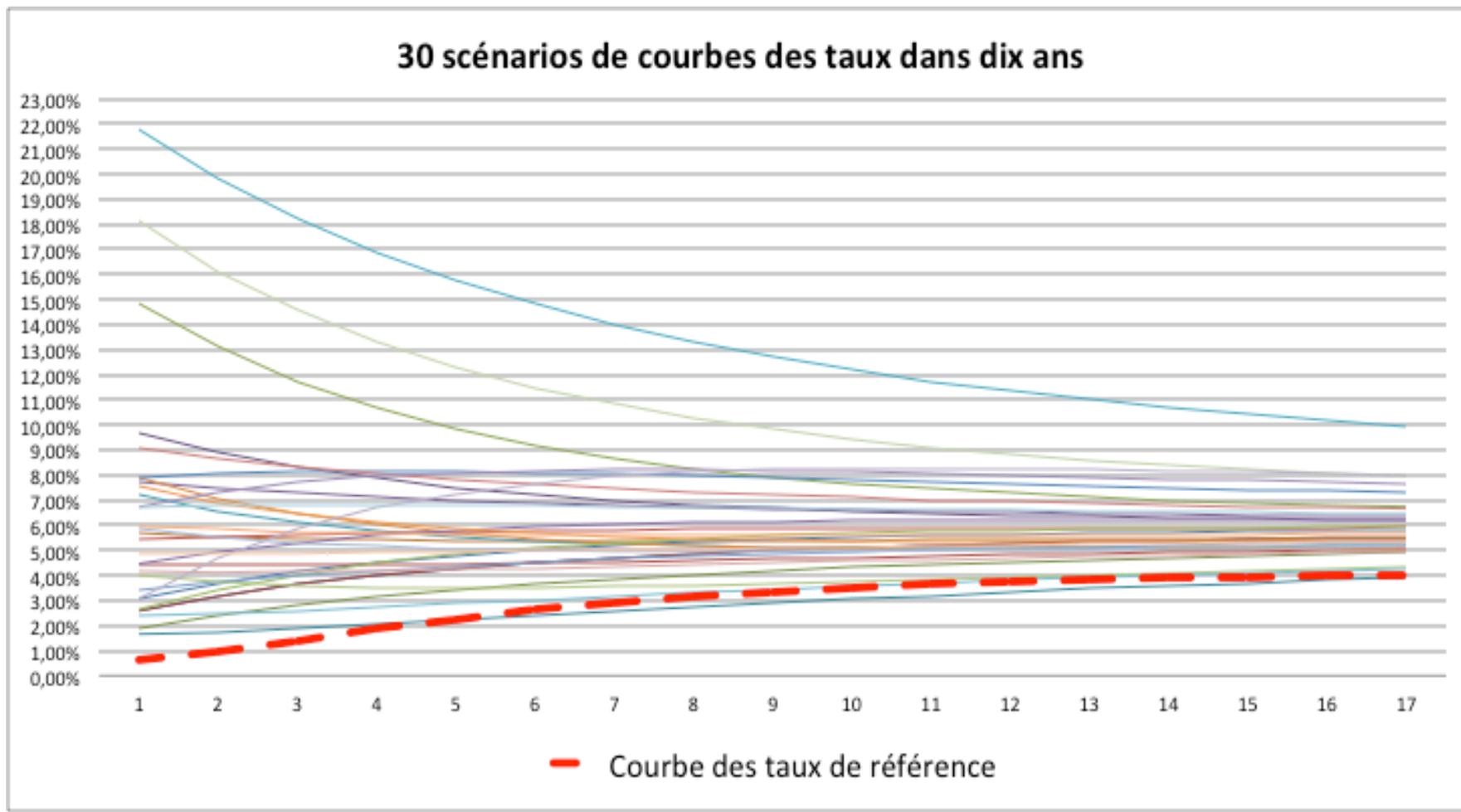
Pour visualiser les scénarios de taux extrêmes, par maturité, nous introduisons la notion de « **courbe des quantiles à 99% des taux** » : c'est la courbe qui, a chaque maturité T, associe le quantile à 99% des taux de maturité T des scénarios simulés.

