



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du
Diplôme d'Actuaire EURIA
et de l'admission à l'Institut des Actuaire

le 21 Septembre 2021

Par : Tajudun AJANI

Titre : Modélisation du risque des assurés réduits d'un portefeuille dépendance et impact sur le provisionnement.

Confidentialité : Oui (Durée: 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

*Membre présent du jury de l'Institut
des Actuaire :*

Anthony NAHELOU

Marine HABART

Signature :

Entreprise :

Crédit Agricole Assurances

Signature :

Membres présents du jury de l'EURIA : Directeur de mémoire en entreprise :

Brice FRANKE

Thibault MULLER

Signature :

Invité :

Signature :

*Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion
de documents actuariels
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :

Résumé

Le produit « Assurance Dépendance » du Crédit Agricole Assurances, commercialisé en 2000, est en run-off depuis 2014. Les assurés cotisants du portefeuille peuvent résilier leur contrat (arrêt de paiement des cotisations avant 8 ans) ou passer en réduction de garantie (arrêt de paiement des cotisations après 8 ans). En effet, la résiliation entraîne une perte de toutes ses garanties tandis que la réduction permet de conserver une partie de ses garanties (on parle d'assurés réduits). Les assurés réduits et les non réduits du portefeuille pourraient avoir des comportements différents.

L'objectif de ce mémoire est d'identifier cette différence de risque entre les réduits et les non réduits, de construire des lois biométriques adaptées à chacun des deux segments de population puis de mesurer l'impact sur le provisionnement.

Dans un premier temps, ce mémoire présente le marché de la dépendance en France et les différentes façons d'évaluer le niveau de dépendance d'une personne. Il met également en lumière les enjeux du vieillissement et du coût que présente ce phénomène de dépendance ainsi que les aides publiques accordées par l'État pour y faire face.

Ensuite, nous avons démontré que les réduits et les non réduits présentent des risques différents à l'aide des ratios observés/attendus des lois du portefeuille global sur la population des réduits. Il ressort que les réduits ont une incidence plus faible et une mortalité plus élevée que les non réduits. Ces différences de risques observées seraient dues à des effets comportementaux. En effet, certains réduits ne cotisant plus, oublieraient qu'ils possèdent encore des garanties, cela entraîne une faible déclaration d'état de dépendance. Ces derniers, autonomes pour l'assureur, sont en réalité des dépendants, d'où une mortalité plus forte. Aussi, des tests de Log-Rank effectués ont permis de prouver que les différences de risque sont significatives. Ce qui nous a permis de construire des taux bruts distincts pour chacun des deux segments de population, en utilisant l'estimateur des moments de Hoem. Après construction des taux bruts, nous avons effectué des lissages. Pour la population globale et les assurés non réduits, on utilise la méthode de lissage des taux bruts de Gompertz-Makeham. Pour les réduits, nous avons privilégié les méthodes relationnelles telles que le coefficient d'abattement et la méthode de BRASS car la volumétrie n'était pas importante. Afin de valider les lois, les 4 indicateurs utilisés sont : le ratio observés/attendus, le test des signes, les coefficients MAPE et R^2 .

Enfin, nous avons mesuré l'impact de cette segmentation sur la Provision pour Risques Croissants (PRC) en intégrant ces nouvelles lois construites dans le modèle de provisionnement en normes locales. L'approche n'a pas eu d'impact significatif sur la PRC totale au quatrième trimestre 2020. Cependant, compte tenu du portefeuille en run-off, la proportion des réduits pourrait augmenter dans les prochaines années et amplifier l'écart de la PRC. Il faudrait alors mettre en place un suivi régulier de l'évolution de ces réduits

dans le temps.

Mots clefs : Dépendance, assurés réduits, Hoem, Lissage de Gompertz-Makeham, segmentation, modèle d'ajustement relationnel, provisionnement, Provision Pour Risques Croissants (PRC), normes locales.

Abstract

Crédit Agricole Assurance's product « Assurance Dépendance », marketed in 2000, has been in run-off since 2014. Policyholders contributing to the portfolio can terminate their contract (cessation of payment of contributions before 8 years) or change to a reduction of guarantee (cessation of payment of contributions after 8 years). Indeed, the termination entails a loss of all its guarantees while the reduction allows to keep a part of its guarantees (they are called reduced policyholders). Reduced and unreduced policyholders of the portfolio might have different behaviors.

The aim of this thesis is to identify this difference in risk between reduced and non-reduced policyholders, to build biometric laws adapted to each of the two segments of population and then measure the impact on reserving.

First, this thesis presents the dependency market in France. and the different ways to assess a person's level of addiction. It also highlights the challenges of aging and the cost of this phenomenon of dependence as well as public aid granted by the State to deal with it.

Then, we demonstrated that the reduced and the unreduced present different risks using the observed/expected ratios of the laws of the global portfolio on the reduced population. It appears that the reduced have a lower incidence and a higher mortality than unreduced. These observed risk differences could be related to behavioral effects. Indeed, some reduced not contributing anymore, would forget that they still have guarantees, this leads to a low declaration of dependency. The latter, autonomous for the insurer, are in reality dependents, hence a higher mortality. Also, the Log-Rank tests carried out made it possible to prove that the differences in risk are significant. What allowed us to build rates separate crudes for each of these two population segments, using the Hoem moment estimator. After construction of the gross rates, we carried out smoothing. For the overall population and non-reduced, the method used is the smoothing of Gompertz-Makeham. For the reduced policyholders, we have favored the relational methods such as the abatement coefficient and the BRASS method because the volume was not important. In order to validate the laws, the 4 indicators used are : the observed / expected ratio, the sign test, the MAPE and R^2 coefficients.

Finally, we measured the impact of this segmentation on the PRC by integrating these new laws built into the reserving model in local standards. The approach did not have a significant impact on the total PRC in the fourth quarter of 2020. However, since the portfolio is in run-off, the proportion of reductions could increase in the coming years and amplify the gap in the PRC. It would then be necessary to set up regular monitoring of the evolution of these reductions.

Keywords: Dependence, reduced policyholders, Hoem, Gompertz-Makeham smoothing, segmentation, relational adjustment model, reserving, PRC, local standards.

Synthèse

Contexte de l'étude

La dépendance se définit comme la perte d'autonomie, c'est-à-dire l'incapacité pour une personne de réaliser les gestes de la vie quotidienne sans l'aide d'une tierce personne. Des aides publiques existent pour financer la charge liée à l'état de dépendance, notamment l'Allocation Personnalisée d'Autonomie (APA). L'APA étant insuffisante, il est possible de la compléter par une assurance dépendance privée. Le produit « Assurance Dépendance » (AD) du Crédit Agricole Assurances a été commercialisé au début des années 2000 et est en run-off depuis 2014. Il garantit, en cas de dépendance, le paiement d'une rente et d'un capital équipement, avec en option un capital décès et une assistance. Le produit offre deux types de garantie : la garantie dépendance totale seule (DT) et la garantie dépendance totale et partielle (DTP).

Les actions possibles pour les assurés cotisants du portefeuille sont la résiliation et la réduction de garantie (on parle d'assurés réduits). La résiliation correspond à une sortie du portefeuille avant 8 ans d'ancienneté et engendre pour l'assuré une perte de toutes ses garanties. Quant à la réduction, c'est l'arrêt de versement des cotisations après au moins 8 années d'ancienneté. Dans ce deuxième cas, l'assuré perd uniquement une partie de ses garanties (garantie dépendance partielle) et bénéficie d'une rente réduite et d'un capital réduit.

Enjeux et problématique

Le portefeuille AD est réassuré et dans le cadre de son suivi de risque, le réassureur a identifié un risque différent pour les assurés réduits du portefeuille. Le portefeuille étant en run-off, la proportion de réduits pourrait augmenter au cours des prochaines années.

L'objet de ce mémoire est d'identifier, dans un premier temps, cette différence de risque entre les assurés réduits et les non réduits du portefeuille. Ensuite, nous allons segmenter le portefeuille en assurés réduits et non réduits pour construire des lois adaptées à chacune des deux sous-populations. Enfin, il s'agira de déterminer l'impact de cette segmentation sur le provisionnement et d'arbitrer sur l'implémentation ou non de cette méthode au sein du Crédit Agricole Assurances.

La méthodologie de construction des lois du Crédit Agricole Assurances concerne les populations autonomes (incidence et mortalité) et les populations dépendantes (mortalité). Au 31/12/2020, le portefeuille autonome contenait 16% de réduits soit 22 741 contrats et le portefeuille dépendant contenait 11% de réduits soit 287 contrats. Il n'est pas pertinent de segmenter le portefeuille dépendant qui n'a pas de volumétrie importante. La segmentation est réalisée sur le portefeuille autonome uniquement.

Modélisation

Périmètre

Nous disposons d'une base de données de 435 960 polices, extraite au 31/12/2020 qui est déjà retraitée des anomalies et incohérences par une équipe en charge de la qualité des données au sein du Crédit Agricole Assurances. Cependant, puisqu'il est nécessaire de constituer une base de données fiable pour réaliser notre étude, nous avons effectué plusieurs contrôles de cohérence.

Période d'observation

La période d'observation peut être définie comme étant la période retenue sur laquelle les données nécessaires à l'étude seront extraites. Elle doit :

- Être la plus récente possible, pour se rapprocher au mieux de l'expérience actuelle du portefeuille et éviter l'effet de génération qui pourrait entraîner un biais dû à l'écart entre les générations prises en compte.
- Doit comporter plusieurs années afin d'avoir une volumétrie suffisante, essentielle à la qualité de l'estimation.

Ainsi, la période retenue pour la construction des lois est [2014-2019] qui constitue la période la plus représentative du risque actuel et un bon compromis nous permettant d'avoir suffisamment de matérialité.

Lois retenues pour les modélisations

Le niveau de dépendance d'un assuré du portefeuille AD est mesuré par la grille AGGIR (Autonomie gérontologie groupes iso-ressources). En effet, la GIR 12 correspond à la dépendance totale, la GIR 34 à la dépendance partielle, la GIR 5 à la dépendance légère et la GIR 6 à l'état d'autonomie.

En cohérence avec les méthodes de modélisation au sein du Crédit Agricole Assurances sur le périmètre dépendance, les lois retenues sont :

- Sur la population globale, nous avons au total 12 lois pour les autonomes, en fonction du type de garantie détenu. On distingue 6 lois d'incidence hommes/femmes (GIR12, GIR1234 et GIR12345) et 6 lois de mortalité des autonomes hommes/femmes (non GIR12, non GIR1234 et non GIR12345). Les lois d'incidence GIR12 et de mortalité non GIR12 concernent tous les assurés du portefeuille autonome. Toutes les autres lois concernent uniquement les assurés qui détiennent la garantie dépendance totale et partielle.
- Les non réduits détiennent encore toutes leurs garanties. Ainsi, les 12 lois mentionnées précédemment sont réalisables sur ce segment de population. Cependant, seules les lois d'incidence GIR12 et de mortalité GIR12 seront reconstruites. Les autres lois non construites sont similaires pour la population globale et les non réduits. En effet, la segmentation du portefeuille en réduits/ non réduits n'affecte pas les lois relatives aux assurés possédant la garantie dépendance totale et partielle car ces lois ne prennent pas en compte les réduits, puisqu'ils ne possèdent plus la garantie dépendance partielle éventuelle.
- Les réduits détiennent uniquement la garantie dépendance totale seule. Seules les lois d'incidence GIR12 et de mortalité non GIR12 (hommes/femmes) sont donc possibles pour ce segment de population, soit 4 lois.

Finalement, mettre en place cette segmentation nécessite la construction de 16 lois au total pour la population segmentée (réduits et non réduits) contre 12 lois au total pour la population globale (méthode actuelle).

Estimation des taux bruts, lissages et validations

Les taux bruts d'incidence (resp. de mortalité) \hat{t}_x représentent les taux d'entrée en dépendance (resp. de décès) observés à l'âge x . Ils sont calculés sur la période d'observation en se basant sur des données d'expérience. Pour le calcul des taux bruts, nous utilisons l'estimateur des moments de Hoem qui est simple à mettre en place et permet notamment d'introduire les phénomènes de censures et des troncatures.

Les taux bruts calculés forment une courbe d'incidence et mortalité irrégulière. Ces fluctuations constatées ne sont pas représentatives de la réalité : ils évoluent graduellement avec l'âge. Il est donc nécessaire de les lisser afin de corriger ces irrégularités. Pour ce faire, les méthodes retenues sont les suivantes :

- Pour la population globale et les non réduits, les taux bruts ont été lissés par la méthode de Gompertz-Makeham qui est un lissage paramétrique classique, très souvent utilisé dans la construction des tables d'expérience. Les risques prennent la forme d'une fonction définie par le modèle, ce qui permet d'obtenir une courbe régulière sur l'ensemble de l'intervalle de lissage.
- Pour les réduits, le faible nombre de données engendre une volatilité plus importante des taux bruts, les modèles d'ajustements relationnels ont donc été privilégiés dans ces cas. Ces modèles utilisent une table de référence déjà existante et permet d'ajuster les taux en fonction de cette table. Les lois de références utilisées sont les lois des non réduits équivalentes. Nous avons confronté deux modèles relationnels, notamment le coefficient d'abattement et le modèle de BRASS.

Il est nécessaire de vérifier certaines cohérences dans le lissage. Pour cela nous avons utilisé 4 critères : le test des signes qui permet de vérifier si la courbe lissée coupe parfaitement la courbe des taux bruts de manière uniforme, le ratio observés/attendus qui permet de voir si la loi décrit convenablement l'expérience, les coefficients MAPE et R^2 qui mesurent la proximité des lois aux taux bruts.

Résultats

Est-il pertinent de segmenter le portefeuille des autonomes ?

Nous justifions la segmentation de deux manières :

- **A travers le ratio observés/attendus** : Nous avons testé la robustesse des lois de la population globale appliquées aux réduits sur les différentes années qui constituent la période d'observation. Nous représentons ces ratios observés/attendus et leur intervalle de confiance. Un ratio observés/attendus éloigné de 100% signifie que la loi utilisée ne calibre pas convenablement le risque de la population utilisée pour le calcul des ratios.

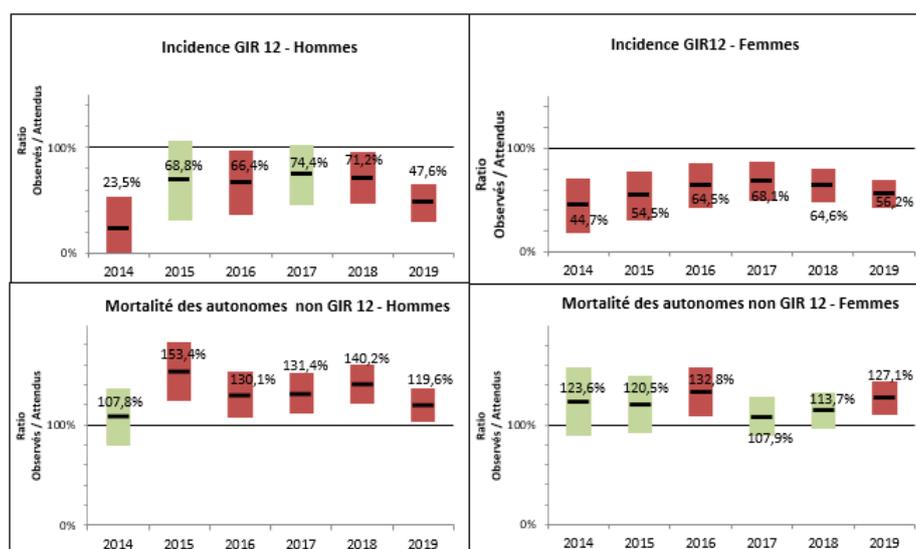


FIGURE 1 – Ratio O/A par année des lois globales sur la sous-population des réduits

Les lois actuelles (loi de la population globale) produisent des ratios observés/attendus inférieurs à 100% pour les incidences des réduits et supérieurs à 100% pour les mortalités des réduits. Ce qui signifie que les lois actuelles surestiment le risque d'incidence et sous-estiment le risque de mortalité des réduits.

- **A travers le test de Log-Rank** : Le test de Log-Rank est un test non paramétrique qui permet de comparer les fonctions de survie de deux échantillons disjoints afin de déterminer si la différence de risque est statistiquement significative. Nous allons tester l'hypothèse suivante au seuil de 5% :

Hypothèse H0 : Les risques (incidences, décès) surviennent à la même fréquence pour les réduits et les non réduits, les allures des fonctions de survie sont identiques.

Pour toutes les lois comparées, nous obtenons des p-valeurs très inférieures à 5%, ce qui nous permet de rejeter l'hypothèse H0. En conséquence, les différences de taux bruts constatées entre les réduits et les non réduits du portefeuille autonome sont statistiquement significatives.

Comment s'expliquent ces différences de risque ?

Les réduits ont une incidence plus faible et une mortalité plus forte que les non réduits, pour le portefeuille autonome. Ces différences de risque constatées s'expliqueraient par un effet comportemental des réduits. En effet, certains assurés réduits, ne cotisant plus, oublieraient qu'ils possèdent encore des garanties, ce qui engendre moins de déclarations d'état de dépendance. Par conséquent, ces derniers sont considérés comme autonomes pour l'assureur. C'est pourquoi l'on observe une mortalité plus forte chez les réduits.

Quel est l'impact sur la PRC ?

Deux principales provisions sont constituées en dépendance : la PRC (Provision pour risques croissants) et la PM (Provision Mathématiques). La PRC est constituée pour les autonomes afin de faire face à l'accroissement du risque avec l'âge de l'assuré et correspond à la différence entre l'engagement de l'assureur et l'engagement de l'assuré. Quant à la PM, elle correspond aux prestations futures des dépendants en cours. C'est l'engagement de l'assureur à verser une rente mensuelle à l'assuré à partir du moment où il tombe en dépendance jusqu'à son décès. Le portefeuille ayant été segmenté sur la population des autonomes uniquement, la segmentation aura un impact seulement sur la PRC. Le modèle de provisionnement actuel en norme normes locales du Crédit Agricole Assurances calcule la PRC des réduits et des non réduits en utilisant les lois globales. Pour autant, cette méthode n'est pas la plus représentative du risque de notre portefeuille puisque les assurés réduits et non réduits ne présentent pas le même risque d'incidence et de mortalité. Ce mémoire a permis de calculer la PRC des réduits et des non réduits en considérant les lois qui correspondent à chacun des deux segments. Il faut noter que pour une population donnée, une hausse du taux d'incidence entraîne une hausse de la PRC et une hausse du taux de mortalité entraîne une baisse de la PRC.

La méthode développée dans ce mémoire a eu un impact à la hausse de 5,3% sur la PRC des non réduits, d'un côté. Cela est notamment dû au fait que les taux d'incidence GIR12 des non réduits sont légèrement supérieurs aux taux d'incidences GIR12 de la population globale. Aussi, les taux de mortalité non GIR12 des non réduits sont légèrement inférieurs aux taux de mortalité non GIR12 de la population globale. En effet, la PRC est plus sensible à la variation d'incidence qu'à la variation de mortalité. D'autre part, la PRC des réduits baisse de 36,7%. En effet, cette importante baisse s'explique par le fait que les taux d'incidence sont quasiment divisés par 2 et la mortalité est multipliée par environ 1,3. Nous avons finalement un impact de +0,42% sur la PRC totale.

Conclusion

La construction de lois sur chacun des deux segments (les réduits et les non réduits) nous impose de construire 4 lois de plus par rapport à la méthode actuelle. Cette méthode a eu un fort impact de -36% sur la PRC des réduits mais a été compensée par une hausse de 5% de la PRC des non réduits. Ainsi, la PRC totale n'a pas beaucoup évolué (+0,4%) au quatrième trimestre 2020. En conséquence, il convient de ne pas mettre en place cette nouvelle méthode cette année. Cependant, compte tenu de la proportion croissante des réduits en vue dans les prochaines années suite à la mise en run-off du portefeuille, l'impact sur la PRC sera de plus en plus prononcé et nécessitera un suivi particulier à l'avenir.

Synthesis

Study context

Dependence is defined as the loss of autonomy, that is to say the inability to a person to perform the actions of daily life without the help of a third person. Public aid exists to finance the charge linked to the state of dependency, in particular the "Allocation Personnalisée d'Autonomie" (APA). As APA is insufficient, it is possible to supplement it with private long-term care insurance. The product "Assurance Dépendance" (AD) of Crédit Agricole Assurances was marketed at the start of the 2000s and has been in run-off since 2014. It guarantees, in the event of dependency, payment an annuity and équipement capital, with optional death benefit and assistance. The product offers two types of guarantee : the total dependency guarantee only (DT) and the full and partial dependency guarantee (DTP).

The possible actions for the policyholders are the termination and the reduction of guarantee (they are called reduced policyholders). Termination corresponds to an exit of the portfolio before 8 years of service and generates for the insured a loss of all his guarantees. As for the reduction, it is the cessation of payment of contributions after at least 8 years of service. In this second case, the insured loses only part of his guarantees (partial dependency guarantee) and benefits from a reduced pension and a capital reduced.

Stakes and issues

The AD portfolio is reinsured and as part of its risk monitoring, the reinsurer has identified a different risk for the reduced policyholders of the portfolio. The portfolio being in run-off, the proportion of reduced could increase over the next few years.

The purpose of this thesis is to identify, first of all, this difference in risk between reduced and unreduced policyholders in the portfolio. Then we will segment the portfolio into reduced and non-reduced policyholders to build laws adapted to each of the two sub-populations. Finally, it will be a question of determining the impact of this segmentation on reserving and to decide whether or not to implement this method at Crédit Agricole Assurances.

Crédit Agricole Assurances' legal construction methodology concerns autonomous populations (incidence and mortality) and dependent populations (mortality). As of 12/31/2020, the autonomous portfolio contained 16% reductions, i.e. 22,741 contracts and the dependent portfolio contained 11% reductions or 287 contracts. It is not relevant to segment the dependent portfolio which does not have significant volume. Segmentation is carried out on the autonomous portfolio only.

Modelization

Perimeter

We have a database of 435,960 policies, extracted as of 12/31/2020 which has already been reprocessed for anomalies and inconsistencies by a team in charge of quality data at Crédit Agricole Assurances. However, since it is necessary to constitute a reliable database to carry out our study, we carried out several consistency checks.

Observation period

The observation period can be defined as the period selected over which the data needed for the study will be extracted. It must :

- Be as recent as possible, to be as close as possible to the current experience of the portfolio and avoid the generation effect which could lead to a bias due to the gap between the generations taken into account.
- Must be several years in order to have sufficient volume, essential for the quality of the estimate.

Thus, the period retained for the construction of the laws is [2014-2019] which constitutes the most representative period of the current risk and a good compromise allowing us to have enough materiality.

Laws retained for the modelizations

The level of dependency of an insured in the AD portfolio is measured by the AG-GIR grid (Autonomie Gérontologique et Groupe Iso Ressources). Indeed, the GIR 12 corresponds to the total dependence, GIR 34 for partial dependence, GIR 5 for light dependence and GIR 6 in a state of autonomy.

In line with the modeling methods within Crédit Agricole Assurances on the dependency perimeter, the laws adopted are :

- On the overall population, we have a total of 12 laws for autonomous people, depending on the type of guarantee held. There are 6 laws of incidence men / women (GIR12, GIR1234 and GIR12345) and 6 mortality laws for autonomous men / women (non GIR12, non GIR1234 and non GIR12345). The GIR12 incidence and non GIR12 mortality laws concern all policyholders in the autonomous portfolio. All the other laws only concern policyholders who have long-term care coverage total and partial.
- The unreduced still have all their guarantees. Thus, the 12 laws mentioned above are achievable on this segment of the population. However, only the GIR12 incidence and GIR12 mortality laws will be reconstructed. The other unbuilt laws are similar for the general population and the unreduced. Indeed, the segmentation of the portfolio into reduced / unreduced does not affect the laws relating to insured persons with full and partial long-term care coverage because these laws do not take into account the reduced, since they no longer have the partial dependency guarantee.
- Reduced only hold the total dependency guarantee alone. Only the GIR12 incidence and non-GIR12 mortality laws (men / women) are therefore possible for this segment of the population, i.e 4 laws.

Finally, to set up this segmentation requires the construction of 16 laws in total for the segmented population (reduced and unreduced) against 12 laws in total for the overall population (current method).

Estimation of gross rates, smoothing and validations

The crude incidence rates (resp. Mortality) \hat{t}_x represent the rates of entry into dependency (resp. Death) observed at age x . They are calculated over the observation period in based on experience data. For the calculation of the crude rates, we use the Hoem moments estimator which is simple to set up and allows in particular to introduce the phenomena of censorship and truncation.

The crude rates calculated form an irregular incidence and mortality curve. Those fluctuations observed are not representative of reality : they change gradually with age. It is therefore necessary to smooth them out in order to correct these irregularities. To do this, the methods used are as follows :

- For the general population and the non-reduced ones, the crude rates have been smoothed by the Gompertz-Makeham method which is a classical parametric smoothing, very often used in the construction of experience tables. Risks take the form of a function defined by the model, which makes it possible to obtain a curve regular over the entire smoothing interval.
- For the reduced, the small number of data generates a greater volatility of the crude rates, the relational adjustment models were therefore favored in such cases. These models use an already existing reference table and allow adjust the rates based on this table. The reference laws used are the equivalent unreduced laws. We confronted two relational models, in particular the reduction coefficient and the BRASS model.

It is necessary to check certain consistency in the smoothing. For this we have used 4 criteria : the sign test which allows to check if the smoothed curve cuts the gross yield curve in a uniform manner, the observed / expected ratio which makes it possible to see if the law adequately describes the experiment, the MAPE coefficients and R^2 which measure the proximity of the laws to the crude rates.

Results

Is it relevant to segment the portfolio of autonomous people ?

We justify segmentation in two ways :

- Through the observed / expected ratio : We tested the robustness of the laws of the overall population applied to the reductions over the different years that make up the observation period. We represent these observed / expected ratios and their confidence interval. An observed / expected ratio that is far from 100% means that the law used does not properly calibrate the risk of the population used for the calculation of ratios.

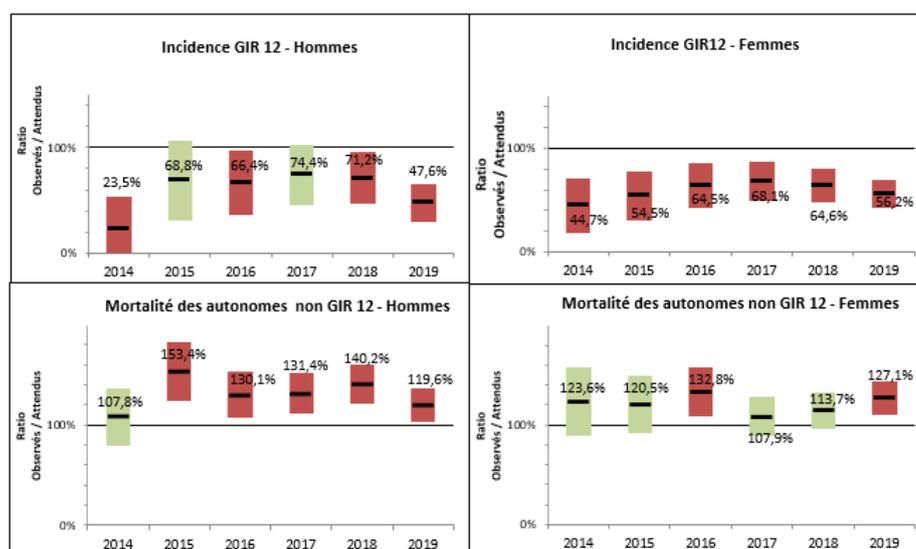


FIGURE 2 – observed / expected ratio per year of the global laws on the reduced sub-population

Current laws (global population law) produce observed / expected ratios less than 100% for reduced incidences and greater than 100% for reduced mortalities. This means that the current laws overestimate the risk of incidence and underestimate the risk of mortality of reduced.

- Through the Log-Rank test : The Log-Rank test is a non-parametric test which makes it possible to compare the survival functions of two disjoint samples in order to determine if the risk difference is statistically significant. We are going to test the following hypothesis at the 5% threshold :
Hypothesis H_0 : The risks (incidences, death) occur at the same frequency for the reduced and the non-reduced, the appearance of the survival functions is identical.

For all the laws compared, we obtain p-values much lower than 5%, which allows us to reject the H_0 hypothesis. As a result, the differences in gross rates observed between the reduced and the non-reduced of the autonomous portfolio are statistically significant.

How are these differences in risk explained ?

Reduced ones have a lower incidence and higher mortality than unreduced ones, for the autonomous portfolio. These observed risk differences are explained by a behavioral effect of reduced. In fact, some reduced policyholders, no longer contributing, forget that they still have collateral, which leads to fewer claims state of dependence. Therefore,

the latter are considered autonomous for the insurer. This is why we observe a higher mortality in the reduced ones.

What is the impact on PRC ?

Two main provisions are made out of dependency : the PRC (reserving for increasing risks) and PM (Mathematical reservings). The PRC is formed to the autonomous in order to cope with the increase in risk with the age of the insured and corresponds to the difference between the commitment of the insurer and the commitment of the insured. As for the PM, it corresponds to the future benefits of current dependents. It is the insurer's commitment to pay a monthly pension to the insured from the moment where he becomes dependent until his death. The portfolio having been segmented on population of autonomous people only, the segmentation will have an impact only on the PRC. Crédit Agricole Assurances' current provisioning model in accordance with local standards Insurance calculates the PRC of reduced and unreduced using global laws. However, this method is not the most representative of the risk of our portfolio since reduced and unreduced policyholders do not present the same risk of incidence and mortality. This thesis made it possible to calculate the PRC of reduced and non-reduced by considering the laws which correspond to each of the two segments. It should be noted that for a given population, an increase in the incidence rate leads to an increase in the PRC and an increased death rate leads to a decrease in PRC.

The method developed in this thesis had an upward impact of 5.3% on the PRC of the unreduced, on the one hand. This is mainly due to the fact that the incidence rates GIR12 of the unreduced are slightly higher than the GIR12 incidence rates of the global population. Also, the non GIR12 mortality rates of the unreduced are slightly lower than the non GIR12 mortality rates of the general population. Indeed, the PRC is more sensitive to the change in incidence than to the change in mortality. On the other hand, the PRC of reduced decrease by 36, 7%. Indeed, this significant decrease is explained by the fact that the incidence rates are almost divided by 2 and mortality is multiplied by about 1.3. We finally have an impact of +0.42% on the total PRC.

Conclusion

The construction of laws on each of the two segments (the reduced and the non-reduced) requires us to build 4 more laws compared to the current method. This method had a strong impact of 36.7% on the PRC of reductions but was offset by an increase of 5.3% of the PRC of unreduced. Thus, the total PRC has not changed much (+0.4%) in Q4 2020. Consequently, this new method should not be implemented this year. However, due to the increasing proportion of reductions in sight in over the next few years following the run-off of the portfolio, the impact on the PRC will be increasingly pronounced and will require special monitoring in the future.

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce mémoire.

Je remercie profondément mes tuteurs en entreprise, Emilie LOISEL et Thibault MULLER pour leurs précieux conseils, leur encadrement, leur disponibilité et leur contribution au bon déroulement de mon alternance. Merci pour votre implication qui ont contribué à l'aboutissement de mon mémoire, j'ai énormément appris à vos côtés.

J'adresse mes remerciements à Agnes DIARD, responsable de l'équipe Produits Dommage et Prévoyance, de m'avoir accueilli au sein de son équipe et d'avoir facilité mon intégration.

Mes remerciements s'adressent également à chacun des membres de l'équipe Produits Dommage et Prévoyance de m'avoir soutenu et encouragé tout au long de mon alternance. Grâce à vous j'ai travaillé dans de meilleures conditions.

Je remercie également Olivier SALDANA, responsable du service Études Actuarielles Produits ainsi que Anaïd CHAHINIAN, directrice de l'Actuariat, pour leur contribution au bon déroulement de mon alternance.

Je remercie Pierre AILLIOT, mon tuteur académique EURIA pour le suivi régulier de mon alternance et ses conseils, ainsi que Marie-Aude THEPAUT pour ses conseils et ses remarques constructives.

Je tiens à remercier toute l'équipe pédagogique de l'EURIA pour leur formation de qualité. Je remercie en particulier Monsieur Franck VERMET, Directeur de l'EURIA, pour son implication et son suivi régulier des étudiants.

Je ne pourrais oublier tous mes proches et ma famille, plus particulièrement ma mère pour le soutien qu'ils m'ont apporté tout au long de mes études.

Table des matières

| | |
|---------------------------------------------------------------|----------|
| Résumé | i |
| Abstract | iii |
| Synthèse | v |
| Synthesis | xii |
| Remerciements | xviii |
| Introduction | 1 |
| 1 Le marché de la dépendance | 3 |
| 1.1 La dépendance en France | 3 |
| 1.1.1 Définition et enjeux sociétaux de la dépendance | 3 |
| 1.1.1.1 Définition de la dépendance | 3 |
| 1.1.1.2 Enjeux sociétaux de la dépendance | 3 |
| 1.1.2 Mesure de dépendance | 5 |
| 1.1.2.1 La grille AVQ | 6 |
| 1.1.2.2 La grille AGGIR | 6 |
| 1.1.2.3 États relatifs au risque dépendance | 8 |
| 1.1.3 Le système public | 9 |
| 1.1.3.1 Évolution des prestations du système public français | 9 |
| 1.1.3.2 Financement de la dépendance | 9 |
| 1.1.3.3 Actualité : Projet de loi sur la dépendance | 11 |
| 1.2 Crédit Agricole Assurances et son portefeuille dépendance | 12 |
| 1.2.1 Description du produit « Assurance Dépendance » (AD) | 12 |
| 1.2.1.1 Adhésion | 12 |
| 1.2.1.2 Cotisation | 12 |
| 1.2.1.3 Les garanties | 12 |

| | | |
|----------|---------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1.2.1.4 | Sélection médicale et délais de carence | 14 |
| 1.2.1.5 | Franchise | 14 |
| 1.2.1.6 | Arrêt du paiement des cotisations | 14 |
| 1.2.1.7 | Revalorisation | 15 |
| 1.2.1.8 | Modification durant la vie du contrat | 16 |
| 1.2.2 | Analyse descriptive du portefeuille | 16 |
| 1.2.2.1 | Qualité de données | 16 |
| 1.2.2.2 | Description des données et contrôles effectués | 16 |
| 1.2.2.3 | Analyse de données | 18 |
| 2 | Lois biométriques liées au risque dépendance | 24 |
| 2.1 | Caractéristiques prises en compte pour la construction des lois | 24 |
| 2.1.1 | Période d'observation | 24 |
| 2.1.2 | Lois retenues | 24 |
| 2.2 | Estimation des taux bruts | 26 |
| 2.2.1 | Estimateur de Hoem | 26 |
| 2.2.2 | Intervalle de confiance de l'estimateur de Hoem | 28 |
| 2.2.3 | Application à l'ensemble du portefeuille (autonome) | 30 |
| 2.2.3.1 | Taux bruts d'incidence | 30 |
| 2.2.3.2 | Taux bruts de mortalité | 31 |
| 2.3 | Lissage des taux bruts | 32 |
| 2.3.1 | Lissage de Gompertz-Makeham | 32 |
| 2.3.2 | Modèles relationnels | 35 |
| 2.3.2.1 | Coefficient d'abattement | 35 |
| 2.3.2.2 | Modèle de Brass | 35 |
| 2.3.3 | Application à l'ensemble du portefeuille (autonome) | 36 |
| 2.3.3.1 | Lissages des taux d'incidence | 36 |
| 2.3.3.2 | Lissages des taux de mortalité | 37 |
| 2.4 | Validation des ajustements | 38 |
| 2.4.1 | Critères de validation | 38 |
| 2.4.1.1 | Test des signes | 38 |
| 2.4.1.2 | Ratio observés/attendus (Ratio O/A) | 38 |
| 2.4.1.3 | MAPE (Mean Absolute Percentage Error) | 40 |
| 2.4.1.4 | Coefficient de détermination R^2 | 40 |
| 2.4.2 | Application à l'ensemble du portefeuille | 41 |
| 2.4.2.1 | Validation des lois d'incidence | 41 |
| 2.4.2.2 | Validation des lois de mortalité | 42 |
| 2.5 | Segmentation du portefeuille | 44 |
| 2.5.1 | Justification de la segmentation | 44 |
| 2.5.1.1 | Enjeux de la segmentation | 44 |
| 2.5.1.2 | Justification de la segmentation à travers les ratios O/A | 45 |
| 2.5.1.3 | Justification statistique de la segmentation : test de Log-Rank | 46 |

| | | |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 2.5.2 | Application de la segmentation sur les données | 52 |
| 2.5.2.1 | Sous-population des non réduits | 52 |
| 2.5.2.1.1 | Lois retenues | 52 |
| 2.5.2.1.2 | Lissage des taux bruts | 52 |
| 2.5.2.1.3 | Validation des lois | 54 |
| 2.5.2.2 | Sous-population des réduits | 56 |
| 2.5.2.2.1 | Lois retenues | 56 |
| 2.5.2.2.2 | Ajustement des taux bruts | 56 |
| 2.5.2.2.3 | Validation des Lois | 60 |
| 2.6 | Synthèse | 64 |
| 3 | Impact de la prise en compte des réduits sur le provisionnement | 65 |
| 3.1 | Modèle de provisionnement en normes françaises du Crédit Agricole Assurances | 65 |
| 3.2 | Définition des termes et formules de provisionnement en normes françaises | 66 |
| 3.2.1 | Notations techniques et chargements | 66 |
| 3.2.2 | La provision pour risques croissants (PRC) | 68 |
| 3.3 | Comparaison des PRC : méthode actuelle versus méthode « cible » en normes françaises | 70 |
| 3.4 | Application en vision Solvabilité 2 | 72 |
| | Conclusion | 74 |
| | Annexe | 75 |
| | Bibliographie | 80 |
| | Tables des figures | 82 |
| | Liste des tableaux | 83 |

Introduction

L'augmentation de la durée de vie des populations est un phénomène qui concerne de nombreux pays occidentaux dont la France, notamment avec l'entrée dans le troisième âge de la génération du « baby-boom ». Ce phénomène s'accroîtra dans les prochaines années, selon les projections de l'INSEE (Institut National de la Statistique et des Études économiques). Il s'accompagne notamment d'une hausse du phénomène de dépendance, qui se définit comme l'incapacité pour une personne de réaliser les activités de la vie quotidienne sans l'aide d'une tierce personne.

La dépendance engendre un coût important pour les ménages. Du financement à travers l'APA (Allocation Personnalisée d'Autonomie) à l'instauration d'un cinquième risque, les réponses des pouvoirs publics ne se font pas attendre. Cependant, face aux restes à charge parfois importants, les ménages se tournent également vers des assurances privées.

En 2000, Crédit Agricole Assurances a lancé son premier produit dépendance nommé « Assurance Dépendance » (AD) qui est en run-off depuis 2014. Les assurés cotisants du portefeuille peuvent résilier leur contrat (arrêt de cotisations avant 8 ans) ou réduire leur contrat (arrêt de cotisations après 8 ans, on parle d'assurés réduits). Les réduits représentent 16% du portefeuille et devraient augmenter suite à sa mise en run-off. Le portefeuille étant réassuré, le réassureur a identifié un risque potentiellement différent pour les assurés réduits du portefeuille, dans le cadre d'un suivi de risque. Toutefois, l'assureur doit construire des tables d'expérience qui permettent de mieux refléter le risque encouru sur les contrats et calculer des provisions qui soient les plus fidèles au risque du portefeuille.

Ce mémoire permet d'apporter des éléments de réponse sur une potentielle différence de risque entre les réduits et les non réduits du portefeuille, en construisant des lois adaptées à chacun des deux segments de population et en évaluant l'impact que cela engendre sur les provisions.

Pour ce faire, après avoir décrit le marché de la dépendance en France et analysé les données du portefeuille AD, nous analyserons les différences de risques présentées pour les deux segments de population. Ensuite, nous construirons des lois distinctes pour les

réduits et les non réduits du portefeuille. Enfin, nous allons mesurer l'impact de cette méthode sur le provisionnement.

Chapitre 1

Le marché de la dépendance

1.1 La dépendance en France

1.1.1 Définition et enjeux sociétaux de la dépendance

1.1.1.1 Définition de la dépendance

La notion de dépendance est difficile à définir. La définition la plus courante est le besoin permanent et irréversible d'une tierce personne pour effectuer les actes de la vie courante (se laver, se vêtir, s'alimenter, se déplacer). Cette perte d'autonomie est souvent le résultat du vieillissement et de maladies chroniques (Alzheimer, Parkinson, maladies cardiovasculaires, Cancer) et est rarement le résultat d'un accident.

Le risque dépendance est un risque de long terme en perpétuelle évolution, il est donc difficile à appréhender. De plus, les instituts de prévoyance et les compagnies d'assurance ont peu de données sur ce risque.

1.1.1.2 Enjeux sociétaux de la dépendance

Démographie : une population de plus en plus vieillissante

En 2017, la France comptait 1,5 millions de personnes de plus de 85 ans. D'après les projections de l'INSEE, ce chiffre est amené à évoluer fortement à 4,8 million en 2050 soit une augmentation de 220%. En 2017, 1,3 millions de personnes étaient dépendantes parmi lesquelles 60% à domicile contre 40% en établissement. Ce chiffre est projeté en 2050 à +70%, soit 2,2 millions de personnes.

Cet allongement de l'espérance de vie a pour cause principale le progrès de la médecine et de l'hygiène. Par ailleurs, sa conséquence principale est la hausse du phénomène de dépendance au cours des prochaines décennies. C'est pourquoi, aujourd'hui, le besoin de se couvrir contre la dépendance est une préoccupation majeure.

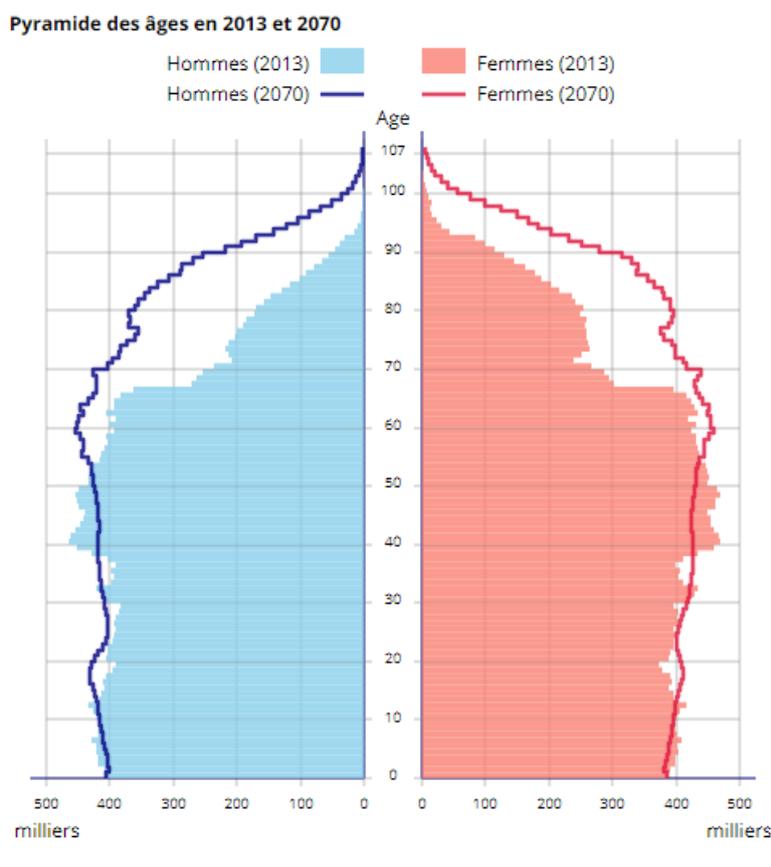


FIGURE 1.1 – Pyramide des âges en France en 2013 et en 2070

Le pyramide des âges¹ ci-dessus permet d'anticiper une forte hausse du nombre de personnes dépendantes à horizon 2070. En effet, d'ici 2070, la France comptera deux fois plus de personnes de 75 ans ou plus qu'en 2013, soit 8 millions de personnes de 75 ans ou plus supplémentaires.

La principale évolution se situerait entre 2013 et 2040 où la proportion de personnes âgées de 65 ans ou plus progressera fortement. En 2040, environ un habitant sur quatre aura 65 ans ou plus (contre 18% en 2013). Cette forte hausse correspond à l'arrivée dans cette classe d'âge de toutes les générations issues du baby-boom. L'évolution serait ensuite plus modérée : selon les hypothèses, 25 % à 34 % de la population dépasserait cet âge en 2070.

Dans un pays à la population vieillissante comme la France, la perte d'autonomie des personnes âgées est un enjeu croissant.

1. INSEE, projection de population à l'horizon 2070

Coût : Un reste à charge maîtrisé à domicile mais élevé en établissement

Il existe deux formes d'accompagnement des personnes en perte d'autonomie : l'accompagnement à domicile ou l'accueil dans un établissement d'hébergement pour personnes âgées dépendantes (EHPAD), ce qui représente des surcoûts majeurs.

En 2017, il y avait 1,3 millions de personnes en perte d'autonomie dont 60% à domicile et 40% en établissement. La dépendance des personnes âgées devient une équation de plus en plus complexe et chère à résoudre.

A domicile, la prise en charge est quasi totale pour les dépenses de soins. Elle est solvabilisée par l'APA² et le crédit d'impôt pour les dépenses d'accompagnement dans les actes de la vie quotidienne. Selon la DREES³, le reste à charge des ménages est nul pour les revenus inférieurs à 810,96€/mois et supérieur à 320€/mois pour les revenus supérieurs à 3 600€/mois.

En établissement, les prestations de la section « hébergement » (hotellerie, restauration, animation) ne sont pas prises en charge par l'APA. Selon la DREES, les revenus les plus faibles et les plus élevés bénéficient d'une aide cumulée de l'ordre de 200 €/mois mais celle-ci est minimale pour les revenus compris entre 1 000 et 1 600 €/mois. Au total, la DREES estime à 1850 €/mois le reste à charge des ménages en établissement après aides diverses. Ce reste à charge peut varier selon le type de structure. En 2011, avant ASH, il atteignait 1580 €/mois en moyenne en EHPAD public, 1730€/mois en EHPAD privé non lucratif et 2260€/mois en EHPAD privé lucratif. Il existe néanmoins des aides locales par département pour soulager les personnes qui sont dans l'incapacité de s'acquitter des coûts d'hébergement.

1.1.2 Mesure de dépendance

Il existe différentes méthodes pour évaluer le niveau de dépendance d'une personne. Ces méthodes d'évaluation peuvent varier d'un pays à un autre et d'un assureur privé à un autre. Nous aborderons deux méthodes couramment utilisées pour quantifier le degré de dépendance. La première est basée sur la méthode d'Actes à la Vie Quotidienne (AVQ). La seconde est la grille AGGIR utilisée notamment en France pour l'attribution de l'APA : l'aide personnalisée à l'autonomie.

2. Allocation Personnalisée d'Autonomie : Voir partie 1.1.3.2

3. La Direction de la Recherche, des Études, de l'Évaluation et des Statistiques

1.1.2.1 La grille AVQ

Une façon de mesurer le niveau de dépendance d'un individu est d'observer les actes de la vie quotidienne (AVQ) qu'il est capable d'exécuter sans l'aide d'une tierce personne. Il en existe 6 :

- Faire sa toilette
- S'alimenter
- S'habiller
- Se déplacer
- Être continent
- Effectuer ses transferts

Sur la base des 4 premiers actes ci-dessus, on définit la dépendance totale par l'incapacité d'effectuer au moins 3 actes (3AVQ4) et la dépendance partielle par l'incapacité d'effectuer au moins 2 actes (2AVQ4).

1.1.2.2 La grille AGGIR

La classification selon la grille AGGIR (Autonomie Gérontologie Groupes Iso-Ressources) a été créée conjointement par les Médecins de la Sécurité Sociale et la « Société Française de Gérontologie » en 1997. La grille AGGIR est une alternative à la grille AVQ et est utilisée par l'Etat français pour estimer le niveau de perte d'Autonomie des personnes âgées (seulement pour les plus de 60 ans) et calculer le montant de l'aide publique en cas de dépendance. Cette classification est également utilisée aujourd'hui par certaines compagnies d'assurance pour définir leurs produits dépendance. Le classement des états sont[12] :

| GIR | Description détaillée | En résumé |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| GIR 1 | Les personnes confinées au lit ou au fauteuil ayant perdu leur autonomie mentale, corporelle, locomotrice et sociale, qui nécessitent une présence indispensable et continue d'intervenants. | Présence constante d'une tierce personne. |
| GIR 2 | Les personnes confinées au lit ou au fauteuil dont les fonctions mentales ne sont pas totalement altérées et qui nécessitent une prise en charge pour la plupart des activités de la vie courante, ou celles dont les fonctions mentales sont altérées mais qui ont conservé leurs capacités motrices. | Tierce personne pour la plupart des activités de la vie courante. |
| GIR 3 | Les personnes ayant conservé leur autonomie mentale, partiellement leur autonomie locomotrice mais qui nécessitent quotidiennement et plusieurs fois par jour des aides pour leur autonomie corporelle. | Conservation partielle des capacités motrices , mais assistance nécessaire pour se nourrir, se coucher, se laver, aller aux toilettes. |
| GIR 4 | Les personnes qui n'assument pas seules leur transfert mais qui, une fois levées, peuvent se déplacer à l'intérieur du logement. Elles doivent être aidées pour la toilette et l'habillement. | Une certaine autonomie dans les déplacements , assistance pour se lever et se coucher ou pour certaines activités corporelles. |

FIGURE 1.2 – Groupes Iso-Ressource (GIR) de l'AGGIR

Les GIR 1 et 2 sont considérés comme en état de **dépendance totale**.

Les GIR 3 et 4 sont considérés comme en état de **dépendance partielle**.

Les GIR 5 et 6 sont considérés comme **autonomes**, et définis comme suit :

- GIR 5 : Personnes qui assurent seules leurs déplacements à l'intérieur de leur logement, s'alimentent et s'habillent seules. Elles nécessitent une aide ponctuelle pour la toilette, la préparation des repas et le ménage.
- GIR 6 : Personnes qui n'ont pas perdu leur autonomie pour les actes discriminants de la vie courante.

1.1.2.3 États relatifs au risque dépendance

Nous désignons par :

- DT : Dépendance totale
- DP : Dépendance partielle

Nous supposons également que l'état de l'assuré ne peut s'améliorer. Nous représentons le modèle à 4 états ci-dessous.

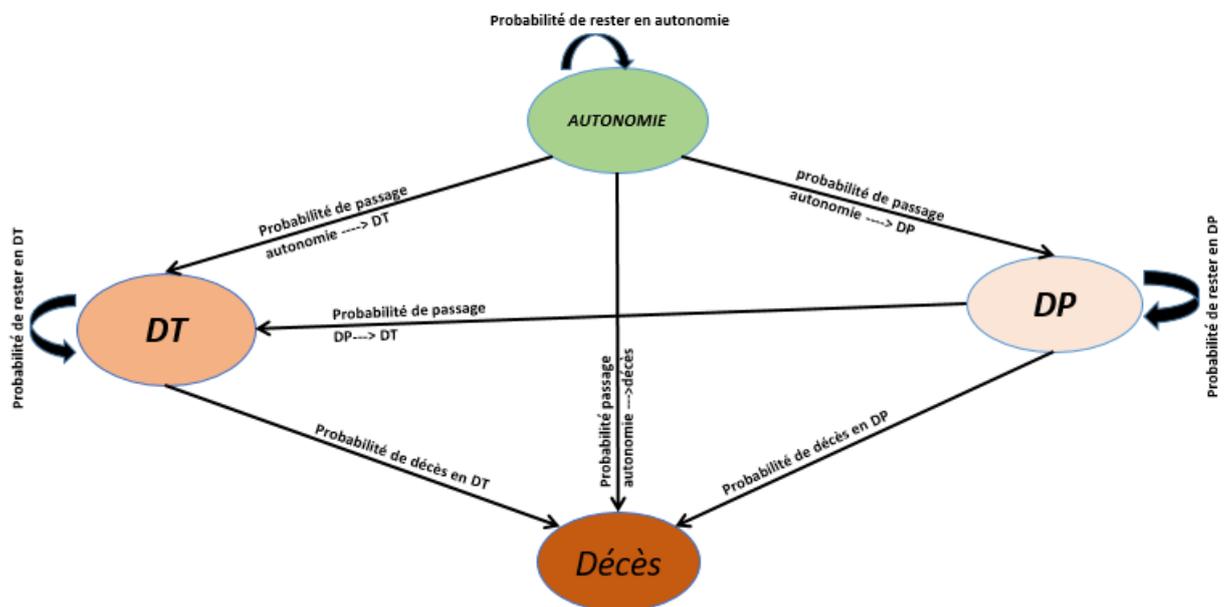


FIGURE 1.3 – Modèle à 4 états

1.1.3 Le système public

1.1.3.1 Évolution des prestations du système public français

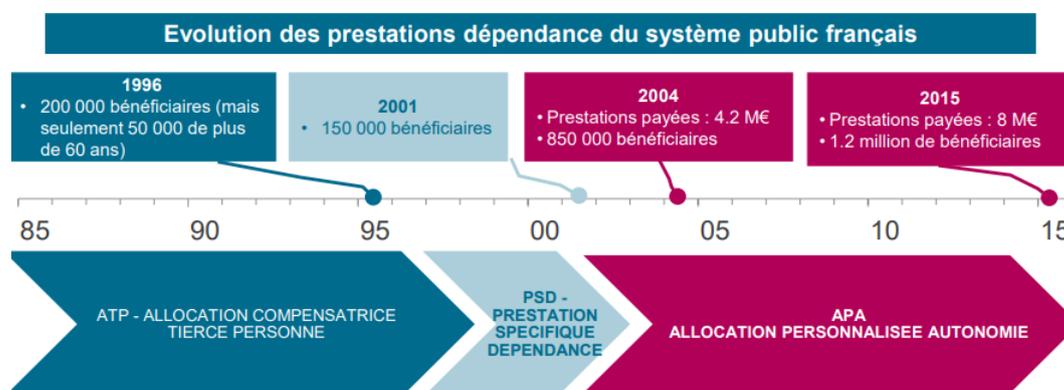


FIGURE 1.4 – Évolution des prestations du système public français de 1996 à 2015[12]

- **L'ATP** : Allocation compensatrice pour Tierce Personne : Elle était versée sans conditions d'âge et couvre la dépendance totale nécessitant des soins. Cette allocation constitue plus une aide pour un handicap.
- **La PSD** : Prestation Spécifique Dépendance : Elle a existé de 1997 à 2001 et était réservée aux personnes de plus de 60 ans sous conditions de ressources. Seule la dépendance GIR 123 est couverte, au vu de la grille AGGIR.
- **L'APA** : Elle est entrée en vigueur le 1^{er} janvier 2002 et est réservée aux personnes de plus de 60 uniquement. Elle permet de couvrir la dépendance de niveau GIR 4. L'APA ouvre droit à une prestation sans condition de ressources et le montant des prestations dépend des ressources.