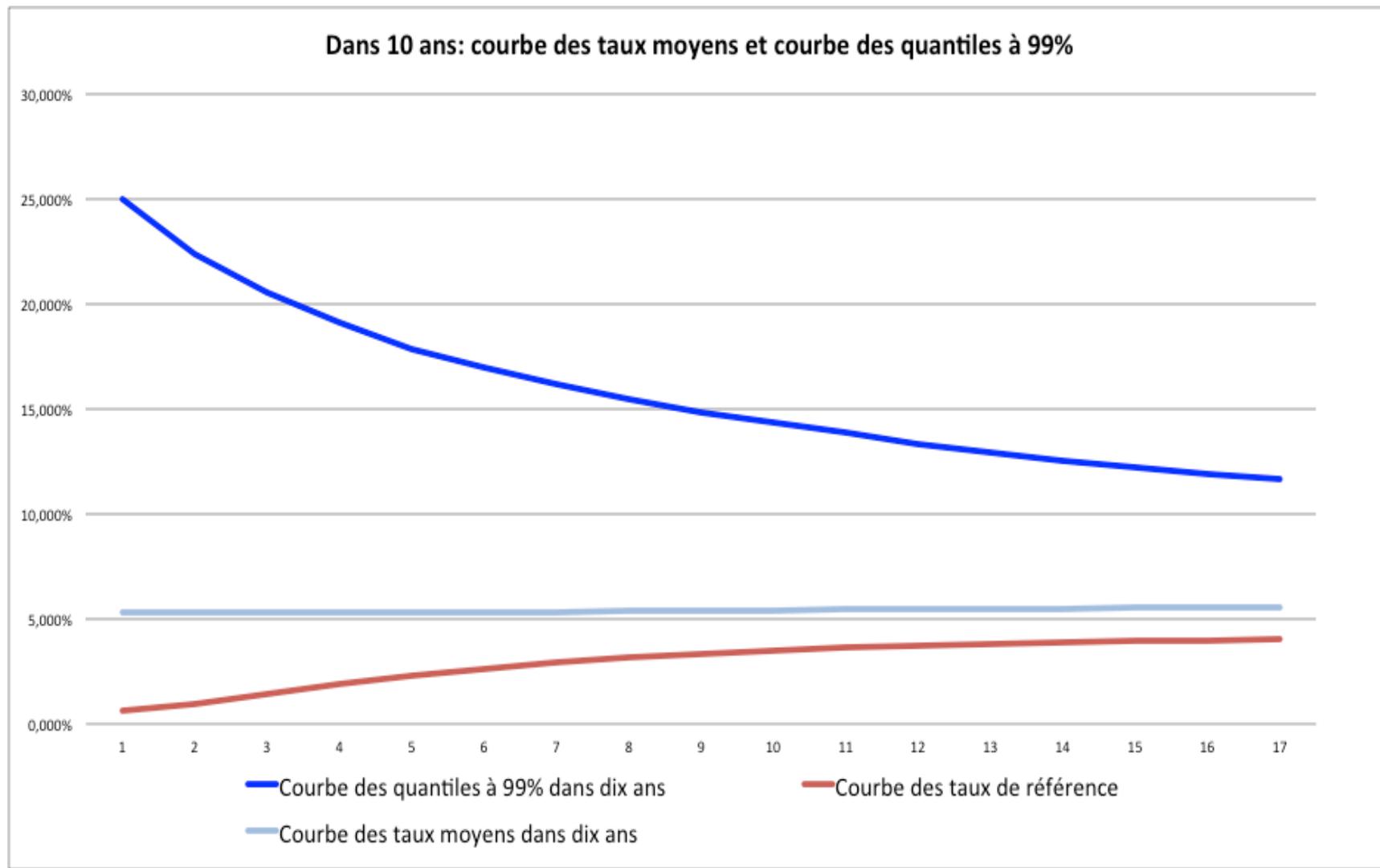
Cette courbe illustre le **risque de hausse extrême des taux, sous les hypothèses du modèle.**

Nous introduisons également la notion de « **courbe des taux moyens** » : c'est la courbe qui, a chaque maturité T associe le taux moyen de maturité T des scénarios de courbes des taux.



b) Dans 10 ans





Pour améliorer la génération des scénarios, nous pouvons supposer qu'il existe, chaque année, **une probabilité qu'une politique de resserrement monétaire** soit mise en œuvre, c'est-à-dire que les taux courts subissent **un saut à la hausse**.