1.1.3.2 Financement de la dépendance

L'APA : Aide Personnalisée d'Autonomie

L'APA est un système public en cas de dépendance mis en place au 1^{er} janvier 2002. Elle est destinée aux personnes âgées de plus de 60 ans uniquement qui rencontrent des difficultés ou présentent un handicap pour effectuer les gestes simples de la vie quotidienne. Son montant dépend du revenu du bénéficiaire et est attribué selon la classification AGGIR. A fin décembre 2018, 1,3 millions de personnes de plus de 60 ans recevaient des prestations par le biais de ce système. Une croissance est attendue à 1,6 millions en 2030 et 1,9 millions en 2040.

Le montant moyen de l'indemnité mensuelle est de 491€ alors que le tarif mensuel d'un EHPAD approche les 2000€ (hors forfait de soins). Pour un maintien à domicile, la facture moyenne s'élève à 2200€/mois + frais d'aménagement du logement dont le coût

atteint en moyenne 4280€. Pour autant, le revenu mensuel moyen des retraités est de 1830€. Par conséquent, les familles doivent souvent assumer la prise en charge de cette situation de dépendance.

L'APA à domicile est égale au montant de la fraction du plan d'aide que vous utilisez, auquel on soustrait une certaine somme restant à votre charge (appelée aussi votre participation financière). Son montant ne peut pas dépasser un montant mensuel maximum :

| GIR | Montant mensuel maximum |
|-------|-------------------------|
| GIR 1 | 1 747,58 € |
| GIR 2 | 1 403,24 € |
| GIR 3 | 1 013,89 € |
| GIR 4 | 676,30 € |

TABLE 1.1 – Montant mensuel maximum variable en fonction du groupe iso-ressources (GIR) de rattachement

Prise en charge publique de la dépendance

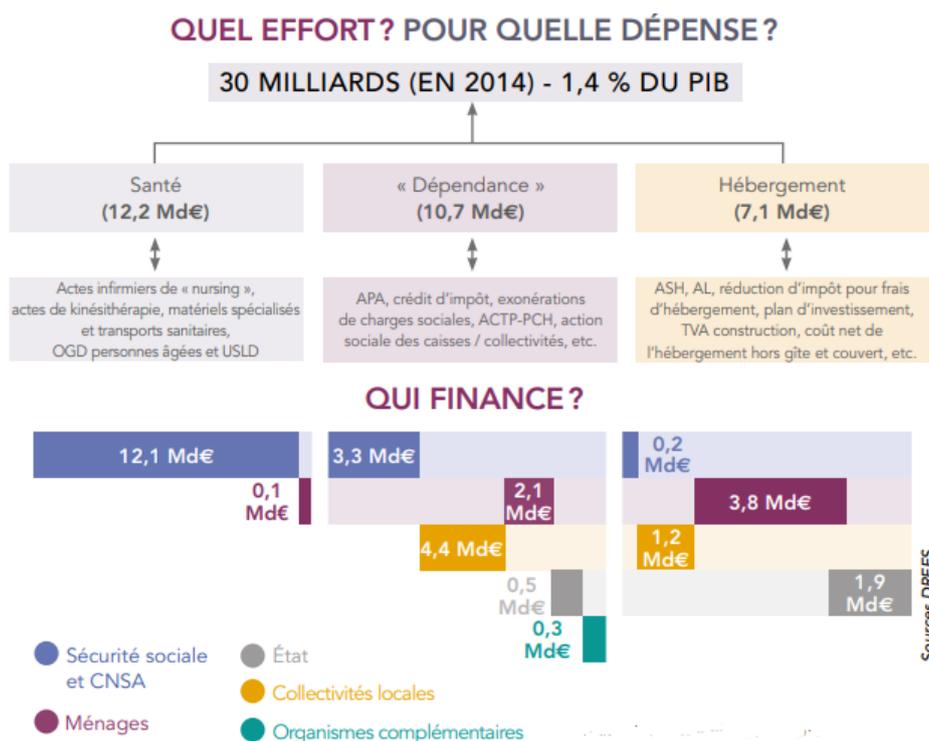


FIGURE 1.5 – Financement de dépendance en France

Tous financeurs confondus, les dépenses de prise en charge des personnes âgées dépendantes représentent 30,0 milliards d'euros en 2014 (soit 1,4% du PIB), selon les chiffres de la DREES. Le financement des dépenses publiques représente 79% de ce montant (23,7 milliards d'euros, soit 1,11% du PIB), porté principalement par l'APA servie à la fois à domicile et en établissement. Cette somme recouvre les dépenses de santé, de prise en charge de la perte d'autonomie et d'hébergement.

Selon les projections de la DREES, la dépendance publique en faveur des personnes dépendantes augmenterait très fortement d'ici 2060 pour atteindre 2,07 points de PIB. Les plus fortes évolutions seront observées entre 2030 et 2045, pour des raisons démographiques.

1.1.3.3 Actualité : Projet de loi sur la dépendance

La dépendance est un sujet d'actualité qui intéresse notamment les pouvoirs publics. En 2018, Emmanuel MACRON avait annoncé une loi sur la dépendance des personnes âgées : la loi Grand Âge et autonomie. Elle a pour ambition de réformer l'aide aux personnes âgées et de promouvoir leur maintien à domicile ou encore, d'améliorer leur accompagnement dans les EHPAD [16].

Priorité pour l'accompagnement à domicile et le soutien aux proches aidant : La loi privilégie le maintien à domicile des personnes en perte d'autonomie. Pour cela, l'APA à domicile est réformée. Les plafonds d'aide sont augmentés, permettant ainsi d'accroître le nombre d'heures d'aide à domicile.

Pour financer l'accompagnement à domicile des personnes en perte d'autonomie, la loi affecte à la Caisse nationale de solidarité pour l'autonomie (CNSA) le produit de la contribution additionnelle de solidarité pour l'autonomie (CASA). La CASA, créée en 2013, est prélevée sur une partie des pensions de retraite, d'invalidité et des préretraites. Jusqu'en 2015, une partie des fonds collectés était affectée au Fonds de solidarité vieillesse.

La loi vise également à faciliter le travail des aidants à domicile. Elle reconnaît le « droit au repos » qui donne le droit à un aidant de prendre du repos. Un proche aidant une personne en dépendance pourra également bénéficier d'une aide d'un montant allant jusqu'à 500€/an pour financer la prise en charge de la personne dépendante dans une autre structure (hébergement temporaire, relais à domicile, etc.) afin qu'il puisse se reposer ou dégager du temps pour soi.

Vers la création d'un cinquième risque :

Ce projet de loi acte sur la création d'une nouvelle branche dédiée à l'autonomie des personnes âgées et handicapées. À partir de 2021 l'autonomie viendra s'ajouter à la maladie, la famille, les accidents du travail et la retraite pour former une cinquième branche de la sécurité sociale. La gestion de cette nouvelle branche sera confiée à la CNSA. Cependant, au vu du coût élevé que cela pourrait engendrer et compte tenu de

la crise sanitaire de la COVID-19, la question est remise sur la table. Des concertations avec les partenaires sociaux et les collectivités territoriales devraient être organisées très prochainement afin d'acter sur des solutions de financement pour la prise en charge de ce risque d'ici 2024.

1.2 Crédit Agricole Assurances et son portefeuille dépendance

1.2.1 Description du produit « Assurance Dépendance » (AD)

1.2.1.1 Adhésion

Le produit s'adresse aux personnes âgées de 18 à 75 ans. L'adhésion est :

- Immédiate en cas de réponse négative au questionnaire médical
- Différée dans le cas contraire

Il n'est pas possible de choisir une date d'effet différée. L'assuré choisit le type de garantie à laquelle il souhaite souscrire, son montant de rente et de capital équipement.

1.2.1.2 Cotisation

La cotisation est déterminée selon l'âge de l'assuré à la date d'adhésion. Il s'agit d'une prime payable d'avance selon la périodicité choisie par l'assuré (mensuelle, trimestrielle ou annuelle) et révisable selon les résultats techniques, dans la limite de 5% par an. La prime cesse d'être due à partir de la date où l'assuré est reconnu dépendant par l'assureur au titre de la dépendance totale ou partielle. En cas de sortie de l'état de dépendance, la prime est de nouveau due. Si elle cessait d'être payée, la couverture prendrait fin.

1.2.1.3 Les garanties

À l'adhésion, l'assuré choisit une des deux formules proposées :

- **La garantie dépendance totale seule (DT)**
- **Les garanties dépendance totale et partielle (DTP)**

Ces formules garantissent le versement d'une **rente mensuelle** et d'un capital forfaitaire, dit « **capital équipement** ». La rente est versée tant que l'assuré demeure en état de dépendance, et au plus tard jusqu'à son décès. En outre, il y a possibilité de souscrire à l'option « **capital-décès** ».

Garantie 1 : Dépendance totale seule (DT)

En cas de dépendance totale GIR 1 ou 2, sont versés :

- Une rente mensuelle égale à 100% de la rente mensuelle de base (de 400€ à 2400€ hors revalorisations)
- Un capital équipement égal à 100% du capital équipement de base (3200€ hors revalorisations)

Garantie 2 : Dépendance totale et partielle (DTP)

En cas de dépendance totale GIR 1 ou 2, sont versés :

- Une rente mensuelle égale à 100% de la rente mensuelle de base
- Un capital équipement égal à 100% du capital équipement de base

En cas de dépendance partielle GIR 3 ou 4, sont versés :

- Une rente mensuelle égale à 50% de la rente mensuelle de base
- Un capital équipement égal à 75% du capital équipement de base.

Enfin, en cas de dépendance partielle GIR 5, un capital équipement égal à 50% du capital équipement de base est versé.

Les garanties ne sont pas cumulatives, le montant maximal de versement ne peut excéder 100% du montant de base.

Garantie optionnelle

L'adhérent peut choisir qu'en cas de décès, un capital de 2400€ (hors revalorisations) soit versé au bénéficiaire.

En résumé :

| Garantie | État GIR | Rente de base | Capital équipement de base |
|--------------------------------|----------|---------------|----------------------------|
| Dépendance totale seule | GIR12 | 100% | 100% |
| Dépendance totale et partielle | GIR12 | 100% | 100% |
| | GIR34 | 50% | 75% |
| | GIR5 | Pas de rente | 50% |

TABLE 1.2 – Les garanties proposées par le produit « Assurance Dépendance »

1.2.1.4 Sélection médicale et délais de carence

La sélection médicale est effectuée à l'aide d'un questionnaire médical, complété si nécessaire par un questionnaire plus complet et des examens médicaux.

Aussi, afin de limiter les risques d'anti-sélection, le contrat comporte des délais de carence, différenciés selon la cause de la dépendance.

La couverture est acquise :

- Après un délai de carence de trois ans, si la dépendance est due à une maladie neurodégénérative ;
- Immédiatement pour les autres causes de dépendance

Si la dépendance survient pendant ces délais, les cotisations payées par l'assuré lui sont intégralement remboursées.

1.2.1.5 Franchise

- **Partie rente** : le premier paiement de la rente a lieu à la fin du mois de l'acceptation du sinistre ; dans les calculs, nous appliquons une franchise de 0 mois.
- **Partie capital, relative au niveau GIR5** : le capital est versé à la fin du mois de l'acceptation du sinistre ; dans les calculs, nous appliquons une franchise de 0 mois cette partie du capital.
- **Partie capital, relative au niveau GIR1 à 4** : le capital est versé en même temps que le troisième arrérage de la rente ; dans les calculs, nous appliquons une franchise de 3 mois pour cette partie du capital.

1.2.1.6 Arrêt du paiement des cotisations

A tout moment, l'adhérent peut demander la résiliation de son adhésion. La résiliation prend effet à l'échéance suivante, sous réserve que la demande soit parvenue à CAA⁴ au moins trente jours avant cette date.

Avant 8 ans : résiliation

Sous réserve du paiement des cotisations et des conséquences prévues en cas de fausse déclaration, CAA ne peut résilier l'adhésion au-delà d'un délai de 2 ans.

En cas de refus, de la part du Médecin-conseil de CAA, d'un état de dépendance faisant suite à une des exclusions contractuelles, l'adhésion est résiliée et CAA rembourse le prorata de cotisation trop perçu.

4. CRÉDIT AGRICOLE ASSURANCES

Après 8 ans : maintien partiel des garanties (« mise en réduction du contrat »)

En cas d'arrêt de versement des cotisations après au moins 8 années de paiement, l'adhésion bénéficie du maintien partiel des garanties : la garantie dépendance totale est maintenue ainsi que l'option décès éventuelle pour des montants de rente et de capitaux réduits et qui ne seront plus revalorisés, tandis que l'assistance n'est plus garantie.

Un barème permet de calculer les montants réduits par application d'un coefficient sur les montants garantis initialement ; il dépend :

- De l'âge de l'assuré à l'adhésion
- De la durée en année de l'adhésion à la date de calcul
- Du choix initial de la garantie

Les assurés en maintien partiel de garantie sont également appelés les assurés « réduits » ou en « réduction de garantie » ou encore les assurés en « maintien partiel de garantie ».

Pour la suite de ce mémoire, on utilisera le terme « assurés réduits » pour désigner les assurés en maintien partiel de garantie.

Le graphique ci-dessous résume bien les définitions ci-dessus des assurés réduits et des assurés ayant résilié leur contrat :

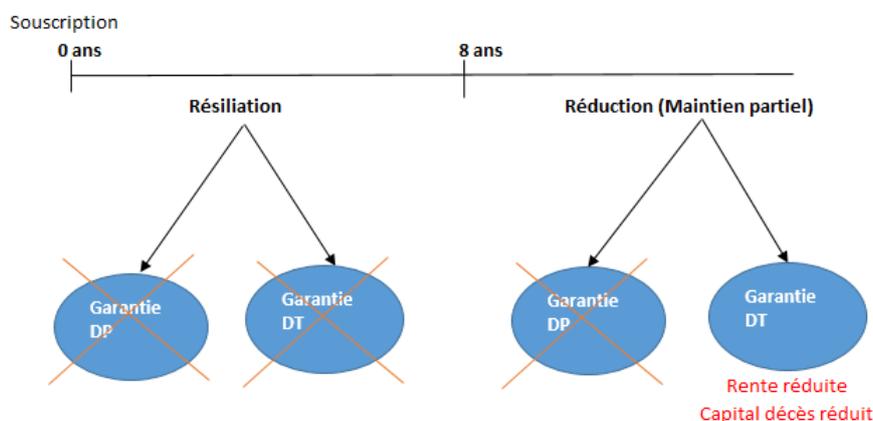


FIGURE 1.6 – Réduction de garantie versus résiliation

1.2.1.7 Revalorisation

Crédit Agricole Assurances se réserve le droit d'augmenter les cotisations lorsqu'une décision législative ou réglementaire vient modifier ses engagements ou si les résultats techniques du contrat le nécessitent. Dans ce dernier cas, l'augmentation ne pourra toutefois excéder 5% par an. Cette revalorisation est effective à la date d'anniversaire de l'ad-

hésion qui suit le 1^{er} Juin et entraîne la revalorisation des garanties, des prestations et des provisions pour risques croissants (PRC).

1.2.1.8 Modification durant la vie du contrat

- Tant que l'assuré ne bénéficie pas des prestations du contrat, il peut demander :
- L'augmentation des garanties jusqu'à l'âge de 75 ans (hausse du montant de la rente de base ou ajout d'une garantie) : l'assuré sera alors soumis à une nouvelle sélection médicale.
 - La diminution des garanties (baisse du montant de la rente de base ou suppression de garanties) : dans ce cas, l'assuré ne sera pas soumis à une nouvelle sélection médicale.

1.2.2 Analyse descriptive du portefeuille

1.2.2.1 Qualité de données

Dans le cadre de notre étude, nous disposons de données déjà retraitées des anomalies. En effet, Crédit Agricole Assurances dispose en son sein d'une équipe dédiée au traitement des données brutes en données exploitables. La base de données dépendance reconstitue la vision du portefeuille dépendance au 31/12/2020, avec les éléments de vie du contrat et ceux relatifs à la sinistralité. Cependant, nous avons appliqué une série de contrôles de cohérences puisqu'il est essentiel de constituer une base de données fiable pour mener à bien notre étude.

1.2.2.2 Description des données et contrôles effectués

La base de données « Assurance Dépendance » du Crédit Agricole Assurances contient 435 960 polices et 121 variables qui ne sont pas toutes utiles pour la construction des taux bruts. Nous conserverons les polices et colonnes essentielles pour notre étude

Dans un premier temps, nous retirons de notre base les polices qui n'ont pas cotisé pour différentes raisons :

| Code police | Nombre de contrats |
|-----------------------------|--------------------|
| Ajourné | 3 776 |
| Annulé | 44 721 |
| Renoncé | 11 105 |
| Sans suite (refus surprime) | 21 852 |
| Refusé | 45 626 |
| Total | 127 080 |

TABLE 1.3 – Polices non prises en compte

Nous obtenons finalement une base de données qui contient les informations essentielles sur l'assuré et le contrat :

| Assurés | Contrats |
|-------------------|-------------------------------------------|
| Numéro de police | Date d'entrée |
| Code sexe | Date de résiliation |
| Date de Naissance | Date de réduction |
| Âge | Date de Décès |
| | Date de début de chaque garantie |
| | Date de fin de chaque garantie |
| | Montant rentes garanties |
| | Montants capitaux éventuels garantis |
| | Montant prime |
| | Date entrée en dépendance dans chaque GIR |
| | Ancienneté |

TABLE 1.4 – Information sur les contrats retenus pour l'étude

Nous avons également effectué quelques vérifications de cohérences :

| Tests | Résultats |
|------------------------------------------------------------------|-----------|
| Date de décès < Date de naissance | 0 |
| Date de fin de contrat < Date de souscription | 1 |
| Date de décès < Date de souscription | 0 |
| Date de décès < Date de fin de contrat | 0 |
| Amélioration état GIR | 1 |
| Date de début garantie totale > Date de début garantie partielle | 0 |
| Date GIR 3,4 ou 5 existe et pas de garantie dépendance partielle | 0 |

TABLE 1.5 – Quelques vérifications de cohérence

Nous obtenons finalement pour notre étude, une base de données contenant 308 878 polices.

1.2.2.3 Analyse de données

Exposition au risque :

- Nombre d'adhésions par année

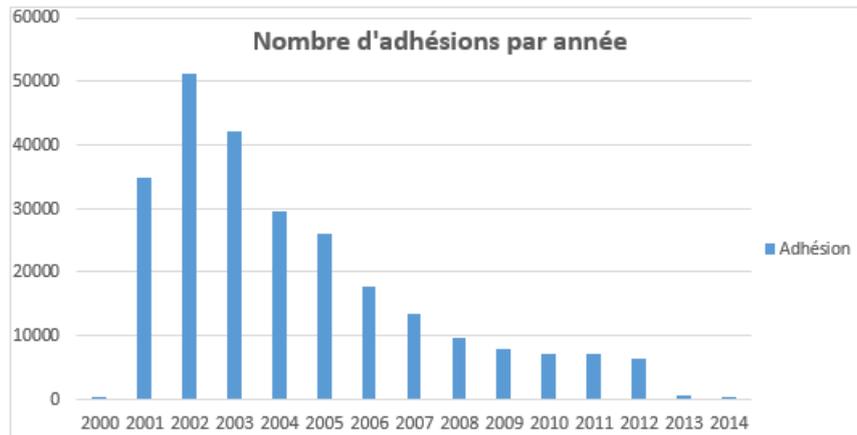


FIGURE 1.7 – Affaires nouvelles par année

La commercialisation du produit « Assurance Dépendance (AD) » du Crédit Agricole Assurances a débuté au milieu de l'année 2000 et s'est arrêtée en 2014. Les ventes étaient plus importantes lors des quatre premières années du produit, notamment grâce aux campagnes de commercialisation initiées par les réseaux de distribution (les caisses régionales). Aussi, Il faut noter que dans les années 2000, les contrats d'assurance dépendance bénéficiaient d'un « effet de mode ». En 2012, AD n'était quasiment plus en vente et est en run-off depuis 2014. Il a été remplacé par un autre produit appelé « Vers l'Autonomie Assurance » (VLA).

• Répartition du portefeuille autonome

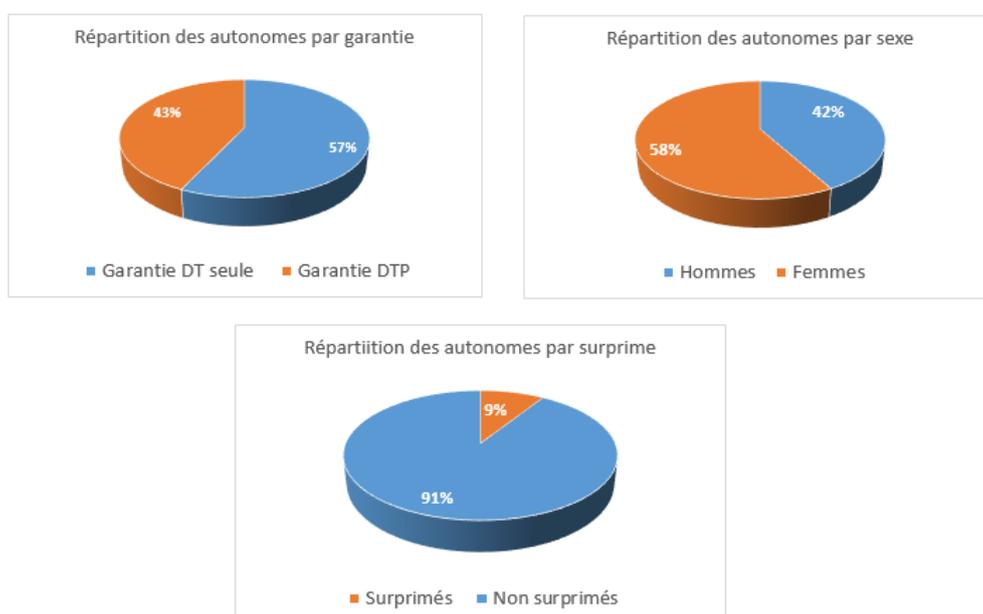


FIGURE 1.8 – Répartition du portefeuille autonome par garantie, sexe et surprime au 31/12/2020

- 57% des assurés souscrivent à la garantie Dépendance totale seule (DT) et 43% ont opté pour la garantie dépendance totale et partielle (DTP) au 31/12/2020. la plupart des assurés préfèrent se couvrir uniquement contre la dépendance totale pour ne pas payer plus de prime, d'autant plus que la dépendance partielle est moins handicapante.
- Les femmes sont les plus exposées aux différents risques du portefeuille, nous avons 58% de femmes contre 42% d'hommes.
- Au 31 décembre 2020, le portefeuille autonome est composé de 9% d'assurés surprimés à la suite d'une sélection médicale. En effet, ces surprimes présentent un risque plus important compte tenu de leur état de santé dégradé. Ils subissent un taux de surprime en moyenne de 43%.

- Nombre d'adhésions par année

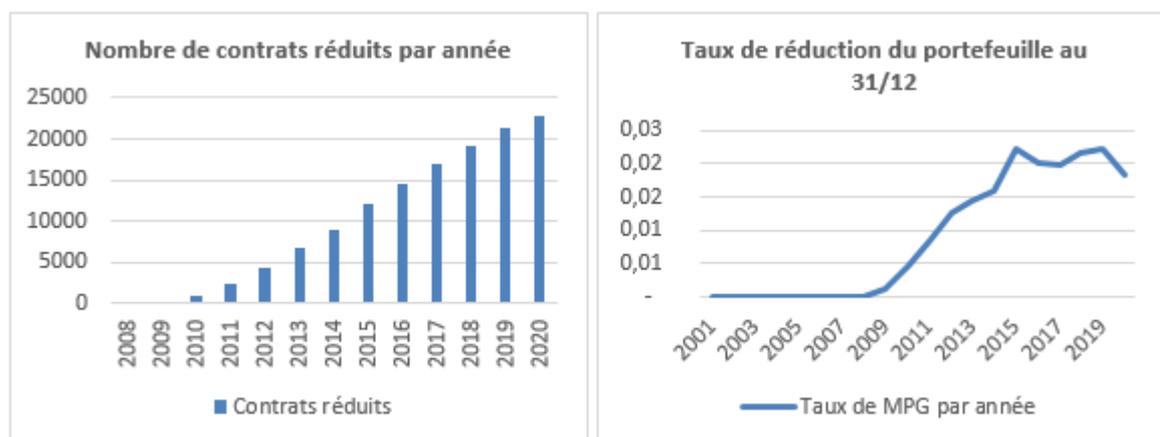


FIGURE 1.9 – Nombre de contrats réduits et taux de réduction

- Les réductions correspondent aux arrêts du paiement de cotisation après au moins 8 ans d'ancienneté (cf. partie 1.2.1.6) . La commercialisation du produit ayant débuté en 2000, les premières réductions de contrat ne sont possibles qu'à partir de 2008 (on observe 3 réductions en 2008 et 211 réductions en 2009). Nous observons un nombre croissant de réduction au fil des années voire une évolution linéaire.
- Le taux de réduction correspond à la proportion de réduits des assurés autonomes ayant au moins 8 ans d'ancienneté. Ce taux est faible en 2008 et 2009, ce qui peut s'expliquer par le nombre faible ayant cotisé pendant 8 ans. Il est plus élevé à partir de 2015 et l'augmentation semble se poursuivre dans les années à venir. ce pic en 2015 serait lié à la révision tarifaire initiée la même année. En effet, le risque dépendance étant un risque évolutif à long terme, plusieurs acteurs du marché, dont Crédit Agricole Assurances ont constaté une dégradation du risque, et ont ainsi engagé un processus de révision tarifaire pour y faire face et ainsi parvenir à l'équilibre tarifaire. Ce qui aurait modifié le comportement des assurés.

- Répartition des réduits par garantie

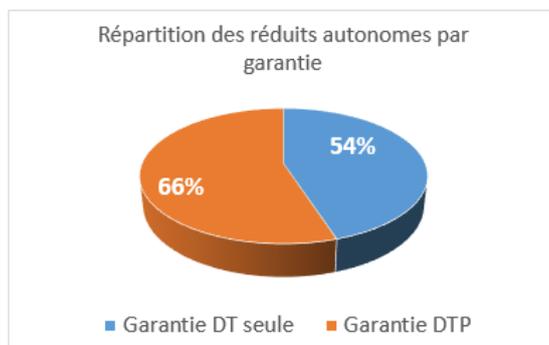


FIGURE 1.10 – Répartition des réduits autonomes par garantie

Au 31/12/2020, un tiers des réduits bénéficiaient de la garantie dépendance totale seule et deux tiers bénéficiaient de la garantie DTP. Ce qui signifie que la plupart des assurés qui ne réduisent pas leur contrat sont garantis contre la dépendance partielle et totale. Cela pourrait s’expliquer par le fait qu’en cas de réduction, les assurés ne conservent que la garantie de base (dépendance totale seule) et perdent leur garantie dépendance partielle éventuelle, l’assuré ne voulant pas perdre une partie de leur garantie puisqu’ayant cotisé pendant plusieurs années (au moins 8 ans).