Cette probabilité va dépendre de manière non linéaire de l'histoire financière récente : de l'emballement de la bourse ou de l'immobilier, ou de l'augmentation de l'inflation, ou encore d'une crise bancaire ou d'une récession.

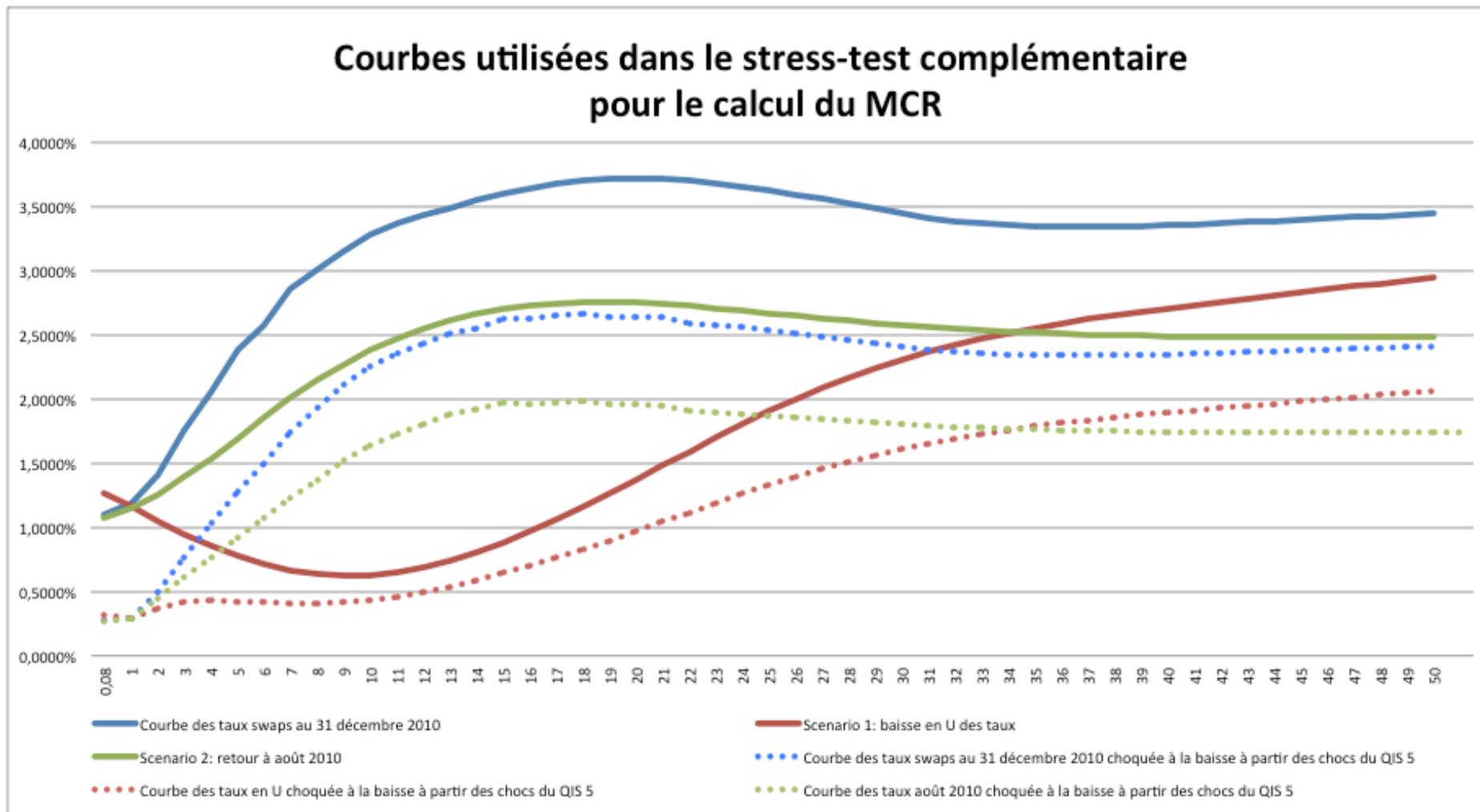
La politique monétaire va influencer la forme des courbes immédiates et projetées.

L'éventualité de tels chocs n'est pas prise en compte par les anticipations de marché et donc, par les mesures de risques qui sont calibrées sur la courbe des taux initiale.

Ces modèles mesurent le risque, toutes choses égales par ailleurs, **hors choc de politique monétaire.**

Ils ont donc un point commun avec l'appréciation du risque par la notation de crédit qui est une opinion, toutes choses égales par ailleurs, et qui **n'intègre pas les ruptures et chocs systémiques.**

C'est pourquoi les modèles méritent d'être complétés par des stress-tests : les calculs de VaR à 99,5% risquent de donner un sentiment de sécurité excessif. C'est pourquoi l'EIOPA a demandé aux principaux assureurs de réaliser des stress-test à la hausse des taux en mars 2011 et à la baisse des taux le 16 août 2011.



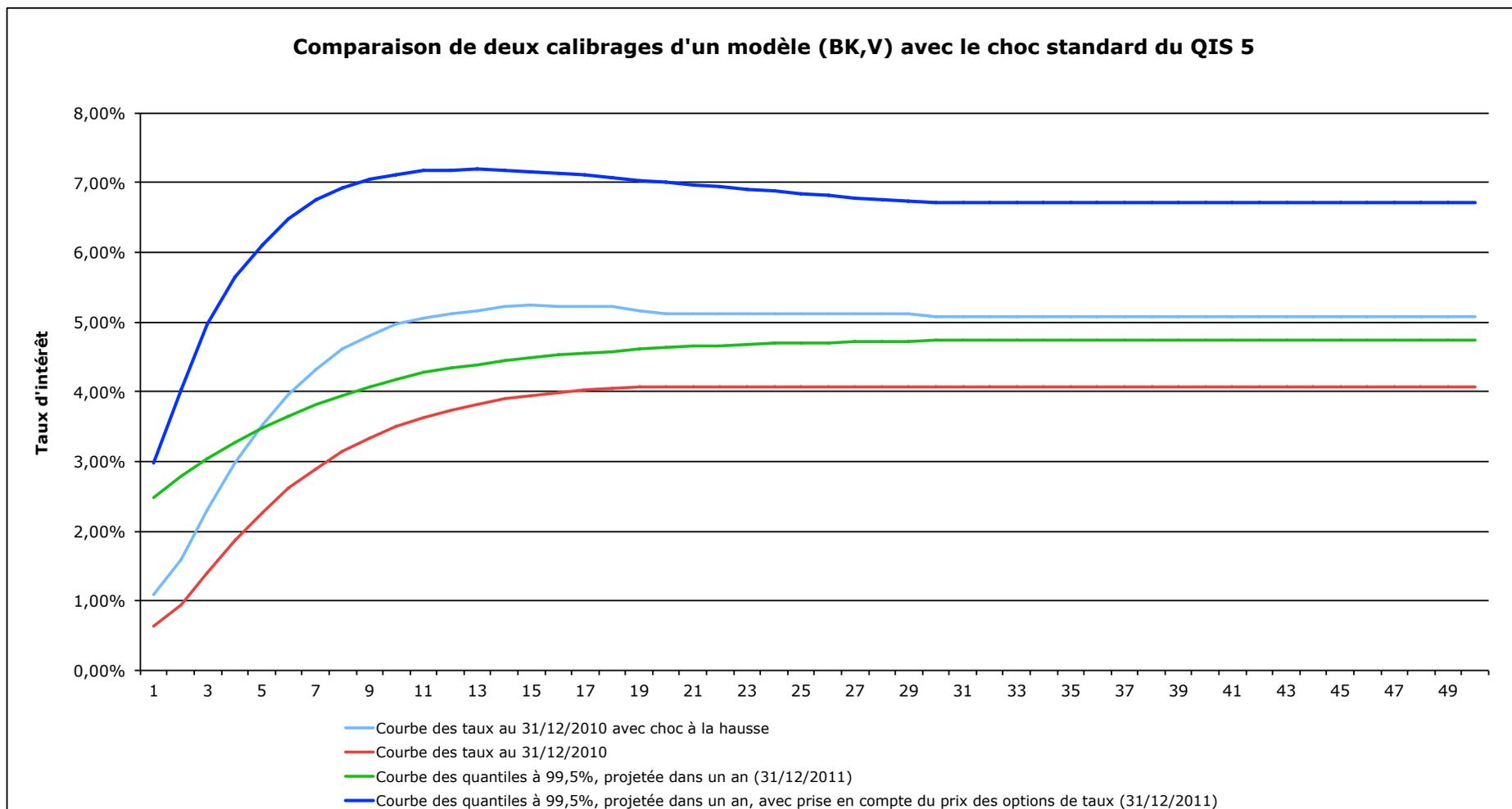
3. Solvabilité II indique que les risques doivent être évalués suivant une Value-at-Risk à 99,5%.