Sinistralité :

- Nombre de résiliations et taux de résiliation

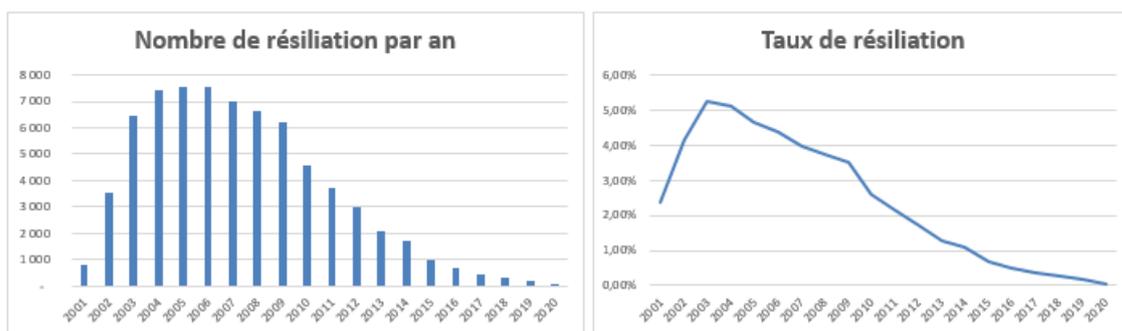


FIGURE 1.11 – Nombre de résiliation annuelle et taux de résiliation

- Le nombre de résiliation a augmenté jusqu'en 2005 avant de baisser progressivement. Nous pouvons penser que les ventes ont été mal ciblées ou que la stratégie de rétention client n'a pas été assez efficace pour retenir les premiers assurés du portefeuille. Aussi, l'âge moyen de résiliation est de 57 ans et l'ancienneté moyenne de 4 ans. Un assuré de notre portefeuille tombe en dépendance à 76 ans en moyenne, cela laisser présager que l'assuré qui résilie son contrat ne semble pas très concerné à moyen terme par la dépendance et préfère résilier son contrat plus tôt pour éviter de cotiser encore plus longtemps.
- Le taux de résiliation correspond à la proportion de résiliation parmi les personnes autonomes ayant 1 à 7 ans d'ancienneté. Sur la période de 2000 à 2020, le taux de résiliation moyen est de 2,4% avec un pic de 5,24% en 2003 et un minimum de 0,04% en 2020. A partir de 2022, ce taux sera nul car tous les assurés du portefeuille auront au moins 8 ans d'ancienneté, le portefeuille étant en run-off depuis 2014.

• Nombre d'incidences et taux d'incidence

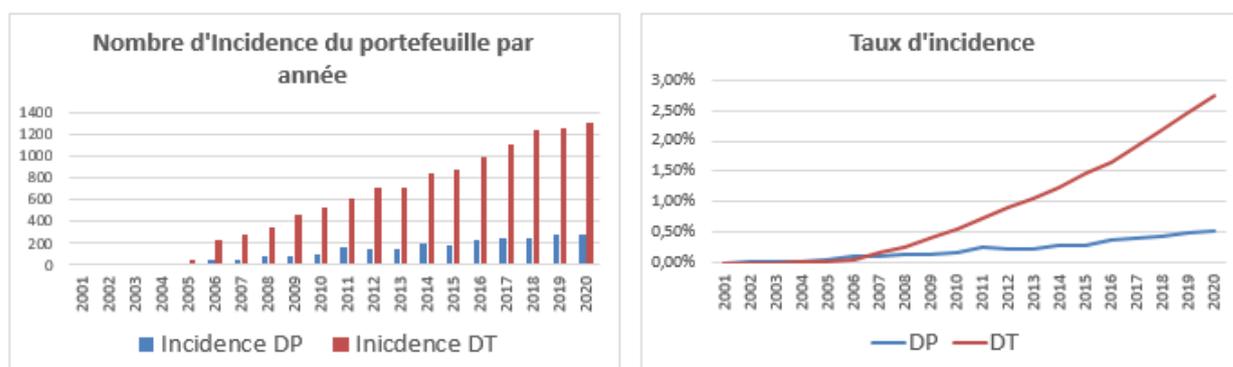


FIGURE 1.12 – Nombre d'incidence annuelle et taux d'incidence

- Au regard du nombre d'incidence par année, la dépendance totale est le risque d'incidence le plus important de notre portefeuille. Il n'y a quasiment pas d'incidence avant 2005 car le produit est à ses débuts. Le nombre d'incidence reste croissant au fil des années. En fin 2020, le portefeuille contenait encore 1 159 565 cotisants âgés de 72,8 ans en moyenne. Ainsi, Le nombre d'incidence devrait augmenter encore quelques années compte tenu de l'augmentation de l'âge moyen de notre portefeuille avant de baisser au fur et à mesure que le portefeuille tend vers son extinction. L'âge moyen d'entrée en dépendance partielle de notre portefeuille est de 75 ans contre 76,5 ans pour la dépendance totale.

- Le taux d'incidence par année représente le nombre d'entrée en dépendance rapporté à l'exposition. En 2020, seulement 2,74% des assurés entrent en dépendance totale contre 0,41% en dépendance partielle, alors que 43% bénéficient de la garantie DTP (cf. figure 1.8). Notre portefeuille n'est donc pas pour l'instant fortement exposé à l'incidence aux incidences. Ce taux pourrait évoluer fortement dans les prochaines années suite à la diminution du nombre d'exposition et l'augmentation progressive du nombre de dépendants.

• Répartition des décès du portefeuille par état

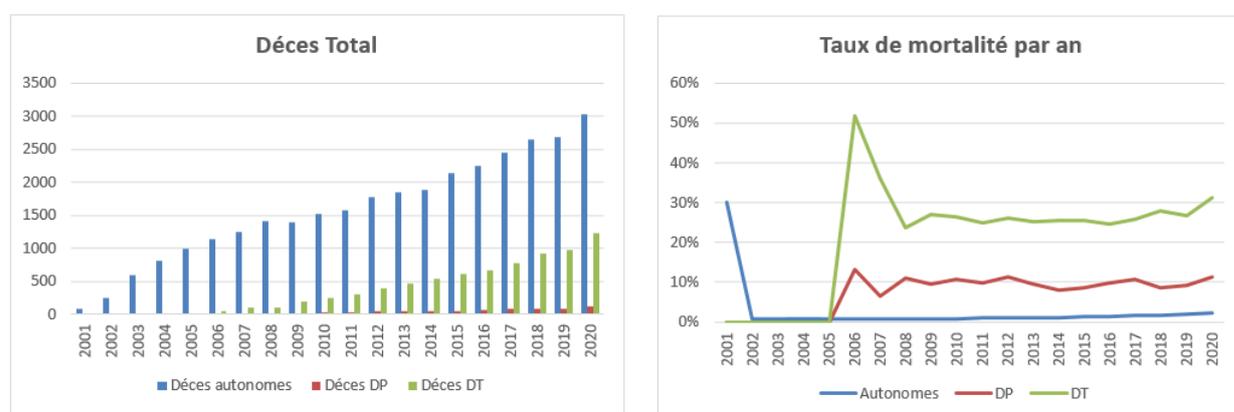


FIGURE 1.13 – Nombre de décès par année

- Il n'y a pas de décès de dépendants avant 2005 sûrement dû à l'âge moyen des dépendants de notre portefeuille qui était de 70 ans en 2005, alors que l'espérance de vie en dépendance du portefeuille se situait autour de 78 ans. Des trois états, les autonomes sont ceux qui décèdent le plus dans notre portefeuille suivis des dépendants totaux et des dépendants partiels. Cependant, le constat est différent lorsque nous rapportons ces mortalités aux expositions, comme l'indique le taux de mortalité par niveau de dépendance ci-dessous.
- Le taux de décès des assurés du portefeuille est d'environ 30% pour la dépendants totaux, 10% pour les dépendants partiels et 2% pour les autonomes en fin 2020. Cela est notamment dû au fait que la dépendance totale est la situation la plus handicapante, suivi de la dépendance partielle puis de l'autonomie. Les volatilités observées les 6 premières années s'expliquent par un nombre faible d'exposition. L'âge moyen de décès en autonomie du portefeuille est de 72 ans contre 78 ans en dépendance partielle et 79 ans en dépendance totale.

Chapitre 2

Lois biométriques liées au risque dépendance

2.1 Caractéristiques prises en compte pour la construction des lois

2.1.1 Période d'observation

Des études menées les années antérieures dans le service, sur le portefeuille dépendance, ont permis de montrer que la période optimale à choisir pour la construction des lois est de 6 ans. En effet, pour choisir la période d'observation, il est nécessaire d'utiliser un nombre de données important pour mieux capter notre risque. Cependant, il convient de ne pas utiliser une période trop longue pour éviter le biais dû à l'effet de génération.

Pour choisir la période d'observation, des tests ont été menés sur des périodes allant de 1 à plusieurs années, puis les années avec de fortes variations ont été éliminées. L'objectif est de sélectionner la période la plus courte (donc la plus représentative du risque actuel) tout en ayant suffisamment de matérialité. La période choisie doit nous garantir une stabilité des taux d'incidence et de mortalité dans le temps.

Ainsi, la période considérée actuellement pour le calcul des taux bruts est la période [2014-2019]

2.1.2 Lois retenues

En cohérence avec la méthodologie utilisée par CREDIT AGRICOLE ASSURANCES pour établir ses barèmes de provisionnement, les lois suivantes ont été retenues :

- **6 lois d'incidence** (passage en GIR 12345/GIR 1234/GIR 12 x H/F) :
 - Périmètre GIR12 : Portefeuille Garantie Totale et Garantie Totale et Partielle ;
 - Périmètre GIR1234 : Portefeuille Garantie Totale et Partielle ;
 - Périmètre GIR12345 : Portefeuille Garantie Totale et Partielle ;

- **6 lois de mortalité des autonomes** (mortalité des valides Non GIR 12345/ Non GIR 1234/ Non GIR 12 x H/F) :
 - Périmètre Non GIR12 : Portefeuille Garantie Totale et Garantie Totale et Partielle ;
 - Périmètre Non GIR1234 : Portefeuille Garantie Totale et Partielle ;
 - Périmètre Non GIR12345 : Portefeuilles Garantie Totale et Partielle ;

- **4 lois de mortalité des dépendants** (mortalité des dépendants GIR 12/ GIR 1234 x H/F) :
 - Périmètre GIR12 : Portefeuille Garantie Totale et Garantie Totale et Partielle ;
 - Périmètre GIR1234 : Portefeuille Garantie Totale et Partielle ;

En résumé, les **16 lois retenues** par la méthodologie du CAA¹ (sur le portefeuille autonome et dépendant) sont :

| | Lois d'incidence | Lois de mortalité des autonomes | Lois de mortalité des dépendants |
|---------|------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| Libellé | GIR 12 H/F | Non GIR 12 H/F | GIR 12 H/F |
| | GIR 1234 H/F | Non GIR 1234 H/F | GIR 1234 H/F |
| | GIR 12345 H/F | Non GIR 12345 H/F | |

TABLE 2.1 – Lois retenues pour le portefeuille autonome et dépendant

Seuls les taux de mortalité des dépendants sont construits par âge et par ancienneté, les taux d'incidence et de mortalité des autonomes sont construits par âge uniquement.

Pour notre étude, nous n'allons pas représenter les taux de mortalité des dépendants car aucune segmentation ne sera effectuée par la suite sur cette population. Ainsi, pour le calcul des taux bruts, nous nous intéressons uniquement à l'incidence et à la mortalité des autonomes.

1. Crédit Agricole Assurances

2.2 Estimation des taux bruts

Tous les taux bruts seront calculés à l'aide de l'estimateur de Hoem. En effet, cet estimateur est simple à mettre en place et permet notamment d'introduire les phénomènes de censures et de troncatures. De plus, des études/mémoires ont été réalisés dans le service permettant de comparer différentes méthodes de calcul des taux bruts. Il ressort que sur le périmètre dépendance, l'estimateur de Hoem est le plus adapté. Ces études ne seront pas reconduites dans ce mémoire.

2.2.1 Estimateur de Hoem

L'estimation des taux bruts d'incidence et de mortalité a été effectuée grâce à l'estimateur des moments de Hoem. Cet estimateur permet de calculer l'exposition exacte d'un assuré aux risques considérés donc de considérer l'assuré seulement sur l'intervalle où il est exposé aux risques. Il généralise l'estimateur binomial en introduisant des censures et troncatures.

Notations

- n_x : nombre d'individus sous risque à l'âge x
- D_x : la variable aléatoire représentant le nombre de décès observés sur $]x, x + 1]$
- d_x : réalisation de D_x
- $[\alpha_i, \beta_i]$ représente l'intervalle inclus dans $[x, x + 1]$ pour lequel l'assuré i est sous observation
- X_1, \dots, X_{n_x} : n_x variables de Bernoulli de paramètre ${}_{\beta_1 - \alpha_i}q_{x + \alpha_i}$ indépendantes.

Hypothèses :

- Chaque décès est indépendant des autres.
- Un individu i vivant en x , décède dans l'intervalle $[\alpha_i, \beta_i] \subset [x, x + 1]$, avec la probabilité $(\beta_i - \alpha_i)q_x$.
- On suppose que la probabilité pour un individu d'âge x de décéder entre l'âge x et l'âge $x + t$ est une fonction linéaire du temps. Donc ${}_tq_x = tq_x$ pour tout $t \in [0, 1]$ et ${}_{s-t}q_{x+1} \approx_t p_x -_s p_x$.

La probabilité de décéder dans l'année pour chaque assuré d'âge $x + \alpha_i$ est ${}_{\beta_i - \alpha_i}q_{x + \alpha_i}$, donc $D_x = \sum_{i=1}^{n_x} X_i$ suit une loi $B(n_x, \beta_i - \alpha_i q_{x + \alpha_i})$.

On pose $Z_i = \frac{X_i}{\beta_i - \alpha_i}$, donc $\mathbf{E}[Z_i] = \mathbf{E}\left[\frac{X_i}{\beta_i - \alpha_i}\right]$. Des deux dernières hypothèses, on déduit que :

$$\mathbf{E}(X_i) = \beta_i - \alpha_i q_{x+\alpha_i} \approx (\beta_i - \alpha_i) q_x$$

Résultat :

On applique ensuite la loi des grands nombres aux Z_i , et on obtient compte tenu des résultats précédents :

$$\hat{q}_x = \frac{dx}{\sum \beta_i - \alpha_i} \quad (*)$$

L'équation (*) peut encore s'écrire comme suit : $\hat{q}_x = \frac{dx}{er_x}$ avec $er_x = \sum_{j=1}^{n_x} er_x^{(j)}$ où $er_x^{(j)}$ désigne l'exposition au risque de l'individu j , elle est égale à la fraction de l'année vécue et assurée par l'individu pendant l'observation.

Contexte d'utilisation :

L'estimateur des moments de Hoem est un estimateur paramétrique : son étude repose sur une hypothèse de distribution de la table de mortalité. Si les hypothèses paramétriques adoptées sont proches de la loi de mortalité, les estimations paramétriques, et donc l'estimateur de Hoem, sont les mieux adaptées.

Source : Modèles de Durée, Applications actuarielles, Frédéric Planchet et Pierre Thérond, Economica [8].

Remarque : En remplaçant q_x par i_x dans les notations et en considérant le risque d'incidence, les formules ci-dessus sont valables pour le calcul des taux d'incidence.

Les deux exemples ci-dessous explicitent la prise en compte des censures/troncatures pour l'incidence :

- Cas d'un assuré qui entre en dépendance au cours de la période d'observation :

| Assuré né le 01/10/1950 | | | | | |
|-------------------------|-------------------------------------------|------|----------------------------------------|------------------------------------|----|
| Exercice | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | |
| Evenement | Souscription le 01/07/2015 (64,75 ans) | | Dépendance le 31/03/2017 (66,5 ans) | Décès le 01/07/2018 (67,75 ans) | |
| Tranches d'âge | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 |
| Exposition dépendance | 0,25 | 1 | 1 | | |
| Dépendance | 0 | 0 | 1 | | |

FIGURE 2.1 – Exemple de calcul de l'exposition - Cas d'un assuré qui entre en dépendance au cours de la période d'observation

- Cas d'un assuré qui résilie son contrat sans entrer en dépendance durant la période d'observation :

| Assuré né le 01/10/1990 | | | | |
|-------------------------|-------------------------------------------|------|-----------------------------------------|----|
| Exercice | 2015 | 2016 | 2017 | |
| Evenement | Souscription le 01/07/2015 (64,75 ans) | | Resiliation le 31/03/2017 (66,5 ans) | |
| Tranches d'âge | 64 | 65 | 66 | 67 |
| Exposition dépendance | 0,25 | 1 | 0,5 | |
| Dépendance | 0 | 0 | 0 | |

FIGURE 2.2 – Exemple de calcul de l'exposition : Cas d'un assuré qui résilie son contrat sans entrer en dépendance durant la période d'observation

2.2.2 Intervalle de confiance de l'estimateur de Hoem

L'estimateur de Hoem est construit selon l'hypothèse que le décès ou d'incidence d'un individu i suit une loi de Bernoulli d'espérance q_x et de variance $q_x(1 - q_x)$. Des intervalles de confiance asymptotiques sont calculés pour les taux bruts. Pour chaque individu i présent à l'âge x , la variable D_i vaut 1 si l'individu i décède et 0 s'il survit. Les variables aléatoires D_i suivent alors des lois de Bernoulli d'espérance q_x et de variance $q_x(1 - q_x)$ où q_x est le taux de mortalité à estimer. Le théorème central-limite donne alors :

$$\frac{\sum_1^{L_x} D_i - L_x q_x}{\sqrt{q_x(1 - q_x)}\sqrt{L_x}} = \sqrt{L_x} \frac{\hat{q}_x - q_x}{\sqrt{q_x(1 - q_x)}} \xrightarrow{L_x \rightarrow +\infty} N(0, 1) \text{ où } \hat{q}_x \text{ est le taux brut.}$$

En choisissant un seuil à 5%, l'intervalle devient :

$$q_x \in \left[\hat{q}_x - u_{2,5\%} \sqrt{\frac{\hat{q}_x (1 - \hat{q}_x)}{L_x}}; \hat{q}_x + u_{2,5\%} \sqrt{\frac{\hat{q}_x (1 - \hat{q}_x)}{L_x}} \right] ; u_{2,5\%} = 1.96$$

Avec une probabilité de 95%.

Remarque :

L'écart type, inconnu, a été remplacé par l'écart type estimé par les données brutes. De plus, on suppose un modèle parfait en énonçant que le nombre d'assurés à l'âge x vaut L_x mais en réalité on prend en compte les censures et troncatures. On remplacera donc notre L_x par E_x qui sera l'exposition à l'âge x (qui prend en compte ces phénomènes).

Les intervalles de confiance permettent donc de rendre compte de la crédibilité des observations visuellement.

2.2.3 Application à l'ensemble du portefeuille (autonome)

Nous représentons les taux bruts sur le portefeuille autonome.

2.2.3.1 Taux bruts d'incidence

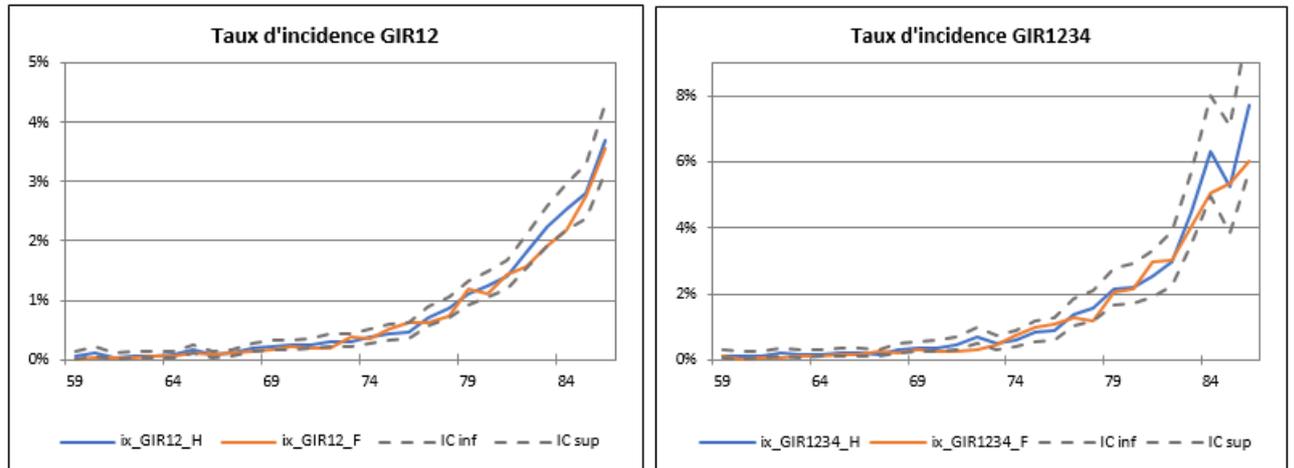


FIGURE 2.3 – Taux bruts d'incidence GIR12 et GIR1234 du portefeuille autonome

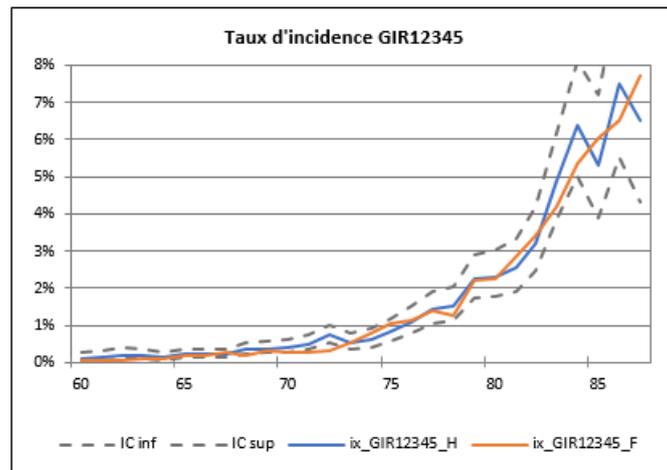


FIGURE 2.4 – Taux bruts d'incidence GIR12345 du portefeuille autonome

Pour ne pas surcharger les graphiques, les intervalles de confiance ont été représentés uniquement pour les hommes.

Les taux d'incidence GIR12 se situent en dessous des taux d'incidence GIR1234 et GIR2345 (les intervalles de confiance sont disjoints). Aussi, les taux GIR 1234 et GIR 12345 présentent la même allure à quelques différences près.

2.2.3.2 Taux bruts de mortalité

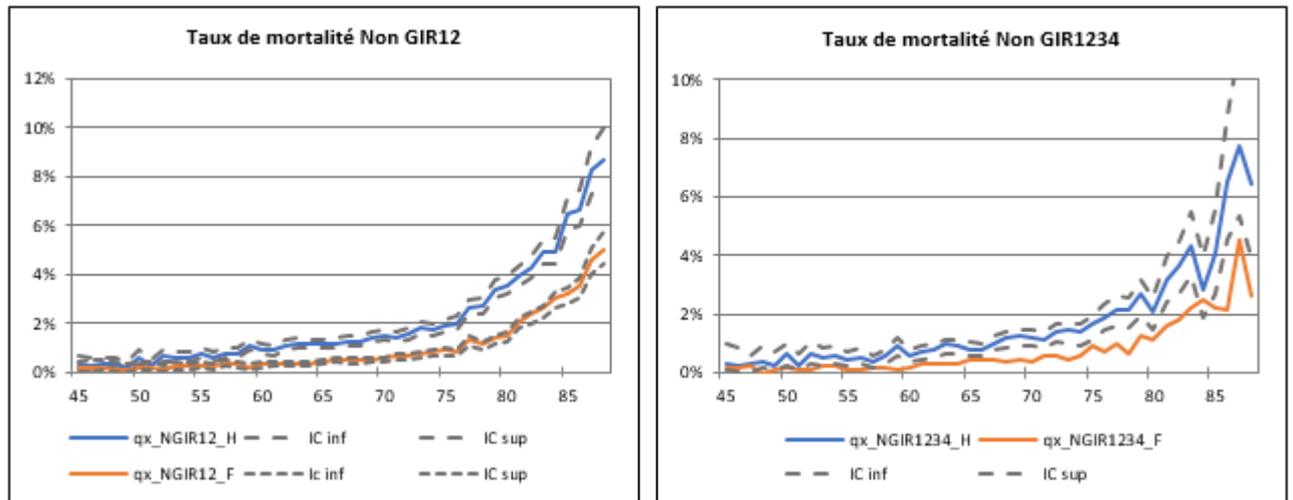


FIGURE 2.5 – Taux bruts de mortalité des autonomes non GIR12 et non GIR1234

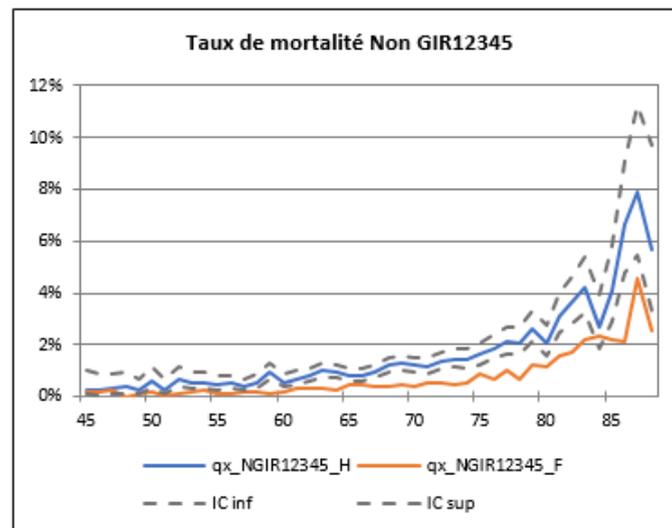


FIGURE 2.6 – Taux bruts de mortalité des autonomes non GIR12345

Sur les graphiques des taux de mortalité non GIR1234 et non GIR12345, les intervalles de confiance des hommes uniquement sont représentés, pour ne pas surcharger les graphiques.

Sur la mortalité des non GIR12, nous remarquons que les hommes ont une probabilité de décès plus élevée que les femmes, pour un même âge, ce qui colle à la réalité. Sur la mortalité non GIR1234 et non GIR12345, nous ne pouvons pas conclure car les

intervalles de confiance des hommes et des femmes se chevauchent.

Tout comme la cas précédent, les taux de mortalité non GIR1234 et non GIR12345 présentent la même allure à quelques différences près.

Nous cherchons par la suite à lisser ces taux.

2.3 Lissage des taux bruts

Les courbes d'incidence et de mortalités présentent plusieurs irrégularités qu'il est nécessaire de corriger afin de restituer une loi qui ajuste le plus fidèlement possible ces taux.

2.3.1 Lissage de Gompertz-Makeham

Notations

- x_1 et x_n : premier et dernier âge de l'intervalle à lisser.
- N_x : nombre d'individus d'âge x
- D_x : nombre de décès à l'âge x

Formule de Gompertz-Makeham

L'hypothèse de Gompertz-Makeham est que le taux instantané de mortalité à partir d'un certain âge s'exprime par :

$$\mu_x = a + b \times c^x$$

On obtient alors la formule suivante :

$$p_s = s \times g^{c^x \times (c-1)} \text{ avec } s = \exp(-a) \text{ et } g = \exp(-b/\ln(c))$$

On a alors, $\ln(p_x) = -a - \alpha \times \exp(\beta x)$ avec $\alpha = b \times (c - 1)/\ln(c)$ et $\beta = \ln(c)$ Enfin, puisque les q_x sont petits, l'approximation $\ln(1 - q_x) = -q_x$ est acceptée, d'où :

$$q_x = a + \alpha \times \exp(\beta \times x)$$

Estimation des paramètres

Les paramètres de la formule de Gompertz-Makeham sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Cette méthode fonctionne si l'on dispose d'un ensemble d'observations de taux annuels de mortalité entre 2 âges entiers x_1 et x_n .

La fonction de vraisemblance associée est : $L(q_x) = \prod_{x_1}^{x_n} q_x^{D_x} \times p_x^{N_x - D_x}$

La maximisation de la vraisemblance est effectuée grâce à l'algorithme de Newton-Raphson, détaillé ci-dessous [5]. A partir de cette fonction, on calcule les paramètres de la loi de Gompertz-Makeham selon l'itération suivante : On a : $\ln(p_x) = -(A + b \cdot e^{cx})$

- **Étape 1** : Recherche d'une valeur approchée pour initialiser le calcul itératif.

Cet algorithme nécessite d'avoir des valeurs initiales pour les paramètres : celles-ci sont déterminées par la méthode de King et Hardy. On pose :

$$n = \frac{x_n - x_1}{3}$$

Soient alors :

$$A_x = \sum_{x_1}^{x_1+n-1} \ln p_x \quad ; \quad A_{x+n} = \sum_{x_i}^{x_1+2n-1} \ln p_x \quad ; \quad A_{x+2n} = \sum_{x_1}^{x_1+3n-1} \ln p_x$$

Après détermination de x_1 et n , les valeurs initiales peuvent être calculées :

$$c_0 = \frac{1}{n} \times \ln \left(\frac{A_{x+n} - A_{x+2n}}{A_x - A_{x+n}} \right) \quad ; \quad b_0 = \left(\frac{A_x - A_{x+n}}{e^{c_0 x_1}} \right) \times \frac{e^{c_0} - 1}{(e^{c_0} - 1)^2}$$

$$A_0 = -\frac{1}{n} \times \left(A_x + b_0 e^{c_0 x_1} \frac{e^{c_0 n} - 1}{e^{c_0} - 1} \right)$$

- **Étape 2** : Calcul de la première itération en fonction de A_0, b_0, c_0 .

Dans un second temps, on considère que les valeurs A_0, b_0 et c_0 trouvées sont celles pour lesquelles $d = d_0$, $e = e_0$, $f = f_0$, où d, e, f sont respectivement les dérivées de la log-vraisemblance par rapport aux trois paramètres :

$$d = -\sum_{x_1}^{x_n} -N_x + \sum_{x_1}^{x_n} \frac{D_x}{1 - p_x} \quad ; \quad e = -\sum_{x_1}^{x_n} N_x e^{cx} + \sum_{x_1}^{x_n} \frac{D_x e^{cx}}{1 - p_x}$$

$$f = -\sum_{x_1}^{x_n} b N_x x e^{cx} + \sum_{x_1}^{x_n} \frac{D_x b x e^{cx}}{1 - p_x}$$

La maximisation de la log-vraisemblance nécessite l'annulation des dérivées partielles ci-dessus. Soit u, v, w tels que :

$$A = A_0 - u \quad ; \quad b = b_0 + v \quad ; \quad c = c_0 + w$$

On aura alors :
$$\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ e_0 \\ f_0 \end{pmatrix} - J \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \text{ où } J = \begin{pmatrix} g & h & i \\ h & j & k \\ i & k & l \end{pmatrix} \text{ puis}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} d_0 \\ e_0 \\ f_0 \end{pmatrix} \text{ pour annuler } d, e \text{ et } f.$$

Où l'on pose :

$$g = \sum_{x_1}^{x_n} -D_x \frac{p_x}{q_x^2} \quad ; \quad h = \sum_{x_1}^{x_n} -\frac{p_x e^{cx}}{q_x^2} D_x \quad ; \quad i = b \sum_{x_1}^{x_n} -\frac{x e^{cx} p_x}{q_x^2} D_x \quad ; \quad j = \sum_{x_1}^{x_n} -\frac{p_x e^{2cx}}{q_x^2} D_x$$

$$k = \sum_{x_1}^{x_n} -x e^{cx} N_x + \sum_{x_1}^{x_s} \left(\frac{x e^{cx}}{q_x} - b \frac{x e^{2cx} p_x}{q_x^2} \right) D_x$$

$$l = -b \sum_{x_1}^{x_n} x^2 e^{cx} N_x + b \sum_{x_1}^{x_2} \left(\frac{x^2 e^{cx}}{q_x} - b \frac{x^2 e^{2cx} p_x}{q_x^2} \right) D_x$$

qui sont les dérivées secondes de la log-vraisemblance par rapport aux trois paramètres recherchés.

Pour éviter une divergence, on ajoute un procédé de rappel vers une valeur plus vraisemblable :

Si $du + ev + fw \geq 0$, on remplace u, v et w par :

$$u' = u - rd \quad w' = w - rf \quad v' = v - re$$

avec $r = \frac{(du+ev+fw)}{d^2+e^2+f^2}$

On répète cette itération jusqu'à ce que les trois paramètres du modèle convergent.

Interprétation

La méthode de Gompertz-Makeham est un lissage paramétrique classique très souvent utilisé dans la construction des tables d'expérience. Les risques d'incidence et de mortalité prennent la forme d'une fonction définie par le modèle, ce qui permet d'obtenir une courbe régulière sur l'ensemble de l'intervalle de lissage. L'interprétation très souvent attribuée aux paramètres dans l'expression $\mu_x = a + b \times c^x$ est que a est une constante qui décrit la mortalité qui dépend d'une cause extérieure (accident, maladie) et $b \times c^x$ la structure exponentielle due au vieillissement.

2.3.2 Modèles relationnels

Les modèles relationnels sont utilisés pour le lissage des taux bruts lorsque les données sont en quantités insuffisantes. En effet, ce modèle utilise une table de référence déjà existante et permet d'ajuster les taux en fonction de cette table. Il est généralement utilisé pour les âges extrêmes où l'on a moins de données, mais il peut également être utilisé sur toute la plage d'âge d'étude.

2.3.2.1 Coefficient d'abattement

Le coefficient d'abattement est un ratio standard (rapport entre les risques observés et les risques attendus sur la plage considérée).

En considérant que l'abattement se fait sur l'intervalle d'âge de $[18, n]$, on définit le coefficient d'abattement α par :

$$\alpha = \frac{\sum_{x=18}^n D_x}{\sum_{x=18}^n (q_x^{ref} \times er(x))}$$

Avec D_x : Le nombre de décès observés à l'âge x

q_x^{ref} : La probabilité de décès à l'âge x de la table référence

$er(x)$: L'exposition à l'âge x

Les taux de référence généralement utilisés pour le risque de mortalité sont les taux issus des tables réglementaires (TH et TF).

Si $\alpha < 1$: signifie que, sur la plage d'âge considérée, si la mortalité suivait le taux de référence, le nombre de décès serait inférieur au nombre observé.

2.3.2.2 Modèle de Brass

Le modèle de Brass est un modèle relationnel semi-paramétrique. C'est un modèle de régression linéaire sur le *logit* du taux instantané à ajuster par le *logit* du taux instantané d'une table de référence, le modèle s'écrit :

$$\text{logit}(q_x) = \beta_1 + \beta_2 \times \text{logit}(q_x^{ref}) + \varepsilon_x$$

On rappelle que la fonction *logit* est définie par :

$$\forall x \in [0, 1], \text{logit}(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

Ce modèle peut être utile pour ajuster une table sur des données avec peu d'observations en la comparant avec une table de référence.

2.3.3 Application à l'ensemble du portefeuille (autonome)

Pour les lissages sur le portefeuille global, nous utilisons la méthode de Gompertz-Makeham. Pour rappel, nous avons au total 12 taux bruts à lisser. Pour ne pas surcharger les graphiques, nous représentons les lois d'incidence pour les hommes uniquement et les lois de mortalité pour les femmes.

2.3.3.1 Lissages des taux d'incidence

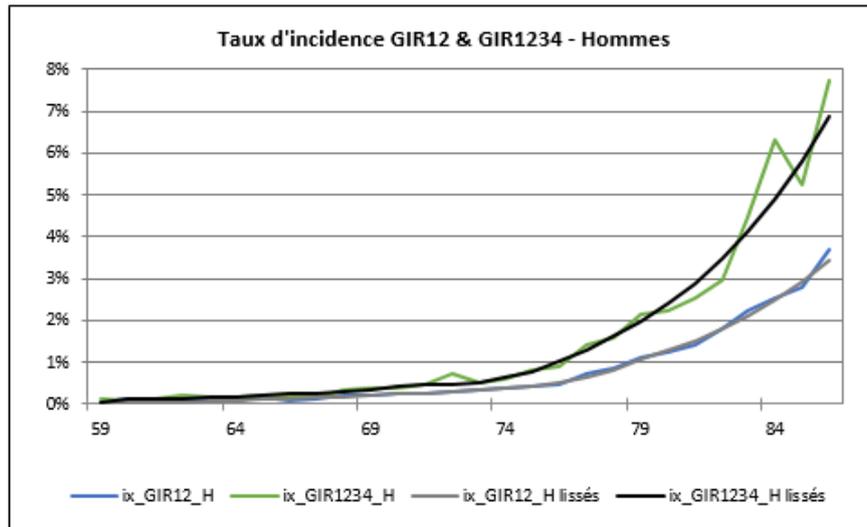


FIGURE 2.7 – Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome

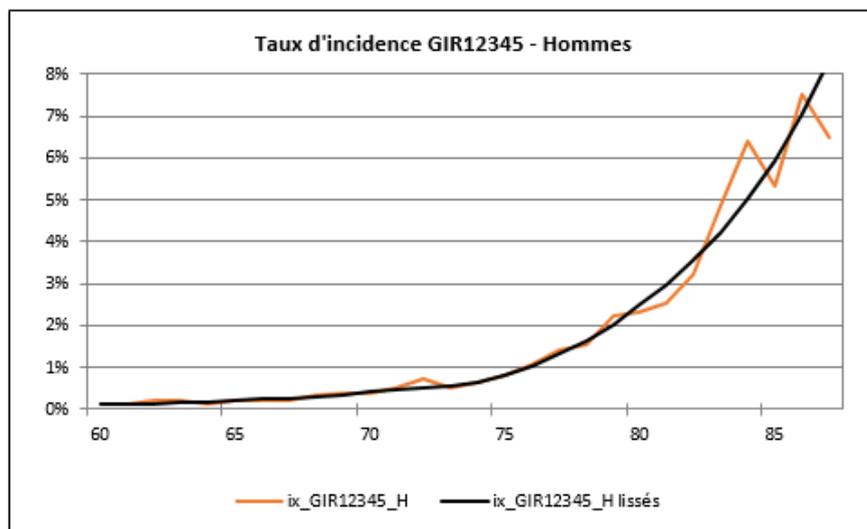


FIGURE 2.8 – Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome

Les lissages semblent bien approcher les taux bruts.

2.3.3.2 Lissages des taux de mortalité

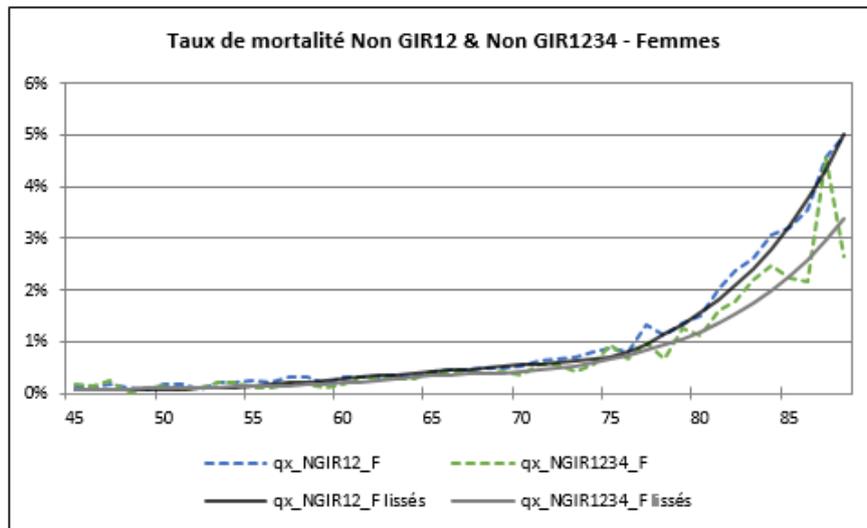


FIGURE 2.9 – Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome

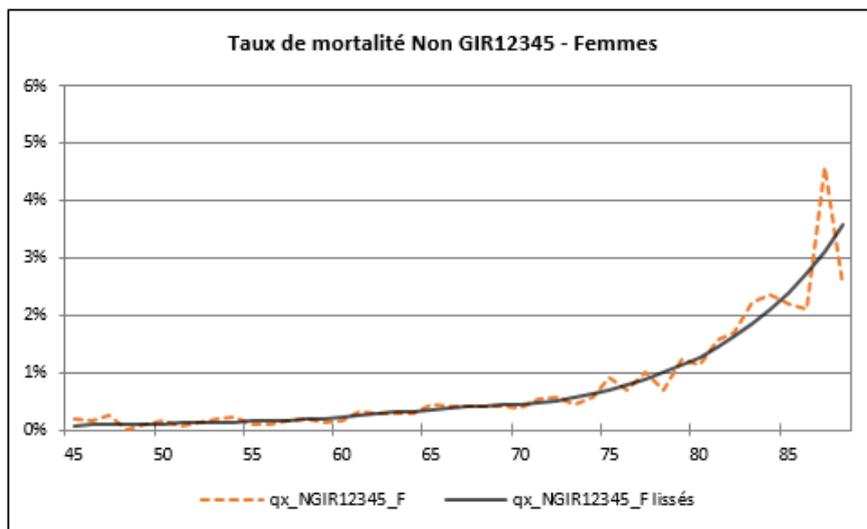


FIGURE 2.10 – Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome

Tout comme les taux d'incidence, le lissage des taux de mortalité semble bien approcher les taux bruts, visuellement. Cependant, il faudrait également valider ces lissages pour tester leur proximité aux taux bruts et leur cohérence avec le risque réel du portefeuille. Pour cela, nous utilisons différents critères présentés dans la partie suivante.

2.4 Validation des ajustements

Il existe de nombreux critères pour vérifier que les taux sont correctement lissés et qu'ils reflètent le risque réel du portefeuille.

2.4.1 Critères de validation

2.4.1.1 Test des signes

Il s'agit d'un test non-paramétrique qui examine la fréquence des changements de signes de la différence entre les forces de mortalités (ou d'incidences) observées et ajustées.

Sous l'hypothèse nulle H_0 , la médiane entre les signes positifs et négatifs de cette différence est nulle. Soit le nombre n_+ de signes positifs et n_- de négatifs, avec $n = n_+ + n_-$ la statistique du test des signes, ξ^{SIG} , s'écrit :

$$\xi^{SIG} = \frac{|n_+ - n_-| - 1}{\sqrt{n}}$$

Si H_0 est vraie, cette statistique suit une loi Normale centrée réduite,

$$\xi^{SIG} \sim N(0, 1)$$

Ainsi, l'hypothèse nulle H_0 sera rejetée si

$$|\xi^{SIG}| > N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0, 1)$$

Où $N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0, 1)$ est le $(1 - \frac{\alpha}{2})$ quantile de la distribution normale centrée réduite. La p-valeur est la plus petite valeur du risque de première espèce α pour laquelle on rejette le test. Le modèle ayant la p-valeur la plus proche de 1 sera privilégié.

$$p_{\text{valeur}} = P \left[N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0, 1) > |\xi^{SIG}| \right] = 2 * (1 - F_{N(0,1)}(|\xi^{SIG}|))$$

2.4.1.2 Ratio observés/attendus (Ratio O/A)

Formule

C'est un indicateur de vérification de la cohérence des taux, il vérifie si le risque a été sur/sous estimé. C'est le rapport entre le nombre de sinistres(décès, incidence) observés et le nombre de sinistres attendus. On définit ce ratio sur l'intervalle $[18, n]$ ans par :

$$\text{Ratio O/A} = \frac{\sum_{x=18}^n D_x}{\sum_{x=18}^n (\tilde{q}_x \times er(x))}$$

Avec \tilde{q}_x : taux de mortalité lissé pour l'âge x (\tilde{i}_x pour l'incidence)

D_x : Nombre de décès observé à l'âge x (on notera I_x pour l'incidence).

Cette grandeur permet de situer les sorties réelles du portefeuille par rapport aux sorties obtenues avec les lois obtenues.

Intervalle de confiance

Nous pouvons définir un intervalle de confiance pour ce ratio, à partir de nos hypothèses. On cherche précisément l'intervalle de confiance du nombre total de décès du portefeuille soit : $\sum_{x=18}^n D_x$. On note \bar{q} le taux moyen de mortalité calculé comme étant le rapport entre la somme du nombre de décès de tous les assurés du portefeuille sur la période considérée, sur la somme totale de l'exposition du portefeuille. On pose alors :

$$N = \sum_{x=18}^n er(x) \quad \bar{q} = \frac{1}{N} \sum_{x=18}^n D_x$$

Rappel : n représente ici l'âge le plus élevé présent dans le portefeuille et N représente l'exposition totale du portefeuille. Les D_x (Nombre de décès total du portefeuille pour l'âge x) suivent alors des lois de Bernoulli d'espérance q et de variance $q(1-q)$ où q est le taux de mortalité « général » (sur toute la population) à estimer. Le théorème central-limite donne alors :

$$\frac{\sum_{x=18}^n D_x - N * q}{\sqrt{q(1-q)}\sqrt{N}} = \sqrt{N} \frac{\bar{q} - q}{\sqrt{q(1-q)}} \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} N(0,1)$$

On obtient ainsi notre intervalle de confiance pour le taux de mortalité « général » suivant :

$$q \in \left[\bar{q} - u_{2.5\%} \sqrt{\frac{\bar{q}(1-\bar{q})}{N}}, \bar{q} + u_{2.5\%} \sqrt{\frac{\bar{q}(1-\bar{q})}{N}} \right] \text{ avec } u_{2.5\%} = 1.96$$

Ainsi on en déduit l'intervalle de confiance du ratio :

$$\text{Ratio } O/A \in \left[\frac{N * \bar{q} - u_{2.5\%} \sqrt{N * \bar{q}(1-\bar{q})}}{\sum_{x=18}^n er(x) * \hat{q}_x}, \frac{N * \bar{q} + u_{2.5\%} \sqrt{N * \bar{q}(1-\bar{q})}}{\sum_{x=18}^n er(x) * \hat{q}_x} \right]$$

Avec une probabilité de 95%.

Le test consiste à vérifier si 100% appartient à l'intervalle de confiance. Si 100% ne fait pas partie de l'intervalle de confiance, alors on rejette le test.

Nous effectuons l'étude d'une statistique de test et de sa p-valeur en partant de l'hypothèse que le nombre de décès est le nombre de décès attendu par la loi.

Sous l'hypothèse $H_0 : N^*q = \sum_{x=18}^n er(x) * \tilde{q}_x$ (soit donc le nombre de décès attendu d'après notre loi) on peut en déduire que :

$$\xi^{ratio_{O/A}} = \frac{\sum_{x=18}^n D_x - \sum_{x=18}^n er(x) * \tilde{q}_x}{\sqrt{q(1-q)}\sqrt{N}}$$

Si H_0 est vraie, cette statistique suit une loi Normale centrée réduite,

$$\xi^{ratio_{O/A}} \sim N(0, 1)$$

Ainsi, l'hypothèse nulle H_0 sera rejetée si

$$|\xi^{ratio_{O/A}}| > N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0, 1)$$

Où $N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0, 1)$ est le $(1 - \frac{\alpha}{2})$ quantile de la distribution normale centrée réduite.

La p-valeur est la plus petite valeur du risque de première espèce α pour laquelle on rejette le test.

$$p_{\text{valeur}} = P \left[N_{1-\frac{\alpha}{2}}(0, 1) > |\xi^{ratio_{O/A}}| \right] = 2 * (1 - F_{N(0,1)}(|\xi^{ratio_{O/A}}|))$$

Remarque : Le ratio O/A est aussi appelé SMR(Standardized Mortality Ratio). De plus, En changeant les notations, les formules restent valables pour le risque d'incidence.

2.4.1.3 MAPE (Mean Absolute Percentage Error)

Cet indicateur mesure l'exactitude de l'ajustement par rapport aux observations, il exprime un pourcentage d'erreur de précision entre deux séries de données. Il s'agit donc d'un pourcentage permettant la comparaison facile. Cependant nous sommes obligés de retirer les observations nulles qui amèneraient une division par 0. Les modèles dont la valeur MAPE est faible seront préférés.

$$MAPE = \frac{\sum_X |(\hat{q}_x - \tilde{q}_x) / \hat{q}_x| * 100}{\sum_x \mathbb{1}_{\hat{q}_x}}$$

Avec \tilde{q}_x les taux lissés, \hat{q}_x les taux bruts observés et $\sum_x \mathbb{1}_{\hat{q}_x}$ le nombre d'observations de taux de mortalité.

Cet indicateur doit être minimisé pour considérer les taux bruts et lissé comme « proche ». Il peut servir d'indicateur de comparaison de deux modèles différents.

2.4.1.4 Coefficient de détermination R^2

Le R^2 (compris entre 0 et 1), mesure la qualité de nos prédictions du modèle en les comparant aux données observées. Le coefficient de détermination se définit comme la

part de variance expliquée par rapport à la variance totale :

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\sum_x (\hat{q}_x - \tilde{q}_x)^2}{\sum_x (\hat{q}_x - \frac{1}{n} \sum_x \hat{q}_x)^2} \right)$$

Où n est le nombre d'observations. Plus le R^2 est proche de 1, meilleur est le modèle. Ce test est utile notamment lorsque l'on teste plusieurs méthodes d'ajustement et que l'on désire garder le meilleur (on gardera celui avec le R^2 le plus élevé).

2.4.2 Application à l'ensemble du portefeuille

2.4.2.1 Validation des lois d'incidence

Ratio observés/attendus par tranche d'âge

- Un ratio O/A égal à 100% signifie que la loi permet de prédire exactement le nombre d'incidence (ou de décès) sur l'intervalle considéré.
- Un ratio O/A inférieur à 100% signifie que la loi surestime le risque sur l'intervalle considéré.
- Un ratio O/A supérieur à 100% signifie que la loi sous-estime le risque sur l'intervalle considéré.

| Tranche d'âge Risque | 18-60 | 60-65 | 65-70 | 70-75 | 75-80 | 80-85 | 85-120 | Ensemble |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|----------|
| Incidence GIR12 H | 75% | 124% | 100% | 100% | 104% | 101% | 91% | 98,45% |
| Incidence GIR12 F | 77% | 103% | 106% | 94% | 104% | 98% | 100% | 99,54% |
| Incidence GIR1234 H | 114% | 106% | 96% | 106% | 103% | 100% | 84% | 98,41% |
| Incidence GIR1234 F | 109% | 109% | 114% | 84% | 105% | 101% | 99% | 100,47% |
| Incidence GIR12345 H | 113% | 111% | 99% | 108% | 104% | 102% | 83% | 100,01% |
| Incidence GIR12345 F | 132% | 90% | 110% | 91% | 97% | 97% | 111,2% | 99,96% |

TABLE 2.2 – Validation des lois d'incidence portefeuille autonome - Ratio O/A

Le ratio avoisine les 100% par intervalle d'âge et également pour toute la plage d'âge, ce qui signifie que les incidences du portefeuille sont correctement prédites par la loi. Quelques écarts sont observés au niveau des âges extrêmes, cela est dû notamment aux données qui ne sont pas très robustes aux âges extrêmes.

2.4.2.2 Validation des lois de mortalité

| Risque \ Tranche d'âge | 18-60 | 60-65 | 65-70 | 70-75 | 75-80 | 80-85 | 85-120 | Ensemble |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|----------|
| Mortalité non GIR12 H | 102% | 98% | 102% | 99% | 100% | 101% | 100% | 100, 13% |
| Mortalité non GIR12 F | 120% | 87% | 93% | 103% | 104% | 103% | 99% | 100, 65% |
| Mortalité non GIR1234 H | 101% | 101% | 100% | 99 % | 105% | 99% | 105% | 101, 11% |
| Mortalité non GIR1234 F | 93% | 95% | 107% | 95% | 101% | 107% | 102% | 101, 31% |
| Mortalité non GIR12345 H | 105% | 103% | 98% | 98% | 104% | 95% | 100% | 99, 98% |
| Mortalité non GIR12345 F | 96% | 97% | 105% | 93% | 100% | 106% | 96% | 100, 04% |

TABLE 2.3 – Validation des lois de mortalité portefeuille autonome - Ratio O/A

Pour la mortalité, les ratios sont proches de 100%, ce qui signifie que la loi lissée est fidèle au risque de mortalité du portefeuille.

Test des signes, ratio O/A global, MAPE et R²

Lois d'incidence :

| | | GIR 12 H | GIR 12 F | GIR 1234 H | GIR 1234 F | GIR 12345 H | GIR 12345 F |
|-----------------|---------|----------|----------|------------|------------|-------------|-------------|
| Test des signes | +(-) | 55(22) | 57(19) | 60(18) | 52(26) | 56(22) | 49(29) |
| | EPS_SIG | 3,15 | 3,65 | 4,04 | 2,46 | 3,25 | 1,87 |
| | P_val | 0,1616% | 0,0267% | 0,0053% | 1,3766% | 0,1148% | 6,1189% |
| Ratio O/A | SMR | 98,45% | 99,54% | 98,41% | 100,47% | 100,01% | 99,96% |
| | ξ^SMR | 0,71 | 0,27 | 0,48 | 0,17 | 0,004 | 0,01 |
| | P_val | 47,63% | 78,86% | 63,44% | 86,42% | 99,66% | 98,96% |
| MAPE | | 0,27% | 0,19% | 0,93% | 0,53% | 0,89% | 0,62% |
| R^2 | | 81,54% | 79,15% | 30,73% | 85,32% | 65,16% | 78,32% |

FIGURE 2.11 – Validation des lois d'incidence - population globale

Le résultat du test des signes montre que l'on a moins de signes négatifs que positifs, cela est dû au fait que la courbe lissée ne coupe pas parfaitement la courbe des taux bruts de manière uniforme. Cela pourrait s'expliquer par la robustesse des données, c'est-à-dire que la courbe des taux bruts n'est pas très volatile. Quant aux ratios O/A, les valeurs sont proches de 100% ce qui montre que la loi lissée anticipe correctement les incidences sur la période d'observation. Sa p-value associée nous permet d'accepter l'hypothèse selon laquelle 100% appartient à l'intervalle de confiance. Les valeurs très faibles des MAPE et les R² élevés sont satisfaisants et témoignent du faible écart entre les valeurs théoriques et les valeurs observées.

Lois de mortalité :

| | | NGIR 12 H | NGIR 12 F | NGIR 1234 H | NGIR 1234 F | NGIR 12345 H | NGIR 12345 F |
|-----------------|--------------------|-----------|-----------|-------------|-------------|--------------|--------------|
| Test des signes | +(-) | 73(30) | 74(29) | 73(30) | 78(25) | 74(29) | 76(27) |
| | EPS_SIG | 4,14 | 4,34 | 4,14 | 5,12 | 4,34 | 4,73 |
| | P_val | 0,0035% | 0,0015% | 0,0035% | 0,0000% | 0,0015% | 0,0002% |
| Ratio O/A | SMR | 100,13% | 100,65% | 101,11% | 101,31% | 99,98% | 100,04% |
| | ξ^{\wedge} SMR | 0,11 | 0,46 | 0,44 | 0,41 | 0,01 | 0,01 |
| | P_val | 91,49% | 64,75% | 65,99% | 68,42% | 99,33% | 98,94% |
| MAPE | | 0,34% | 0,16% | 0,89% | 0,60% | 0,84% | 0,65% |
| R^2 | | 78,94% | 92,97% | 88,30% | 82,94% | 83,11% | 17,59% |

FIGURE 2.12 – Validation des lois de mortalité - population globale

Tout comme le cas précédent, nous avons moins de signes positifs que négatifs, la courbe lissée ne coupe pas les taux bruts de façon uniforme. Quant aux ratios O/A, les valeurs sont proches de 100% montre que la loi lissée anticipe correctement les mortalités sur la période d'observation (le tableau 2.3 donne des détails des ratios par intervalle d'âge). Les valeurs très faibles des MAPE et les R^2 globalement élevés sont satisfaisants et témoignent du faible écart entre les valeurs théoriques et les valeurs observées et de la robustesse des données sur les mortalités.