Pour visualiser les scénarios de taux extrêmes, par maturité, nous introduisons la notion de « **courbe des quantiles à 99,5% des taux** » : c'est la courbe qui, a chaque maturité T, associe le quantile à 99,5% des taux de maturité T des scénarios simulés.

Cette courbe illustre le **risque de hausse extrême des taux, sous les hypothèses du modèle.**

Cette courbe a été produite deux fois, sous deux calibrages différents :

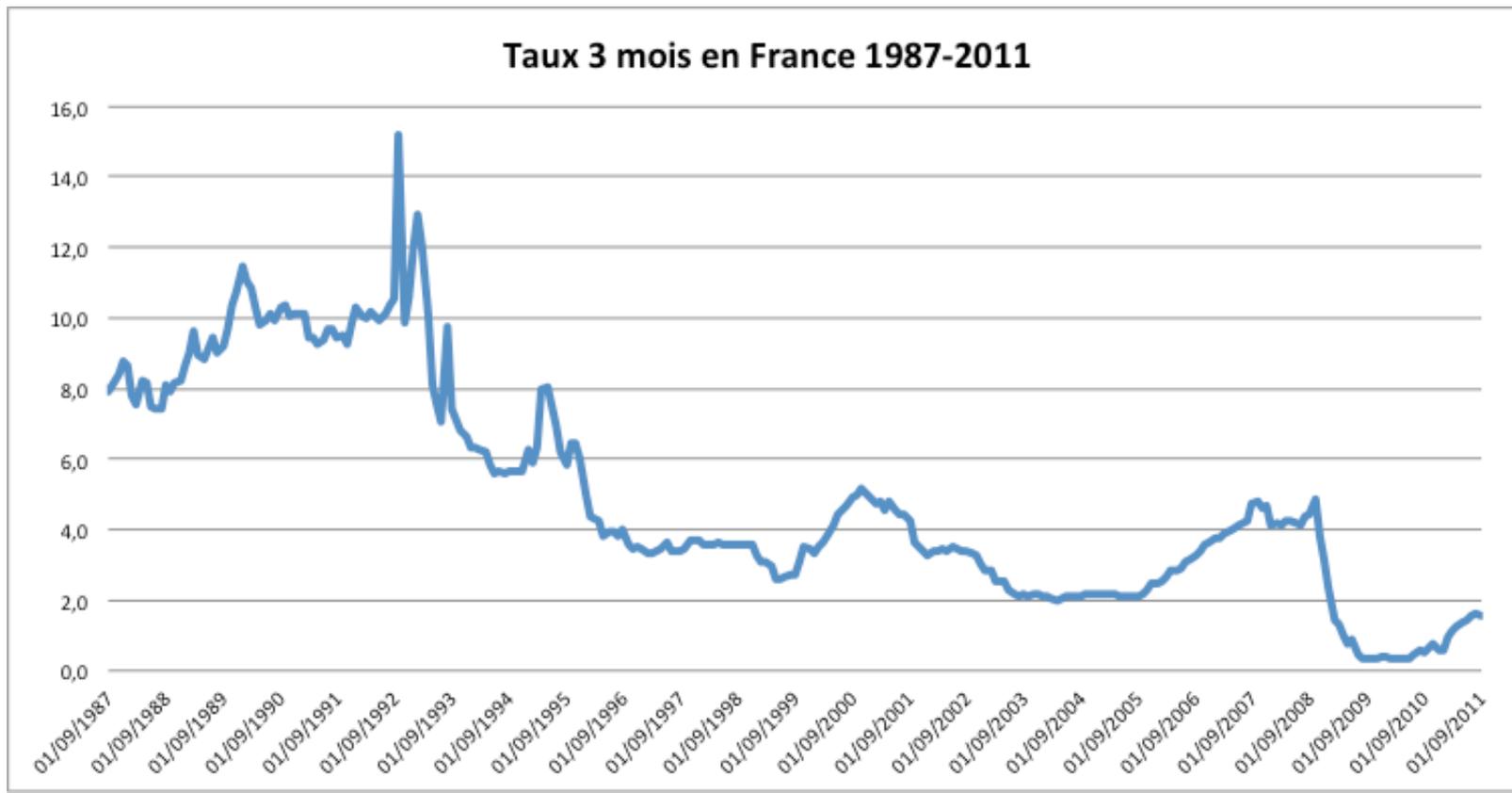
- l'un ne tenant compte que de la première condition de consistance avec le marché (retrouver la courbe des taux initiale) ;
- l'autre tenant compte d'une deuxième condition de consistance avec le marché (retrouver la valeur des options de taux sur le marché à la date initiale).