Conclusion des validations : Globalement, les résultats précédents nous permettent de conclure que les lissages effectués par la méthode de Gompertz-Makeham sont satisfaisants et reflètent le risque réel de la population globale.

2.5 Segmentation du portefeuille

2.5.1 Justification de la segmentation

2.5.1.1 Enjeux de la segmentation

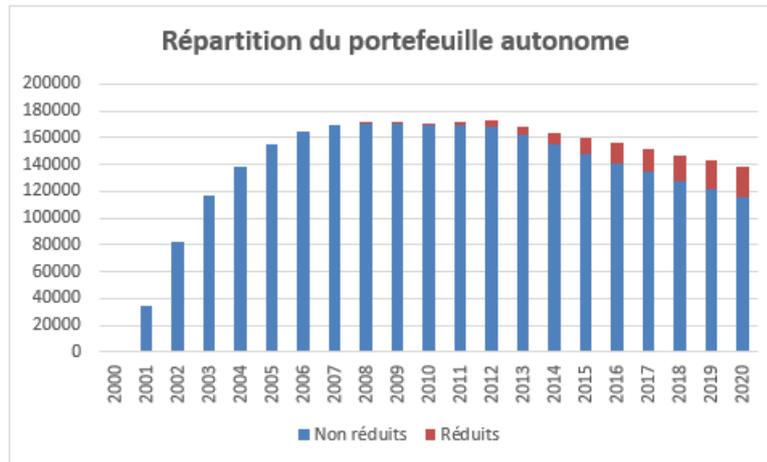


FIGURE 2.13 – Répartition du portefeuille autonome

Le graphique ci-dessus décrit l'évolution des populations autonomes par année, composées de réduits (en rouge) et de non réduits (en bleu). Dès 2008, notre portefeuille autonomes n'est plus constitué uniquement de cotisants (non réduits), nous observons la présence d'assurés réduits dont l'effectif devient de plus en plus important au fil des années.

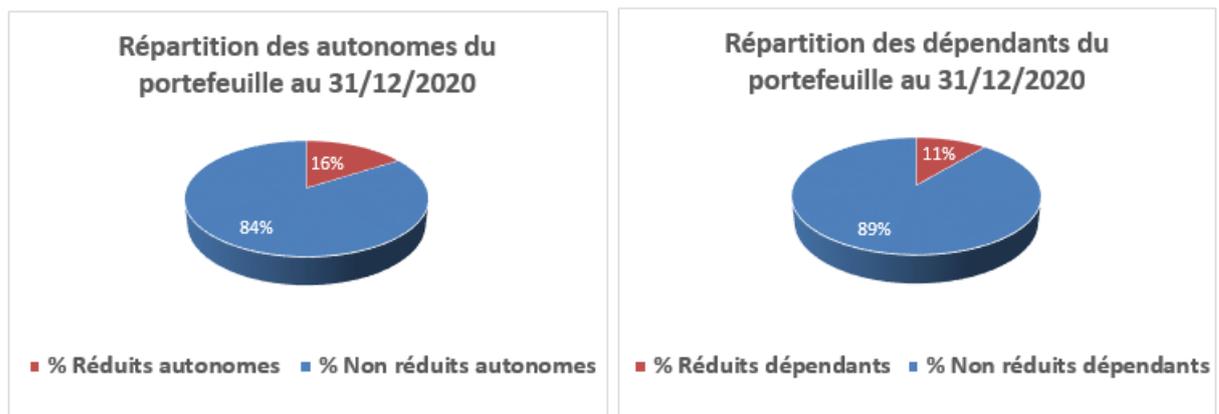


FIGURE 2.14 – Proportion des réduits du portefeuille autonome et dépendant

En Décembre 2020, les réduits représentaient 16% du portefeuille autonome. En effet, nous avons 22 741 réduits et 115 565 non réduits. Les dépendants réduits quant à eux représentent 11% des dépendants, soit 287 têtes. Avec la mise en run-off du portefeuille, cette proportion sera de plus en plus importante au fil des années.

2.5.1.2 Justification de la segmentation à travers les ratios O/A

Cas du portefeuille autonome

Dans cette partie, nous calculons les ratios observés/attendus de la loi du portefeuille autonome (obtenus dans partie 2.3.3) sur les réduits autonomes réduits.

| Intervalle d'âge | Incidence G12 H | Incidence G12 F |
|------------------|-----------------|-----------------|
| [18; 60[| 40% | 0% |
| [60; 65[| 208% | 47% |
| [65; 70[| 63% | 69% |
| [70; 75[| 63% | 45% |
| [75; 80[| 44% | 64% |
| [80; 85[| 58% | 54% |
| [85; 120[| 65% | 65% |
| Total | 61% | 61% |

TABLE 2.4 – Incidence - Ratio O/A des lois globales sur la sous-population des réduits

| Intervalle d'âge | Mortalité NG12 H | Mortalité NG12 F |
|------------------|------------------|------------------|
| [18; 60[| 138% | 193% |
| [60; 65[| 110% | 128% |
| [65; 70[| 136% | 121% |
| [70; 75[| 149% | 127% |
| [75; 80[| 139% | 123% |
| [80; 85[| 127% | 128% |
| [85; 120[| 123% | 108% |
| Total | 131% | 121% |

TABLE 2.5 – Mortalité - Ratio O/A des lois globales sur la sous-population des réduits

Nous remarquons que les lois construites sur le l'ensemble du portefeuille ne sont pas fidèles au risque des réduits.

Pour les incidences, le ratio global est très inférieur à 100%, ce qui signifie que la loi surestime le risque d'incidence des réduits.

Pour les mortalités, le ratio global est très supérieur à 100%, ce qui signifie que la loi sous-estime le risque de mortalité des réduits.

Notre loi actuelle ne calibre pas bien le risque des réduits qui représentent une population de plus en plus importante de notre portefeuille, il faut donc segmenter le portefeuille autonome en deux sous-populations (réduits/non réduits).

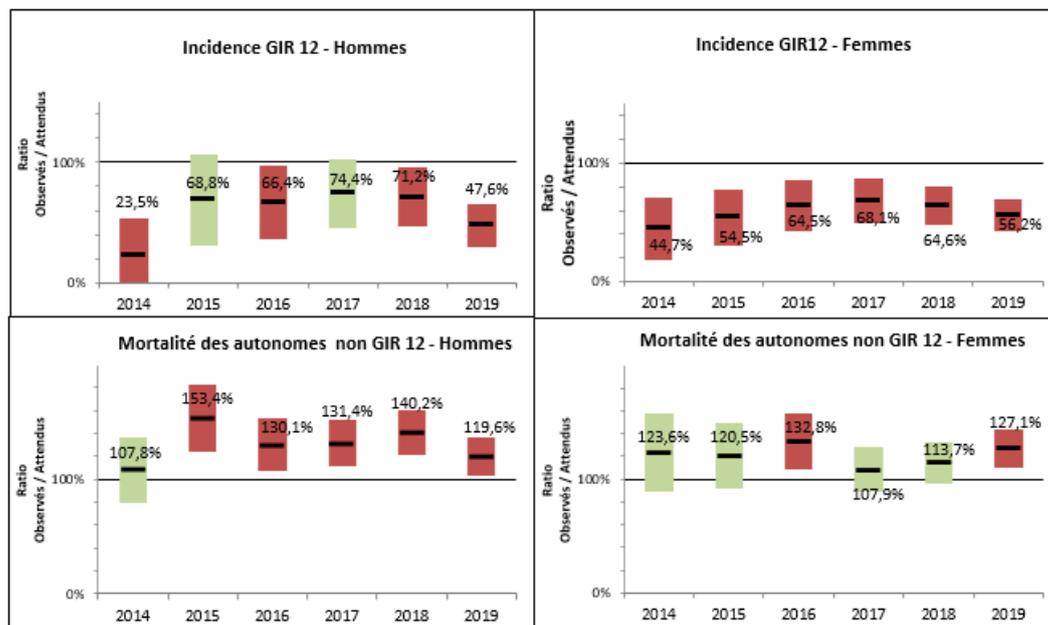


FIGURE 2.15 – Ratio O/A par année des lois globales sur la sous-population des réduits

Ce graphique illustre des ratios O/A calculés en vision annuelle illustre bien le phénomène de surmortalité et de sous-incidence des réduits. A plusieurs reprises, 100% n'est pas dans l'intervalle de confiance (les box en rouge), et les ratios O/A sont en dessous de la barres des 100% pour les incidences et au dessus pour les mortalités.

Cas du portefeuille des dépendants

Il n'y a pas d'enjeux à segmenter le portefeuille des dépendants car nous ne disposons pas de données robustes. Nous avons 435 réduits dépendants sur [2014-2019] et 210 décès. Aussi, dans l'année 2020, nous avons 7,8% de dépendants réduits contre 6,4% de décès des dépendants réduits dans l'année 2020, soit une différence de 1,4%. Ce qui signifie que le nombre de dépendants réduits produit dans le même ordre de grandeur le nombre décès réduits en dépendance. La même remarque a été faite sur les années précédentes c'est-à-dire une différence de 1 à 2% maximum.

2.5.1.3 Justification statistique de la segmentation : test de Log-Rank

Le test de Log-rank est un test non paramétrique qui permet de comparer deux courbes de survie de deux échantillons, sans émettre des hypothèses sur la forme des distributions de survie. L'hypothèse à tester au seuil de 5% est la suivante :

H0 : Les risques (décès, incidences) surviennent à la même fréquence pour les deux populations, les allures des fonctions de survie sont identiques.

Notations :**Population A** : Population des réduits**Population B** : Population des non réduits t_i : les instants des décès n_{A_i} : le nombre d'individus exposés au risque juste avant t_i de la population A n_{B_i} : le nombre d'individus exposés au risque juste avant t_i de la population B m_i : le nombre de décès total de population A et B en t_i m_{A_i} : le nombre de décès de la population A en t_i m_{B_i} : le nombre de décès de la population B en t_i E_{A_i} le nombre de décès estimé de la population A en t_i E_{B_i} le nombre de décès estimé de la population B en t_i

Sous H_0 , la probabilité de décès estimée à chaque t_i est identique pour chaque population. Elle vaut :

$$p_i = \frac{m_i}{n_{A_i} + n_{B_i}}$$

On en déduit ainsi le nombre de décès estimé dans chaque groupe : $E_{A_i} = p_i * n_{A_i}$ et $E_{B_i} = p_i * n_{B_i}$

Le nombre de décès total estimé sur toute la période pour chaque population est :

$$E_A = \sum_i E_{A_i} \text{ et } E_B = \sum_i E_{B_i}$$

Le nombre de décès empirique sur toute la période pour chaque population est :

$$O_A = \sum_i m_{A_i} \text{ et } O_B = \sum_i m_{B_i}$$

La statistique de test est :

$$Z = \frac{(O_A - E_A)^2}{Var(O_A - E_A)}$$

Il peut être montré qu'il existe une statistique approchée de test plus simple d'usage :

$$Z = \frac{(O_A - E_A)^2}{E_A} + \frac{(O_B - E_B)^2}{E_B}$$

Sous l'hypothèse nulle d'égalité des fonctions de survie, la statistique Z suit asymptotiquement une loi de χ^2 (nombre de groupe comparé-1). Le test du log-Rank sera donc appliqué à deux populations afin de justifier leur différence de comportement et la nécessité de construire des lois imbriquées à cette granularité testée.

Condition de validité du test de Log-Rank

Pour pouvoir appliquer le test log Rank, il faut vérifier deux conditions de validité :

- Les hypothèses du χ^2 à savoir que les effectifs théoriques doivent être supérieurs à 5
- Les courbes ne doivent pas se chevaucher c'est-à-dire que les différences entre les probabilités de survie dans les deux groupes sont de même signe.

Application : Taux bruts et test de Log-Rank

Nous appliquons le test de Log-Rank pour comparons le risque d'incidence et de mortalité des réduits et des non réduits.

Test de Log-Rank sur les taux bruts d'incidence (GIR 12)

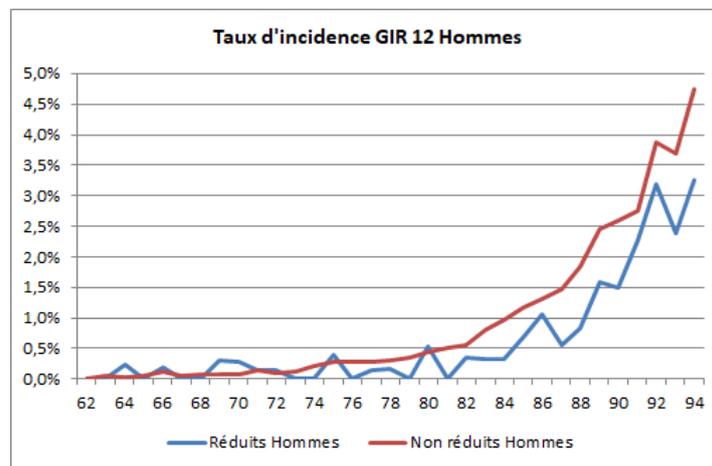


FIGURE 2.16 – Taux d'incidence des GIR 12 Hommes - réduits et non réduits

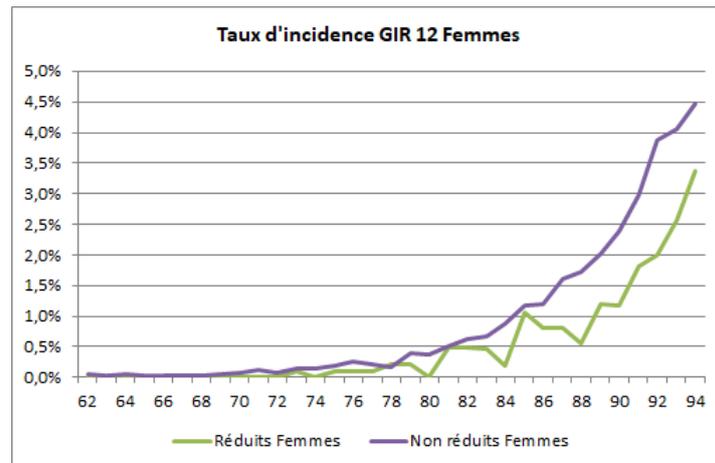


FIGURE 2.17 – Taux d’incidence des GIR 12 Femmes - réduits et non réduits

Nous observons visuellement une différence entre les taux bruts d’incidence ci-dessus. Les taux d’incidence des non réduits sont au dessus des taux d’incidence des réduits. Cependant, le test de Log-Rank nous permettra de vérifier si la différences observées sont significatives.

Nous remarquons que les courbes des hommes sont disjointes, celles des femmes également. Les deux conditions pour l’application du test de Log-Rank sont validées sur les 2 sexes.

Résultat du test de Log-Rank

| | P-value | χ^2 |
|--------|----------|----------|
| Hommes | 8,58E-08 | 28,6715 |
| Femmes | 4,16E-71 | 317,8971 |

TABLE 2.6 – Incidence : Résultats du test de Log-Rank

En considérant notre seuil de rejet à 5%, on peut rejeter l’hypothèse d’égalité entre les deux taux de mortalité présentés ici. Ainsi, il y a une différence significative entre l’incidence des réduits et celle des non réduits, pour les autonomes.

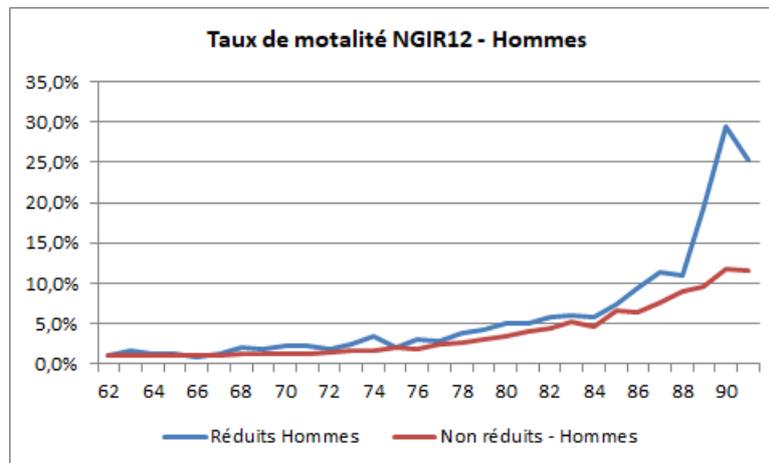
Test de Log-Rank sur les taux bruts de mortalité

FIGURE 2.18 – Mortalité des Non GIR 12 Hommes - réduits et non réduits

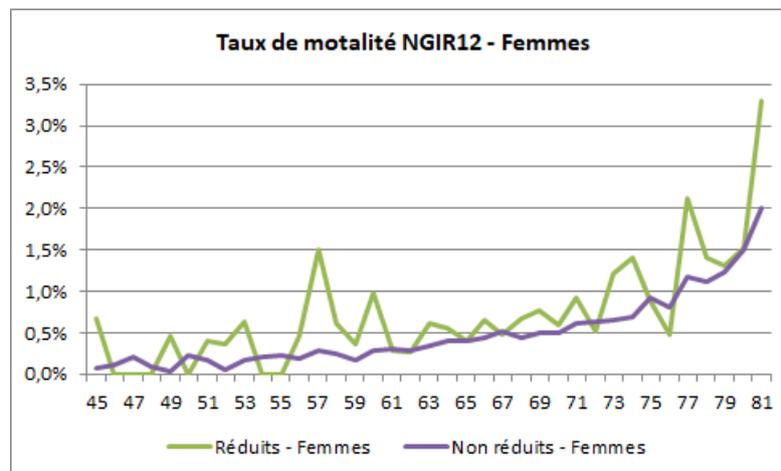


FIGURE 2.19 – Mortalité des Non GIR 12 Femmes - réduits et non réduits

Nous observons de même une fluctuation des taux des réduits, due au fait que nous disposons de peu de données sur les réduits.

Résultat du test de Log-Rank

| | P-value | χ^2 |
|--------|----------|----------|
| Hommes | 3,68E-16 | 66,3984 |
| Femmes | 2,60E-07 | 26,5258 |

TABLE 2.7 – Mortalité : Résultat du test de Log-Rank

De même, on peut rejeter l'hypothèse d'égalité entre les deux courbes de mortalité. Mieux, il y a une différence significative entre la mortalité des réduits et celle des non réduits pour les autonomes.

2.5.2 Application de la segmentation sur les données

2.5.2.1 Sous-population des non réduits

2.5.2.1.1 Lois retenues

| | Lois d'incidence | Lois de mortalité des autonomes |
|---------|------------------|---------------------------------|
| Libellé | GIR 12 H/F | Non GIR 12 H/F |
| | GIR 1234 H/F | Non GIR 1234 H/F |
| | GIR 12345 H/F | Non GIR 12345 H/F |

TABLE 2.8 – Loi retenues selon la méthodologie du CAA

Nous avons au total 12 lois possibles pour les non réduits. Cependant, seules les lois d'incidence GIR 12 et de mortalité Non GIR 12 changent pour les non réduits. Les autres lois faisant intervenir la dépendance partielle ou légère restent les mêmes pour les non réduits et la population globale. En effet, les lois d'incidence GIR 1234, GIR12345 et de mortalité non GIR1234 et non GIR12345 ne contiennent pas d'assurés réduits car elles concernent les assurés bénéficiant de la garantie dépendance totale et partielle (DTP). Les assurés réduits ne possèdent plus de garantie dépendance partielle. Ainsi, l'extraction des réduits de la population global n'a pas d'impact sur ces lois. Cependant, nous avons construit ces lois et la conclusion reste la même.

Nous avons finalement 4 lois à reconstruire, soit les lois d'incidence GIR12 H/F et de mortalité non GIR 12 H/F.

2.5.2.1.2 Lissage des taux bruts

Lois d'incidence des non réduits

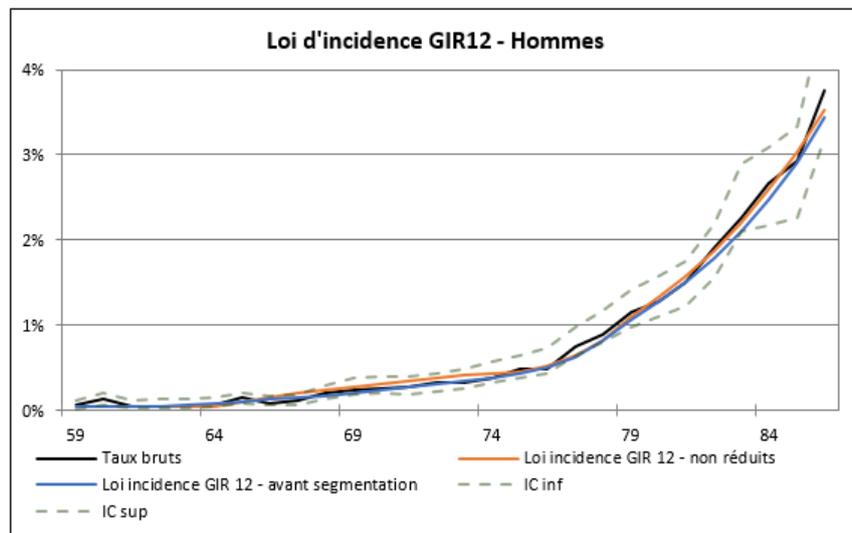


FIGURE 2.20 – Lissage - Incidence GIR 12 H

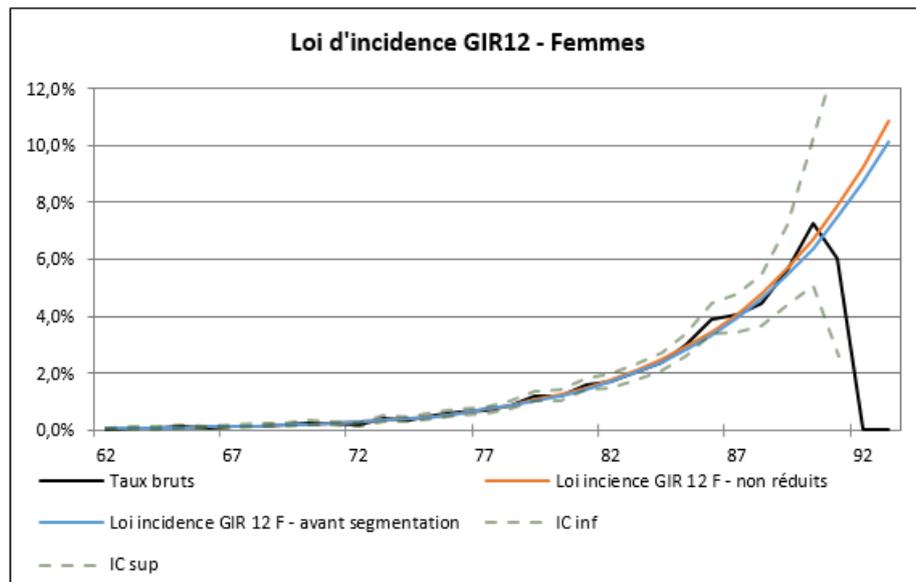


FIGURE 2.21 – Lissage - Incidence GIR 12 F

On remarque de façon générale sur les deux sexes que la loi d'incidence des non réduits se situe légèrement au dessus de celle avant segmentation. Ce qui semble logique puisque les réduits ayant une incidence faible, leur extraction de la loi globale entraîne une hausse des taux d'incidence.

Lois de mortalité des non réduits

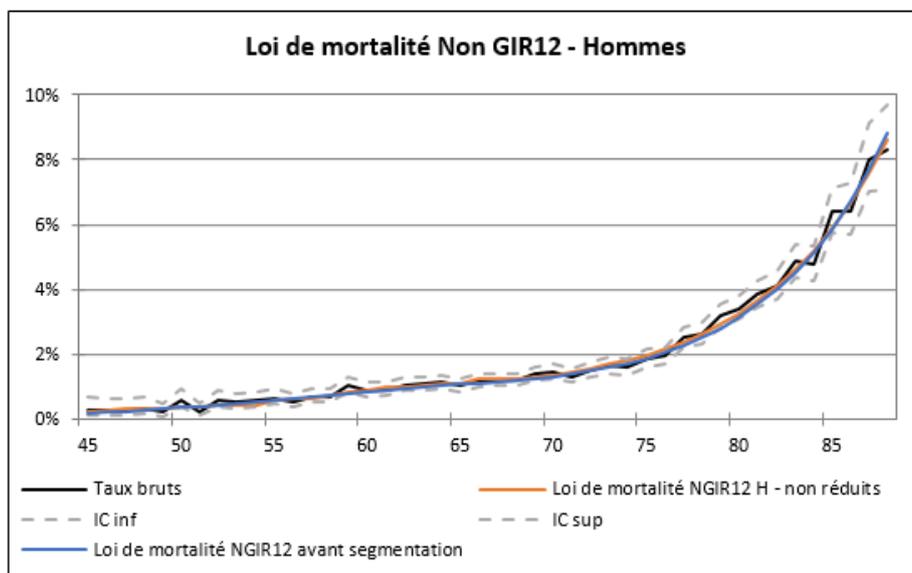


FIGURE 2.22 – Lissage -Mortalité Non GIR 12 H

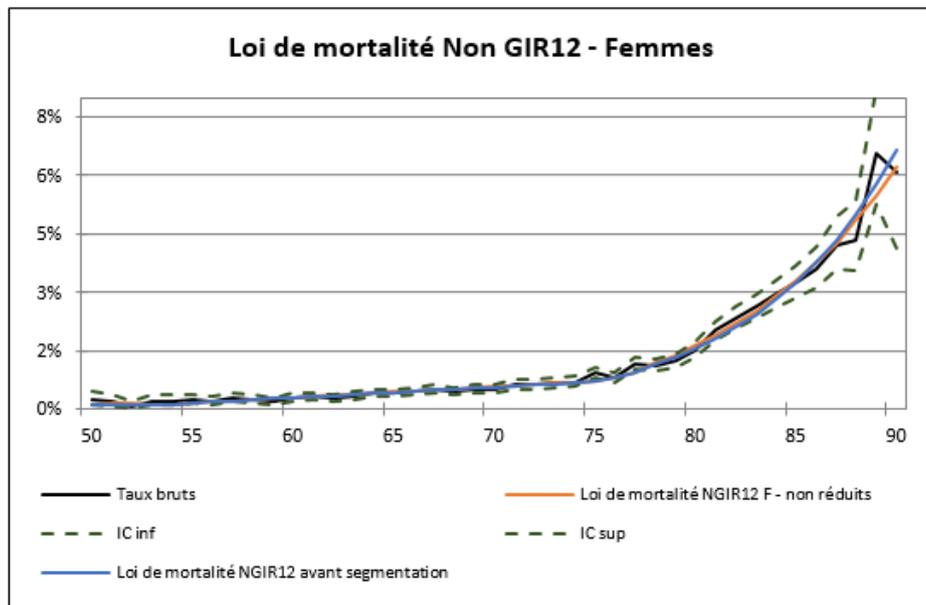


FIGURE 2.23 – Lissage - Mortalité Non GIR 12 F

A l'inverse des incidences, la courbe orange (loi de mortalité des non réduits) se situe légèrement en dessous de la courbe bleue (loi avant segmentation). En effet, les réduits ayant une mortalité plus forte, leur extraction de la loi globale entraîne une baisse des taux de mortalité.

2.5.2.1.3 Validation des lois

| Risque \ Tranche d'âge | Tranche d'âge | | | | | | | |
|------------------------|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|----------|
| | 18-60 | 60-65 | 65-70 | 70-75 | 75-80 | 80-85 | 85-120 | Ensemble |
| Incidence GIR12 H | 71% | 137% | 82% | 83% | 106% | 101% | 91% | 95,98% |
| Incidence GIR12 F | 87% | 94% | 105% | 95% | 105% | 97% | 100% | 99,65% |
| Mortalité non GIR12 H | 98% | 83% | 101% | 95 % | 100% | 102% | 100% | 100,17% |
| Mortalité non GIR12 F | 98% | 101% | 103% | 99% | 102% | 102% | 99% | 100,78% |

TABLE 2.9 – Validation des lois des non réduits : Ratio O/A

Nous remarquons que le ratio est meilleur pour les âges intermédiaires et les grands âges. Cela est dû au fait que nous disposons de données robustes pour ces âges. Au global, notre ratio est proche de 100%, nous pouvons donc conclure que les lois lissées reflètent le risque réel des non réduits du portefeuille autonome.

Nous testons d'autres critères de validation comme le Test des signes, MAPE, R^2 . Pour rappel, plus le coefficient R^2 est proche de 1, meilleur est le modèle. Aussi, plus le MAPE est faible, meilleur est le modèle. Le modèle est parfait lorsqu'on a autant de signes positifs que négatifs,

| | | Incidence GIR 12 H | Incidence GIR 12 F |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Test des signes | +(-) | 57(16) | 57(19) |
| | EPS_SIG | 3,94 | 3,65 |
| | P_val | 0,0081% | 0,0267% |
| Ratio O/A | SMR | 95,98% | 99,65% |
| | ξ^{\wedge} SMR | 1,84 | 0,20 |
| | P_val | 6,55% | 84,34% |
| MAPE | | 0,37% | 0,20% |
| R^2 | | 65,05% | 84,41% |

FIGURE 2.24 – Validation du lissage de Makeham - Incidence GIR 12

| | | Mortalité NGR 12 H | Mortalité NGR 12 F |
|-----------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Test des signes | +(-) | 71(32) | 73(30) |
| | EPS_SIG | 3,74 | 4,14 |
| | P_val | 0,0181% | 0,0035% |
| Ratio O/A | SMR | 100,17% | 100,78% |
| | ξ^{\wedge} SMR | 0,13 | 0,52 |
| | P_val | 89,45% | 60,08% |
| MAPE | | 0,28% | 0,20% |
| R^2 | | 94,47% | 81,71% |

FIGURE 2.25 – Validation du lissage de Makeham - Mortalité non GIR 12

Nous remarquons sur les 2 tableaux ci-dessus que le test des signes n'est pas très satisfaisant donc la courbe lissée ne coupe pas parfaitement la courbe des taux bruts de manière uniforme. Cela est compréhensible car les taux bruts ne sont pas très volatiles. Quant aux ratios O/A, les valeurs sont proches de 100% et les p-valeurs associées (supérieures à 5% donc on accepte l'hypothèse que 100% appartient à l'intervalle de confiance) montrent que la loi lissée par Makeham anticipe correctement les incidences sur la période d'observation. Le MAPE très faible ici témoignent qu'il n'y a pas d'écart important entre les valeurs théoriques et les valeurs observées. Le R^2 est ici élevé, donc satisfaisant.

Au travers des analyses ci-dessus, nous concluons que les lissages effectués par la méthode de Gompertz-Makeham sur les non réduits sont satisfaisants et reflètent au mieux leurs risques.

2.5.2.2 Sous-population des réduits

2.5.2.2.1 Lois retenues

| | | |
|---------|------------------|---------------------------------|
| | Lois d'incidence | Lois de mortalité des autonomes |
| Libellé | GIR 12 H/F | Non GIR 12 H/F |

TABLE 2.10 – Loi retenues selon la méthodologie du CAA

Pour les populations des réduits, seulement 4 lois sont possibles. En effet, le passage en réduction annule la garantie dépendance partielle éventuelle, les réduits ne peuvent donc présenter des états de dépendance GIR 3,4 ou 5 ou du moins nous n'avons pas connaissance de ces états puisqu'ils ne sont plus couverts contre la garantie dépendance partielle.

Pour l'ajustement des taux des réduits, les lois de références utilisées sont les lois des non réduits équivalant. Les lois d'incidence GIR12 des non réduits sont utilisées comme loi de référence pour calculer les lois d'incidence GIR12 des réduits. Les lois de mortalité Non GIR12 des non réduits ont été utilisées pour calculer les lois de mortalité Non GIR12 des réduits. En effet, les réduits et non réduits présentent des caractéristiques similaires en terme de risque.

2.5.2.2.2 Ajustement des taux bruts

Application du coefficient d'abattement sur les réduits :

$$\alpha = \frac{\sum_{x=18}^n D_x}{\sum_{x=18}^n (q_x^{ref} \times er(x))}$$

$$\text{Soit } q_x^{aj}(t) = \alpha \times q_x^{ref}(t)$$

Remarque : Le coefficient d'abattement est un ratio observés/attendus. La définition de l'intervalle de confiance est la même que celle du ratio O/A de la partie 2.4.1.2

Résultats obtenus pour l'incidence GIR 12 des Hommes et les Femmes

| | α | α_{inf} | α_{sup} |
|--------|----------|----------------|----------------|
| Hommes | 57,45% | 57,39% | 57,51% |
| Femmes | 57,57% | 57,54% | 57,60% |

TABLE 2.11 – Coefficient d'abattement : Résultat sur les incidences

Autrement dit, pour obtenir la loi d'incidence GIR 12 H des réduits, nous allons appliquer un taux d'abattement de 57,45% sur la loi d'incidence GIR 12 H des non réduits.

Résultat obtenus pour la mortalité NGIR 12 des Hommes et les Femmes

| | α | α_{inf} | α_{sup} |
|--------|----------|----------------|----------------|
| Hommes | 133, 14% | 133, 09% | 133, 19% |
| Femmes | 124, 06% | 124, 02% | 124, 11% |

TABLE 2.12 – Coefficient d'abattement : Résultat sur les mortalités

Pour obtenir la loi de mortalité non GIR 12 H des réduits, nous allons appliquer un taux d'abattement de 110,8% sur la loi de mortalité des non GIR 12 H des non réduits. Nous remarquons de façon générale que la courbe de mortalité des réduits est au dessus de celle des non réduits. Par contre, la courbe d'incidence des réduits est en dessous de celle des non réduits . Notre hypothèse principale selon laquelle les réduits ont un risque de mortalité plus élevé et d'incidence plus faible que les non réduits est vérifiée.

Aussi, il faut également noter une bonne stabilité du taux d'abattement au vu de l'étroitesse de l'intervalle de confiance.

Application du modèle de Brass sur les réduits :

$$\text{Rappel du modèle : } \ln \left(\frac{q_x^{aj}(t)}{1 - q_x^{aj}(t)} \right) = \beta_1 + \beta_2 \ln \left(\frac{q_x^{ref}(t)}{1 - q_x^{ref}(t)} \right) + \varepsilon_{x,t}$$

Résultats obtenus pour l'incidence des Hommes et des Femmes

| | β_1 | β_2 |
|--------|-----------|-----------|
| Hommes | -0.21 | 1.11 |
| Femmes | -2.05 | 0.57 |

TABLE 2.13 – Modèle de Brass : Résultat sur les incidences

Résultats obtenus pour la mortalité des Hommes et des Femmes

| | β_1 | β_2 |
|--------|-----------|-----------|
| Hommes | 0.38 | 1.03 |
| Femmes | -0.22 | 0.90 |

TABLE 2.14 – Modèle de Brass : Résultat sur les mortalités

Les graphiques ci dessous présentent les résultats pour les ajustements réalisés sur les lois d'incidence et de mortalité des réduits selon les deux méthodes d'ajustement décrites ci-dessus.

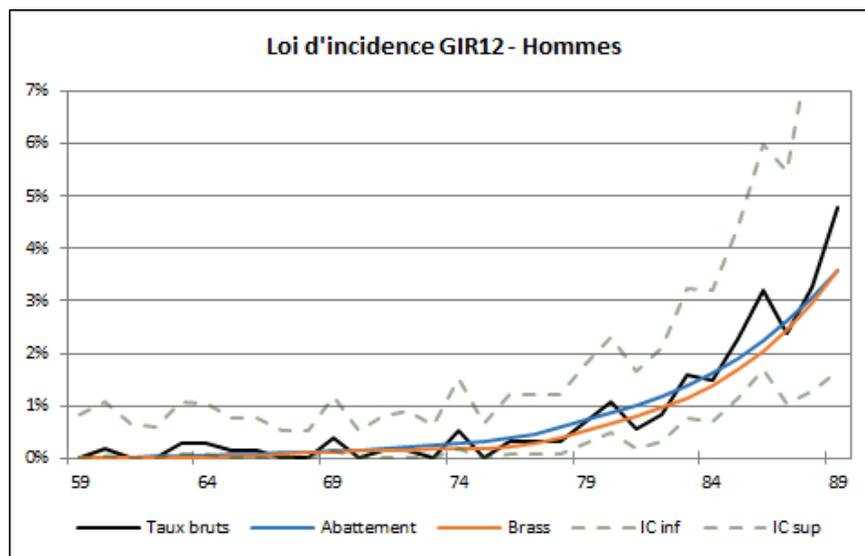


FIGURE 2.26 – Ajustement des taux des réduits - Incidence GIR 12 H

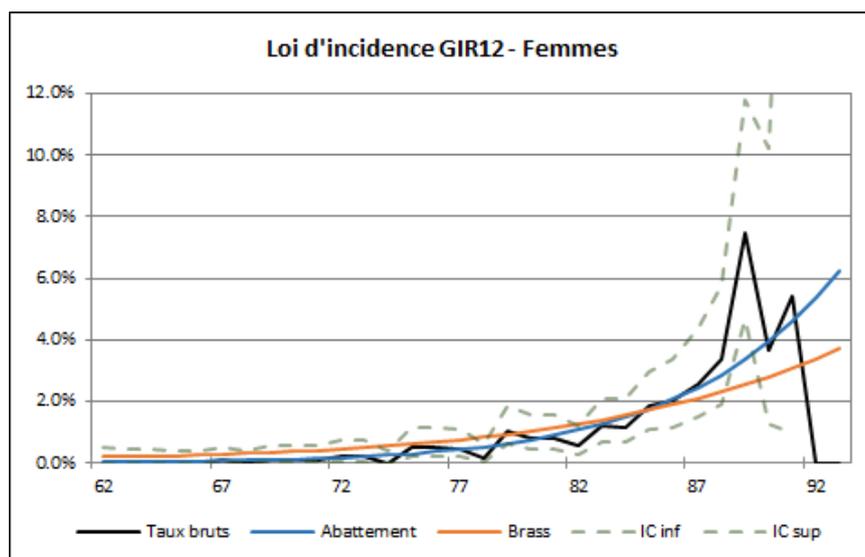


FIGURE 2.27 – Ajustement des taux des réduits - Incidence GIR 12 F

Pour les lois d'incidence, nous remarquons que les deux méthodes produisent des lois très proches chez les hommes, et un écart chez les femmes.

Les 2 graphiques ci dessous présentent les ajustements réalisés sur les lois de mortalité selon les 2 méthodes.

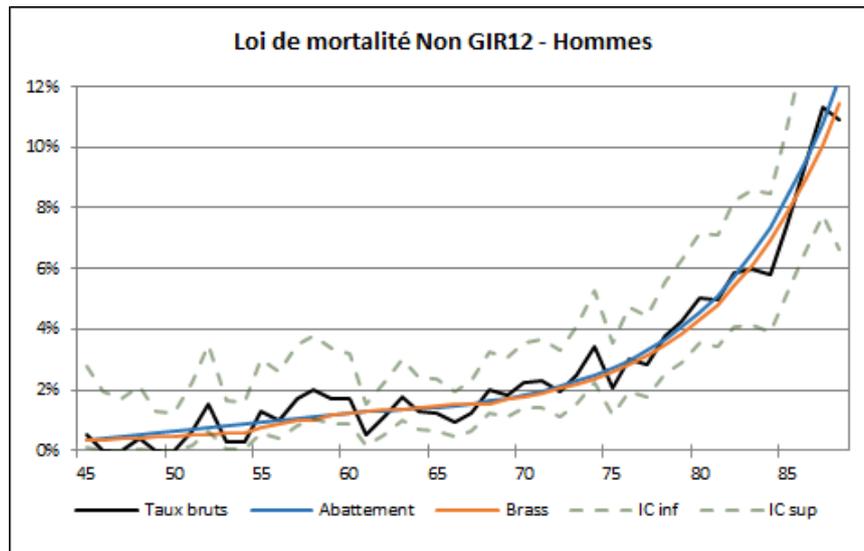


FIGURE 2.28 – Ajustement des taux des réduits - mortalité non GIR 12 H

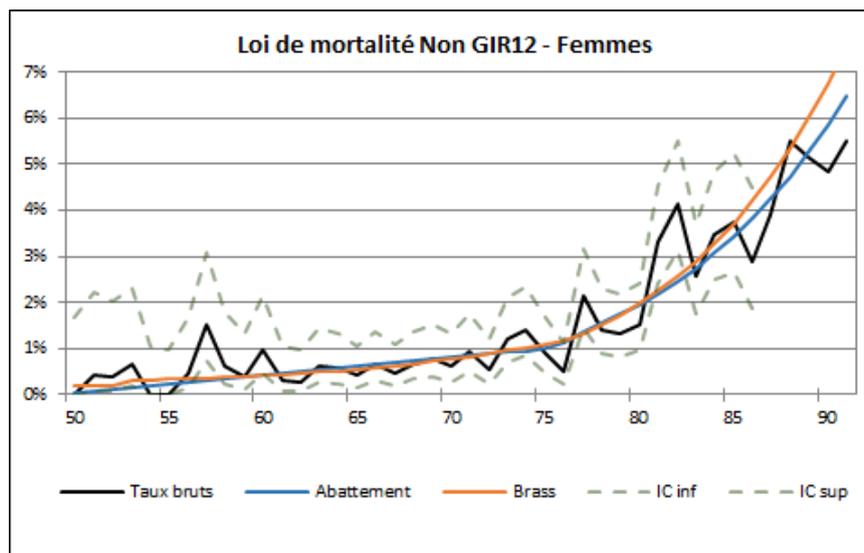


FIGURE 2.29 – Ajustement des taux des réduits - Mortalité non GIR 12 F

Pour les lois de mortalité, nous remarquons que les deux méthodes produisent des lois proches chez les 2 sexes.

Des indicateurs comparatifs de validation seront utilisés dans la partie suivante pour déterminer la méthode qui reflète mieux les risques d'incidence et de mortalité des réduits.

2.5.2.2.3 Validation des Lois Ces tableaux ci dessous présentent les résultats des différents tests qui permettent de juger de la qualité du lissage Les lois sont validées et comparées à l'aide du test des signes, du ratio O/A, du MAPE et du R². On établit un scoring qui vaut 1 pour le meilleur modèle selon un critère de validation donnée et 0 pour l'autre, puis on choisit le critère avec un score finale le plus élevé. Le ratio O/A étant un critère de validation privilégié parmi ceux utilisées par le Crédit Agricole Assurances, nous lui attribuons un score de 2.

Pour rappel, le test des signes, les coefficients MAPE et R² sont des critères qui permettent de juger de la proximité des lissages aux taux bruts. Quand aux ratio O/A, ils permettent de vérifier si les lois reflètent le risque réel du portefeuille.

| | | Comparaison Lissages | | Scoring | |
|-----------------|---------|----------------------|------------|---------|------------|
| | | BRASS | ABBATEMENT | BRASS | ABBATEMENT |
| Test des signes | +(-) | 52(20) | 56(16) | 1 | 0 |
| | EPS_SIG | 3,05 | 3,84 | | |
| | P_val | 0,2254% | 0,0122% | | |
| Ratio O/A | SMR | 110,29% | 100,00% | 0 | 2 |
| | ξ^SMR | 1,01 | 0,00 | | |
| | P_val | 31,22% | 100,00% | | |
| MAPE | | 3,74% | 3,77% | 1 | 0 |
| R^2 | | 26,76% | 23,19% | 1 | 0 |
| | | | | 3 | 2 |

FIGURE 2.30 – Comparaison et validation des ajustements - Loi d'incidence GIR 12 H

Résultat pour l'incidence GIR 12 Homme : Le résultat du test des signes n'est pas satisfaisant. On retrouve moins de signes négatifs que positifs, cela est du au fait que la courbe ajustée ne coupe pas parfaitement la courbe des taux bruts de manière uniforme aux grands âges notamment. Quant aux ratios O/A, les valeurs sont proches de 100% et sa p-valeur associée montre que la loi abattue anticipe correctement les incidences sur la période d'observation. Les valeurs très faibles des MAPE obtenues sont satisfaisants et témoignent du faible écart entre les valeurs théoriques et les valeurs observées. Le coefficient R2 ici n'est pas très élevé, mais cela était prévisible du fait du nombre faible d'incidence observé sur les hommes (117 sur toute la période d'observation). Ainsi, **le modèle de BRASS est retenu.**

| | | Comparaison Lissages | | Scoring | |
|-----------------|--------------------|----------------------|-------------|---------|-------------|
| | | BRASS | ABBATTEMENT | BRASS | ABBATTEMENT |
| Test des signes | +(-) | 69(7) | 62(14) | | |
| | EPS_SIG | 6,01 | 4,63 | 0 | 1 |
| | P_val | 0,00000018% | 0,00036382% | | |
| Ratio O/A | SMR | 76,69% | 100,00% | | |
| | ξ^{\wedge} SMR | 4,78 | 0,00 | 0 | 2 |
| | P_val | 0,00% | 100,00% | | |
| MAPE | | 5,62% | 1,68% | 0 | 1 |
| R^2 | | 77,05% | 88,24% | 0 | 1 |
| | | | | 0 | 5 |

FIGURE 2.31 – Comparaison et validation des ajustements - Loi d'incidence GIR 12 F

Résultat pour l'incidence GIR 12 Femme : Comme sur les résultats précédents, le résultat du test des signes n'est pas satisfaisant à cause des écarts aux grands âges notamment. Quant aux ratios O/A, la valeur est satisfaisante pour l'abattement mais pas pour le modèle de BRASS où l'on rejete l'hypothèse H_0 : "100% appartient à l'intervalle de confiance". Les valeurs très faibles des MAPE obtenues sont satisfaisantes et témoignent du faible écart entre les valeurs théoriques et les valeurs observées. Le coefficient R2 s'approche progressivement de 100% contrairement aux résultats précédents, dû au fait que nous observons un peu plus d'incidences du côté des femmes. Ainsi, **l'abattement est retenu.**

| | | Comparaison Lissages | | Scoring | |
|-----------------|--------------------|----------------------|-------------|---------|-------------|
| | | BRASS | ABBATTEMENT | BRASS | ABBATTEMENT |
| Test des signes | +(-) | 76(27) | 77(26) | | |
| | EPS_SIG | 4,73 | 4,93 | 1 | 0 |
| | P_val | 0,00022% | 0,00008% | | |
| Ratio O/A | SMR | 103,45% | 100,00% | | |
| | ξ^{\wedge} SMR | 0,97 | 0,00 | 0 | 2 |
| | P_val | 33,32% | 100,00% | | |
| MAPE | | 4,01% | 4,41% | 1 | 0 |
| R^2 | | 97,87% | 97,48% | 1 | 0 |
| | | | | 3 | 2 |

FIGURE 2.32 – Comparaison et validation des ajustements - Loi de mortalité Non GIR 12 H

Résultat pour la mortalité Non GIR 12 Homme : Pour la mortalité des hommes, Le résultat du test des signes n'est pas satisfaisant. On retrouve moins de signes négatifs que positifs, cela est dû au fait que la courbe ajustée ne coupe parfaitement la courbe des taux bruts de manière uniforme. Quant aux ratios O/A, les valeurs sont proches de 100% et sa p-valeur associée montre que la loi abattue anticipe correctement

les incidences sur la période d'observation. Les valeurs très faibles des MAPE obtenues sont satisfaisantes et témoignent du faible écart entre les valeurs théoriques et les valeurs observées. Le coefficient R2 est très proche de 100%, car nous avons plus de données sur les mortalités. Ainsi, **le modèle de BRASS sera privilégié.**

| | | Comparaison Lissages | | Scoring | |
|-----------------|--------------------|----------------------|-------------|---------|-------------|
| | | BRASS | ABBATTEMENT | BRASS | ABBATTEMENT |
| Test des signes | +(-) | 74(29) | 80(23) | 1 | 0 |
| | EPS_SIG | 4,34 | 5,52 | | |
| | P_val | 0,00145% | 0,00000% | | |
| Ratio O/A | SMR | 103,45% | 100,00% | 0 | 2 |
| | ξ^{\wedge} SMR | 0,89 | 0,00 | | |
| | P_val | 37,37% | 100,00% | | |
| MAPE | | 3,30% | 3,26% | 0 | 1 |
| R^2 | | 95,88% | 95,09% | 1 | 0 |
| | | | | 2 | 3 |

FIGURE 2.33 – Comparaison et validation des ajustements - Loi de mortalité Non GIR 12 F

Résultat pour la mortalité Non GIR 12 Femme : Ici, la conclusion du test des signes est le même que le cas précédent, le résultat du test des signes n'est pas satisfaisant. les ratios O/A proches de 100% et leur p-valeur associée montre que les deux méthodes anticipent correctement les mortalités sur la période d'observation. Les valeurs très faibles des MAPE obtenues sont satisfaisants et témoignent du faible écart entre les valeurs théoriques et les valeurs observées. Le coefficient R2 est très proche de 100% car plus de données. Le scoring étant en **faveur de l'abattement**, nous choisissons ce dernier.

Ratio O/A par tranche d'âge

Les risques sont parfois mal modélisés localement par tranche d'âge car nous n'avons pas suffisamment d'observation.

| Âge / Risque | 18-60 | 60-65 | 65-70 | 70-75 | 75-80 | 80-85 | 85-120 | Ensemble |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|----------|
| Incidence GIR12 H | 110% | 714% | 126% | 117% | 92% | 107% | 105,9% | 110,3% |
| Incidence GIR12 F | 0% | 71% | 115% | 75% | 108% | 89% | 108% | 100,0% |
| Mortalité non GIR12 H | 113% | 87% | 109% | 119% | 110% | 99% | 96% | 103,5% |
| Mortalité non GIR12 F | 177% | 107% | 99% | 104% | 101% | 106% | 90,1% | 100,0% |

TABLE 2.15 – Validation des lois des réduits : ratio O/A

Ratio O/A par année

Dans cette partie, on teste la robustesse des lois sur les années de la période d'observation considérée [2014 – 2019]. En effet, il ce ratio par année permet d'observer si les années étudiées sont similaires en terme de sinistralité. 3 étapes seront mis en évidence :

- Calculer le ratio O/A par année de 2014 à 2019 en utilisant les lois construites.
- Déterminer l'intervalle de confiance de chaque ratio.
- Tester si le seuil 100% appartient ou non à l'intervalle de confiance.

Si le seuil 100% appartient à l'intervalle de confiance (box en vert), alors la loi testée calibre convenablement le risque de l'année considérée. Cette méthode est utilisée notamment pour arbitrer quant à la mise à jour des lois au sein du CAA. En effet, lorsque la loi ne calibre pas bien le risque sur les dernières années (100% hors de l'intervalle de confiance), cela signifie que la sinistralité a été exceptionnelle durant ces années, il faut alors, sur décision du comité technique ou à dire d'expert, mettre à jour les lois en changeant la période d'observation.

On observe ci-dessous les ratios O/A calculés par année ainsi que les intervalles de confiance.

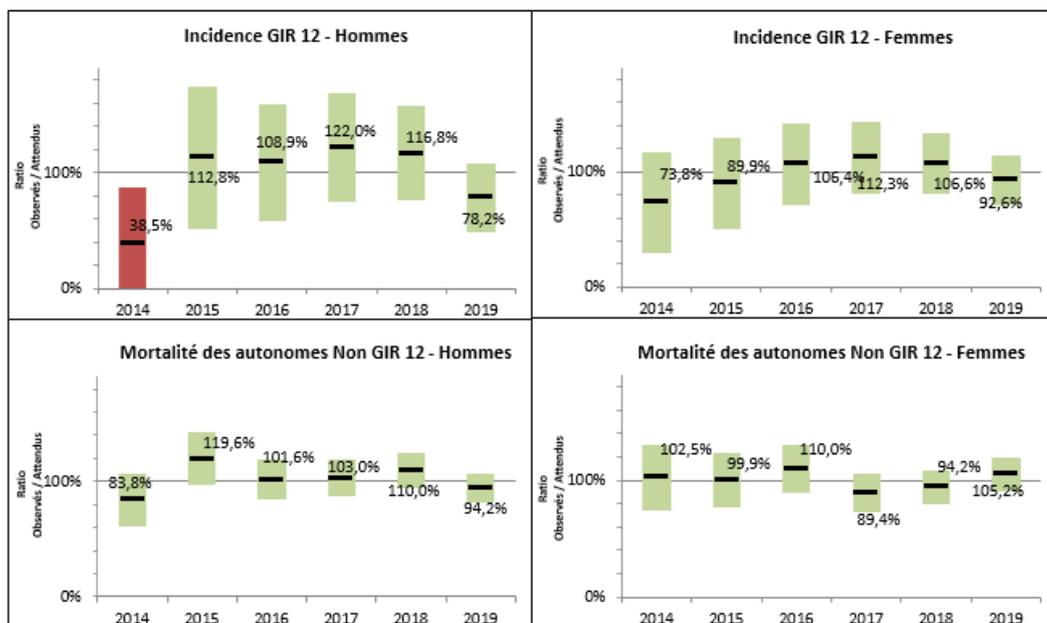


FIGURE 2.34 – Ratio O/A par année avec intervalles de confiance - Réduits

On remarque que quasiment tous les box sont en vert (contrairement au graphique de la figure 2.13). En 2014, on avait seulement 3 hommes qui sont entrés en dépendance totale, d'où le ratio très faible.

Au global, sur la période d'observation [2014-2019], la loi anticipe bien le risque d'incidence et de mortalité du portefeuille. Les ratios sont parfois volatiles les premières années d'observation à cause d'un nombre faible de données observées.

2.6 Synthèse

Les lois construites sur le portefeuille concernent les populations autonomes et les dépendantes. Cependant, les assurés réduits présentent un risque d'incidence et de mortalité différent des assurés non réduits. Aussi, il n'y a pas d'enjeux à séparer le portefeuille des dépendants car il contient très peu de données. La segmentation a été réalisée sur le portefeuille autonome, qui est lui hétérogène et présente un enjeu important compte tenu du nombre croissant de réduits en vu dans les prochaines années, le portefeuille étant en run-off.

Les ratios observés/attendus calculés sur les réduits en utilisant les lois du portefeuille autonome montre que ces lois ne reflètent pas le risque réel des réduits. De plus, les courbes des taux bruts représentées indiquent que les réduits ont une incidence plus faible et une mortalité plus forte que les non réduits.