4. Les modèles de taux et l'expérience

Les modèles de taux couramment utilisés ont été développés pour l'usage des salles de marchés dans un but d'évaluation des options de taux et reposent sur des hypothèses de rationalité des anticipations et d'efficience du marché (toutes les informations sont dans les prix). L'évolution des taux dans le passé et les cycles économiques sont ignorés.

Les modèles de taux choisis classiques ne permettent pas de prendre en compte les « pics » que l'on peut voir sur le graphique du taux 3 mois en France.



source : PIBOR (1/1/87 au 31/12/98) et EURIBOR (1/1/99 au 1/9/11)

Taux des emprunts d'Etat (France)



Ces « pics » résultent des politiques monétaires menées par les banques centrales dont les objectifs, suivant la période, sont :

- soit de soutenir la croissance ;
- soit de limiter l'inflation.

Les modèles classiques génèrent peu de chocs importants sur les taux courts et pratiquement pas de choc sur les taux longs.

Pourtant, l'observation des mouvements de taux montre une variabilité plus importante que celle résultant de ces modèles.

Les politiques de resserrement monétaire visant à contrôler les anticipations d'inflation peuvent être modélisées par l'ajout de sauts à la hausse sur les taux courts.

Des modèles fondés sur la rationalité des anticipations du marché (supposées être représentées par la courbe des taux) ne peuvent intégrer des risques qui ne sont pas anticipés par les acteurs du marché.

Outre une volonté délibérée du banquier central de surprendre le marché (cas de la Fed en 1994), de nombreux chocs peuvent surprendre les anticipations de taux des acteurs.

Par exemple, pour des chocs à la baisse des taux qui ont déséquilibré les fonds de pension :

- les événements du 11 septembre 2001 ;
- le krach boursier entraînant une « fuite vers la qualité » ;
- un tremblement de terre, suivi d'un tsunami puis d'un accident nucléaire.
- La crise des émetteurs souverains et bancaires européens à l'été 2011, avec la fuite vers la « qualité allemande ».

Développés pour des opérations financières à court terme, **ces modèles ont négligé la possibilité d'actions non anticipées des autorités monétaires :**

- soit pour surprendre le marché ;
- soit pour influencer les anticipations de taux ou d'inflation.

Le développement d'actions directes des autorités monétaires sur la forme de la courbe des taux, à travers les interventions dites de « Quantitative Easing », est, d'ailleurs, beaucoup plus récent que ces modèles.

Par ailleurs, l'hypothèse que les emprunts des Etats peuvent être considérés comme un placement sans risque, et leur taux comme le taux sans risque, est contestée. Au delà des chocs sur les taux sans risque, des chocs de signature sur les emprunts d'Etat peuvent survenir. Ils sont aujourd'hui ignorés par Solvabilité II, même si le stress-test du printemps 2011 a commencé à s'intéresser au sujet. Et d'une courbe des taux swaps ne fait que déplacer la question : qui détermine ces taux ? Quelle est la part du risque de signature dans les opérations entre banques ?