Les différences de risques observées seraient dues à des effets comportementaux. En effet, les réduits ne cotisant plus, oublieraient qu'ils possèdent encore des garanties (rentes réduits, capitaux équipements/décès réduits). Cela engendre une faible déclaration d'entrée en dépendance, d'où moins d'incidences observées. De plus, ces réduits qui n'auraient pas déclarés leur état de dépendance décèdent plus vite que les non réduits, d'où une mortalité plus élevée.

L'objectif de ce mémoire était donc de prendre en compte le risque de cette sous-population (les réduits) du portefeuille autonome puis de refaire des lois sur nos nouvelles populations considérées.

Par ailleurs, dans le chapitre suivant, nous allons déterminer l'impact de cette nouvelle méthode sur les provisions.

Chapitre 3

Impact de la prise en compte des réduits sur le provisionnement

3.1 Modèle de provisionnement en normes françaises du Crédit Agricole Assurances

Le risque dépendance étant complexe, Crédit Agricole Assurances utilise un modèle simplifié en normes françaises en traitant de manière indépendante les assurés ayant souscrit une garantie DT ou DTP sans modéliser le passage de la dépendance partielle à la dépendance totale.

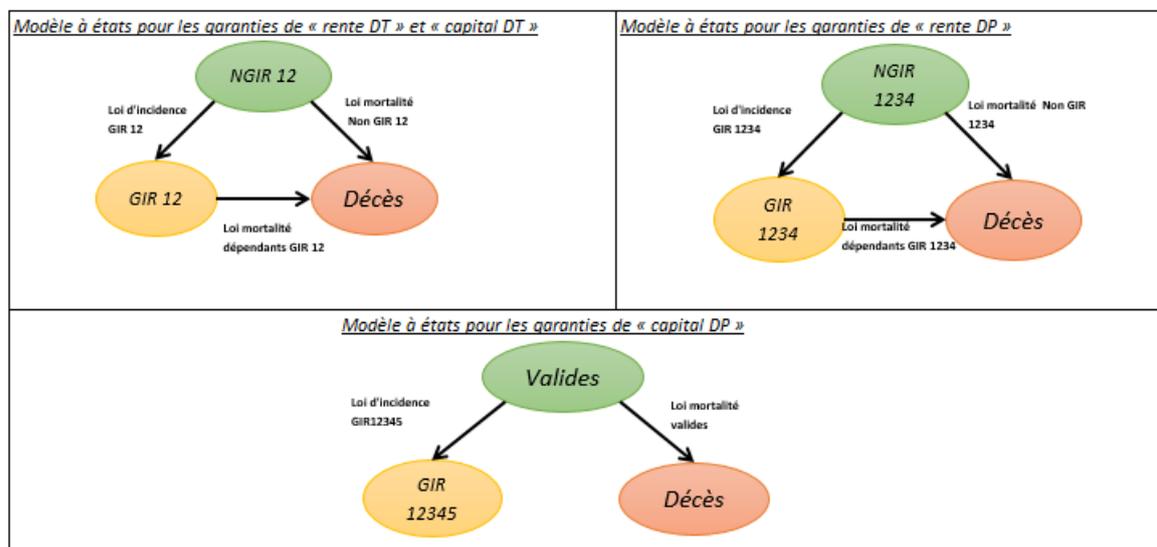


FIGURE 3.1 – Modélisation en normes locales du Crédit Agricole Assurances

Ce sont au total 22 lois qui sont utilisées dans cette modélisation (en distinguant certaines lois selon année 0, année 1 et année ≥ 1). A cela s'ajoute :

- deux coefficients de sélection médicale pour l'incidence et la mortalité des valides. (non utilisés, du fait de contrats ayant tous plus de 3 ans d'ancienneté)
- Un coefficient de surprime pour les risques aggravés : Les prestations sont augmentées du facteur de surprime défini à la souscription

3.2 Définition des termes et formules de provisionnement en normes françaises

3.2.1 Notations techniques et chargements

Actualisation des flux

- i_1 : taux technique pour le calcul de la PRC ; $i_1 = 2.5\%$
- i_2 : taux technique pour le calcul des PM; il est revu chaque année et il est mis à jour par un avenant au traité ; $i_2 = 0,5\%$ à fin 2016.
- Par souci de simplification des formules, nous désignons par i le taux technique et v le facteur d'actualisation, avec $i = i_1$ ou $i = i_2$ selon que le calcul corresponde à un calcul de PRC ou de PM.
- $v_1 = \frac{1}{1+i_1}$ et $v_2 = \frac{1}{1+i_2}$ facteurs d'actualisation.

Chargements

Les chargements du contrats « AD » sont :

- g : chargement pour le preneur de risque, en proportion de la prime pure de réassurance = 5%.
- θ : commission de réassurance, en proportion de la prime de réassurance = 20%.
- r : taux de gestion des rentes = 3%

Le contrat prévoit un avantage couple inclus de manière forfaitaire dans le tarif. La prime de réassurance est majorée du coefficient « avantage_couple » qui est égal à 5%.

Pour une garantie en rente, si l'on note :

- $P'_{R,x}$ la prime y compris chargement pour une garantie en rente et une souscription à l'âge x ,
- $P_{R,x}$ la prime pure correspondante,

on a la relation suivante entre la prime pure et la prime y compris chargement :

$$P'_{R,x} = P_{R,x} \times \frac{(1+r) \times (1 + \text{avantage_couple})}{(1-g-\theta)}$$

Pour une garantie en capital, si l'on note :

- $P'_{C,x}$ la prime de réassurance pour une garantie en capital et une souscription à l'âge x

- $P_{C,x}$ la prime pure correspondante,
on a la relation suivante entre la prime pure et la prime y compris chargement :

$$P'_{c,x} = P_{c,x} \times \frac{(1 + \text{avantage_couple})}{(1 - g - \theta)}$$

Notations utilisées dans les formules de provisionnement

| Notations | Description |
|---------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a_{x,k}^{sexe}$ | Proportion d'assuré de sexe (homme ou femme) d'âge x à la souscription et de k années d'ancienneté. |
| v | Facteur d'actualisation : $v = 1/(1 + i)$ avec i taux d'actualisation annuel. |
| ${}_k p_x^{sexe,aa_tot}$ | Probabilité pour un assuré autonome totalement (aa_tot) de sexe donné, d'âge x , d'être vivant et autonome totalement à l'âge $x + k$. |
| ${}_k p_x^{sexe,aa}$ | Probabilité pour un assuré autonome (aa) de sexe donné, d'âge x , d'être vivant et autonome à l'âge $x + k$. |
| ${}_k p_x^{sexe,i_tot}$ | Probabilité pour un assuré en dépendance totale (GIR (1,2)), de sexe donné, d'âge x , d'être vivant à l'âge $x + k$. |
| ${}_k p_x^{sexe,i}$ | Probabilité pour un assuré en dépendance totale et partielle (GIR (1, 2, 3, 4)), de sexe donné, d'âge x , d'être vivant à l'âge $x + k$. |
| ${}_i l_{x+k}^{sexe,tot}$ | Probabilité qu'un assuré non totalement dépendant, de sexe donné, entre en dépendance totale (GIR (1, 2)) à l'âge $x + k$. |
| ${}_i l_{x+k}^{sexe}$ | Probabilité qu'un assuré non dépendant, de sexe donné, entre en dépendance totale et partielle (GIR (1, 2, 3, 4)) à l'âge $x + k$. |
| ${}_k q_x^{sexe,aa_tot}$ | Probabilité qu'un assuré autonome totalement, de sexe donné, d'âge x , de décéder entre x et $x + 1$. |
| ${}_k q_x^{sexe,aa}$ | Probabilité qu'un assuré autonome, de sexe donné, d'âge x , de décéder entre x et $x + 1$. |
| m | Nombre de fractions annuelles de la rente. |
| m' | Nombre de fractions annuelles de cotisations. |
| R | Rente périodique |
| C | Capital équipement de base. |
| r | Chargement de gestion lié au paiement des rentes. |
| $P'_{R,x}$ | Prime périodique y compris chargements pour une garantie en rente et une souscription à l'âge x et y compris révisions tarifaires passées et futures. |
| $P_{R,x}$ | Prime pure périodique pour une garantie en rente et une souscription à l'âge x y compris révisions tarifaires passées et futures. |
| $P'_{C,x}$ | Prime périodique y compris chargements pour une garantie en capital et une souscription à l'âge x y compris révisions tarifaires passées et futures. |
| $P_{C,x}$ | Prime pure périodique pour une garantie en capital et une souscription à l'âge x y compris révisions tarifaires passées et futures. |

TABLE 3.1 – Notations utilisées dans les formules de provisionnement

3.2.2 La provision pour risques croissants (PRC)

Le risque dépendance étant un risque viager, il est nécessaire de constituer une provision pour faire face aux risques futurs. La Provision pour Risques Croissants (PRC) est une provision qui est généralement constituée sur des risques longs susceptibles d'évoluer au cours des années, comme la dépendance. Son calcul concerne les assurés non dépendants y compris les assurés en GIR 5 qui sont toujours cotisants. Elle correspond à la différence des engagements assureurs et assurés.

$$PRC(x, t) = EA(x, t) - Ea(x, t)$$

Avec, EA : Engagement Assureur

Ea : Engagement assuré

A $t = 0$, les engagements assureurs et assurés sont égaux donc $PRC(x, 0) = 0$.

La calcul de la PRC se fait distinctement selon le type de garantie (garantie DT seule ou DTP). En supposant k l'ancienneté en supposant également que la PRC ne peut être négative.

Garantie dépendance totale

Ici, nous calculons la PRC pour un assuré autonome ayant souscrit à la garantie dépendance totale seule pour une police qui n'est pas en réduction de garantie, pour une garantie en rente et capital équipement.

Nous considérons ici le calcul de la PRC après contre-assurance ($k \geq 3$)

$${}_kV_x^{PRC,k} = \text{Max}(Eng(A) - Eng(a); 0) \times (1 + Taux_{Surprime})$$

$${}_kV_x^{PRC,k} = \text{Max}\left(\alpha_{x,k}^H \times \Pi_{x+k, Rente}^{H,tot} + \alpha_{x,k}^F \times \Pi_{x+k, Rente}^{F,tot}\right) \times R \times (1+r)$$

Engagement Assureur
sur la rente et les frais
associés

$$+ \left[\alpha_{x,k}^H \times \Pi_{x+k, Cap}^{H,tot} + \alpha_{x,k}^F \times \Pi_{x+k, Cap}^{F,tot}\right] \times C$$

Engagement Assureur
sur le capital
équipement

$$-(1+r) \times P_{R,x}^{theo} \times \left(\alpha_{x,k}^H \times \ddot{a}_{x+k}^{H,aa(m')-tot} + \alpha_{x,k}^F \times \ddot{a}_{x+k}^{F,aa(m')-tot} \right)$$

Engagement Assuré sur la prime pour une garantie en rente

$$-P_{C,x}^{theo} \times \left(\alpha_{x,k}^H \times \ddot{a}_{x+k}^{H,aa(m')-tot} + \alpha_{x,k}^F \times \ddot{a}_{x+k}^{F,aa(m')-tot} \right); 0 \times (1+Taux_{surprime})$$

Engagement Assuré sur la prime pour une garantie en capital

$$= \left(C \times Bareme_{x,k}^{Gar Totale, Cap Eq} + R \times Bareme_{x,k}^{Gar Totale, Rente} \right) \times (1+Taux_{surprime})$$

La dernière ligne correspond au PRC avec Barème. Les tables de barèmes du CAA sont calculées pour chaque couple d'âge à la souscription x et d'ancienneté k et donne le montant $Bareme_{x,k}^{GarantieG}$ pour la garantie G concernée.

Où :

- $Eng(A)$: Engagement Assureur

- $Eng(a)$: Engagement assuré

- $p_x^{sexe,aa-tot}$: probabilité de rester autonome totalement avec : $p_x^{sexe,aa-tot} = \left(1 - i_x^{sexe,tot} \right) \times \left(1 - q_x^{sexe,aa-tot} \right)$

- $\Pi_{x+k, Rente}^{sexe,tot}$ est l'engagement de l'Assureur sur la garantie en rente :

$$\Pi_{x+k, Rente}^{sexe tot} = \sum_{t=0}^{+\infty} v^t p_{x+k}^{sexe,aa-tot} \times i_{x+k+t}^{sexe,tot} \times \left(\sum_{s=1}^{+\infty} v^s p_{x+k+t}^{sexe,i-tot} + \frac{m-1}{2m} \right)$$

- $\ddot{a}_{x+k}^{sexe,aa(m')-tot}$ est l'engagement de l'assuré à payer ses cotisations périodiquement à terme anticipé, tant qu'il est assuré autonome totalement :

$$\ddot{a}_{x+k}^{sexe,aa(m')-tot} = \sum_{k=0}^{+\infty} v_k^k p_x^{sexe,aa-tot} - \frac{m'-1}{2m'}$$

- $P_{R,x}^{theo}$ est la prime périodique théorique y compris chargements pour une garantie en rente et une souscription à l'âge x et y compris révisions tarifaires passées et

futures. Cette prime est déduite du montant de rente de base souscrit : $P_{R,x}^{theo} = f(R, x, \text{chargements})$.

- $P_{C,x}^{theo}$ est la prime périodique théorique y compris chargements pour une garantie en capital équipement et une souscription à l'âge x et y compris révisions tarifaires passées et futures. Cette prime est déduite du montant de capital équipement de base souscrit : $P_{c,x}^{theo} = f(C, x, \text{chargements})$.
- $P_{R,x}^{theo}$ est la prime pure théorique périodique pour une garantie en rente et une souscription à l'âge x y compris révisions tarifaires passées et futures. Cette prime est déduite du montant de rente de base souscrit : $P_{R,x}^{theo} = f(R, x)$.
- $P_{C,x}^{theo}$ est la prime pure théorique périodique pour une garantie en capital équipement et une souscription à l'âge x y compris révisions tarifaires passées et futures. Cette prime est déduite du montant de capital équipement de base souscrit : $P_{Cx}^{theo} = f(C, x)$,

Garantie dépendance totale et partielle

Ici, nous calculons la PRC pour un assuré autonome ayant souscrit à la garantie dépendance totale et partielle pour une police qui n'est pas en réduction de garantie, pour une garantie en rente et capital équipement.

Les formules restent les mêmes, la PRC avec barème est :

$${}_kV_x^{PRC,k} = \left(C \times \text{Bareme}_{x,k}^{\text{Gar Tot et part, Cap Eq}} + R \times \text{Bareme}_{x,k}^{\text{Gar Tot et part, Rente}} \right) \times (1 + \text{Tauxsurprime})$$

3.3 Comparaison des PRC : méthode actuelle versus méthode « cible » en normes françaises

Nous définissons par :

- **Méthode actuelle** : La méthode actuellement utilisée pour le calcul de la PRC (loi globale c'est-à-dire réduit et non réduits confondus).
- **Méthode « cible »** : La méthode de calcul en utilisant les lois construites dans ce mémoire sur les réduits et les non réduits.

3.3. COMPARAISON DES PRC : MÉTHODE ACTUELLE VERSUS MÉTHODE « CIBLE » EN NORMES FRANÇAISES

71

Pour des raisons de confidentialité, les montants seront normalisés, l'impact en pourcentage reste évidemment le même.

| | Non réduits | Réduits | Total |
|-----------------------|--------------|----------------|----------------|
| PRC méthode actuelle | 1 000 000 | 130 607 | 1 130 607 |
| PRC méthode « cible » | 1 052 672 | 82 663 | 1 135 335 |
| Impact montant | +52 672 | -47 943 | +4 729 |
| Impact % | +5,3% | -36,7 % | +0,42 % |

TABLE 3.2 – Comparaison des PRC suite à l'étude sur les réduits

La méthode actuelle calcule la PRC réduits et des non réduits en utilisant les lois du portefeuille globale sur chacune les deux sous-populations. La méthode développée dans ce mémoire permet de calculer les PRC des réduits et des non réduits tout en utilisant les lois équivalentes à chacune des deux sous-populations.

- La méthode « cible » est la méthode la plus proche du risque et qui amène donc à une PRC le plus représentatif du risque.
- Après utilisation notre approche « cible », on remarque une baisse importante de 36,7% de la PRC des réduits. Cette baisse se compense quasiment par une hausse de 5,3% de la PRC des non réduits.
- **De façon globale, l'approche « cible » développée dans ce mémoire n'a pas d'impact significative sur la PRC aujourd'hui. Cependant, compte tenu de la proportion croissante de réduits en vu dans les années à venir l'écart devrait s'amplifier.**
- La méthode « cible » fait intervenir 16 lois contre 12 pour la méthode actuelle, soit 4 lois de plus (sur les autonomes).

3.4 Application en vision Solvabilité 2

Le modèle BE s'appuie sur une modélisation différente du modèle en normes locales, avec de plus l'intégration de deux états supplémentaires : la résiliation et le passage en réduction. Il continue cependant de faire une distinction des modèles DT et DTP.

En pratique, CAA utilise actuellement des proxys appliqués aux lois imbriquées pour construire des lois élémentaires (Faible volumétrie des données, charge supplémentaire de travail reportée pour la construction des lois élémentaires et des développements associés, plusieurs états de dépendance, temps de calcul). De plus, CAA néglige la réversibilité de l'état de dépendance et l'aggravation de l'état de dépendance totale (GIR 2 à GIR 1) et de l'état de dépendance partielle (GIR 4 à GIR 3) : ces cas étant marginaux.

Par rapport au modèle normes françaises, les lois supplémentaires en S2 et leurs proxies utilisées correspondant, sont les suivantes :

| Loi S2 | Loi S1 utilisée (Proxy) |
|-----------------------|------------------------------------|
| Valide DTP → GIR 5 | Incidence G12345 - Incidence G1234 |
| Valide DTP → GIR 34 | Incidence G1234 - Incidence G12 |
| Valide DTP → G12 | Incidence G12 |
| Passage GIR 5 → G 34 | Incidence G1234 - Incidence G12 |
| Passage GIR 5 → G 12 | Incidence G12 |
| Mortalité GIR 5 | Mortalité G6 |
| Passage GIR 34 → G 12 | incidence G12 |
| Mortalité GIR 34 | Mortalité G1234 |

TABLE 3.3 – Lois issues de S1 utilisées en S2 (Proxy) pour les lois supplémentaires

Les lois prises en compte dans le modèle prophet sont les lois de passage en réduction, les lois de résiliation et les lois proxies mentionnées dans le tableau ci-dessous.

Cependant, l'application de la méthode « cible » dans le modèle prophet présente plusieurs limites.

- L'outil de projection S2 se lance sur un fichier de population donnée (les réduits ou les non réduits par exemple). En lançant l'outil sur les non réduits, certains assurés peuvent donc passer d'une année N à une année N+1 d'un état à un autre (décédés, en incidence, résiliés, réduits). Les assurés qui passent à un état réduits en N+1 se verront appliquer en N+2, N+3... des lois des non réduits, ce qui n'est pas cohérent avec la réalité et pourrait biaiser fortement les résultats des PRC.
- Le modèle reste donc complexe à mettre en place dans le cadre du modèle S2. Toutefois, l'application en S2 n'apporte pas d'information supplémentaire sur les différences de risques observées entre les réduits et les non réduits.

Conclusion

La connaissance du risque de son portefeuille est essentielle pour un assureur, non seulement pour des besoins de tarifications prudentes mais également pour évaluer le niveau d'engagement de celui-ci envers ses assurés. Ce besoin se ressent notamment sur des risques longs et difficiles à appréhender comme la dépendance.

Dans ce mémoire, nous avons dans un premier temps dressé un panorama de la dépendance en France. Nous retiendrons que la dépendance est un phénomène qui grandit progressivement compte tenu de l'augmentation de l'espérance de vie des populations françaises. De plus, malgré les efforts des pouvoirs publics à travers prestations et projets de lois pour soulager les ménages, la réponse reste à ce jour insuffisante. Nous avons également étudié le produit d'assurance dépendance AD du Crédit Agricole Assurances qui est une alternative pour financer la charge liée à l'état de dépendance et qui est en run-off depuis 2014. Ce produit offre la possibilité aux assurés qui cotisent de résilier ou de réduire leur contrat. Il ressort que les assurés réduits présentent un risque d'incidence plus faible et de mortalité plus élevé que les assurés non réduits, cela s'expliquerait par des effets comportementaux de certains réduits qui, ne cotisant plus, oublient de déclarer leur état de dépendance. L'assureur n'ayant pas connaissance de cet état, les considère comme autonome, d'où la mortalité plus élevée.

Ensuite, nous avons calculé les taux bruts d'incidence et de mortalité grâce à l'estimateur de Hoem. Le portefeuille a été segmenté uniquement sur la population des autonomes qui présentait un enjeu important. Nous avons calculé, conformément à la modélisation du Crédit Agricole Assurances, 12 taux pour la population globale, 12 taux pour les non réduits et 4 taux pour les réduits. Ainsi, la méthode développée dans ce mémoire (méthode segmentée) fait intervenir 16 taux bruts au total contre 12 pour la méthode actuellement en place (méthode non segmentée). Ces taux bruts ont été lissés par la méthode de Gompertz-Makeham sur les non réduits et la population globale où l'on disposait de données suffisamment robustes. Sur les réduits où la volumétrie n'était pas élevée, nous avons utilisé des méthodes d'ajustements relationnels telles que le coefficient d'abattement et la méthode de BRASS.

Enfin, nous avons mesuré l'impact de cette segmentation d'un point de vu provisionnement. La méthode segmentée n'a pas d'impact significatif sur la PRC totale (+0,4%), à

ce jour, même si l'impact s'est fait ressentir sur la PRC de chaque segment de population (-36,7% pour les réduits et +5,3% pour les cotisants). Cela s'explique notamment par une baisse important (quasiment de moitié) du taux d'incidence appliqué aux réduits. D'autre part, nous observons une hausse légère du taux d'incidence appliqué aux non réduits. En effet, la PRC est plus sensible à l'incidence qu'à la mortalité.

Si à court terme la mise en place de cette méthode n'est pas envisagée, il serait tout de même intéressant de suivre l'évolution des réduits dans le temps afin de s'assurer qu'on ait pas de dérive de risque.

Annexe A

Extrapolation aux grands âges

A noter que plusieurs études/mémoires au sein du Crédit Agricole Assurances ont été réalisés, comparant les méthodes d'extrapolation (méthode Kannisto, Coale & Kisker) aboutissant au choix de la méthode d'extrapolation de Kannisto sur ce périmètre. Ces études ne sont pas reconduites dans ce mémoire.

Méthode d'extrapolation de Kannisto

Le modèle de Kannisto est une variante du modèle logistique. La principale caractéristique de ce modèle est que les taux d'incidence possèdent une limite inférieure à 100% quand l'âge augmente. Ce modèle introduit l'hypothèse qu'il n'existe pas d'âge maximal de vie, puisque la probabilité de survie à chaque âge ne devient jamais négligeable. En effet, le modèle fait tendre les taux d'incidence i_x vers $1 - \frac{1}{e}$ soit environ 63%. Le modèle, ajusté sur les taux de hasard, est défini par :

$$h(t) = \frac{b * \exp(ct)}{1 + b * \exp(ct)}$$

Ce qui permet d'écrire

$$i_x = 1 - \left[\frac{b * \exp(cx)}{1 + b * \exp(c(x+1))} \right]^{1/c}$$

Les deux paramètres b et c sont obtenus par une régression linéaire, puis ajustés par un critère de moindres carrés (via l'algorithme de Newton Raphson). Le calcul des taux extrapolés est effectué en trois étapes.

a) Régression linéaire et estimation des paramètres initiaux

En partant de :

$$h(t) = \frac{b * \exp(ct)}{1 + b * \exp(ct)} \quad \text{et} \quad \text{logit}(p) = \ln \left(\frac{p}{1-p} \right)$$

il est possible d'écrire :

$$\text{logit}(h(t)) = \ln\left(\frac{h(t)}{1-h(t)}\right) = \ln(b \exp(ct)) = ct + \ln(b)$$

Sachant que $i_x = 1 - \exp\left(-\int_x^{x+1} h(t)dt\right)$, et en posant $\int_x^{x+1} h(t)dt \cong h\left(x + \frac{1}{2}\right)$ grâce la méthode du point médian, alors :

$$i_x \cong 1 - \exp\left(-h\left(x + \frac{1}{2}\right)\right)$$

On obtient :

$$\text{logit}\left(h\left(x + \frac{1}{2}\right)\right) = \ln\left[\frac{-\ln(1-i_x)}{1+\ln(1-i_x)}\right] = c\left(x + \frac{1}{2}\right) + \ln(b) = ax + d$$

Les paramètres a et d peuvent donc être obtenus par régression linéaire, sur les points dont la distance de Cook est inférieure à $4/n$, ce qui permettra d'initialiser l'algorithme de Newton Raphson avec les paramètres :

$$\begin{cases} c_0 = a \\ b_0 = \exp\left(d - \frac{1}{2}a\right) \end{cases}$$

b) Optimisation des paramètres

Une fois les paramètres initiaux c_0 et b_0 obtenus par régression linéaire, les paramètres du modèle sont optimisés par minimisation de la fonction suivante :

$$\sum_x \left[\ln(i_x^{\text{emp}}) - \ln(i_x^{\text{kann}}) \right]^2$$

avec

$$\begin{cases} i_x^{\text{emp}} = \text{les taux d'incidence bruts} \\ i_x^{\text{kann}} = 1 - \left[\frac{b \cdot \exp(cx)}{1 + b \cdot \exp(c(x+1))} \right]^{1/c} \end{cases}$$

L'algorithme de Newton Raphson est ensuite utilisé pour résoudre le système.

Remarque : L'optimisation est effectuée sur la même tranche d'âge utilisée pour le calcul des paramètres initiaux.

c) Extrapolation des taux

Une fois les paramètres optimaux calculés c^{opt} et b^{opt} , les taux d'incidence peuvent être extrapolés aux âges élevés avec la formule suivante :

$$i_x^{\text{kann}} = 1 - \left[\frac{b^{\text{opt}} \exp(c^{\text{opt}}x)}{1 + b^{\text{opt}} \exp(c^{\text{opt}}(x+1))} \right]^{1/c}$$

Cependant, le lissage et l'extrapolation étant effectués avec des modèles différents, il peut y avoir un saut ou une irrégularité au point de jonction des deux courbes.

La réalisation d'une " moyenne glissante " entre les taux lissés et les taux extrapolés sur la tranche d'âge où le calibrage a été effectué, permet d'atténuer ce saut. Soient

$$\begin{cases} x_{\min} = \text{l'âge minimum sur la tranche d'âge de calibrage} \\ x_{\max} = \text{l'âge maximum sur la tranche d'âge de calibrage} \end{cases}$$

La formule suivante permet d'obtenir les taux retenus :

$$i_x^{\text{kannisto}} = (1 - w(x))i_x^{\text{lissé}} + w(x)i_x^{\text{kann}}$$

avec :

$$w(x) = \min \left[1, \max \left(0, \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right) \right]$$

Annexe B

Les observés/attendus des réduits

| Incidence GIR 12 Hommes | | | | | | |
|-------------------------|--------|-----------|-----------|------|-----|-----|
| Année | O/A | Inférieur | Supérieur | Expo | Obs | Att |
| 2014 | 38,5% | -5,0% | 82,10% | 2934 | 3 | 8 |
| 2015 | 112,8% | 51,6% | 174,1% | 3999 | 13 | 12 |
| 2016 | 108,9% | 58,7% | 159,2% | 5062 | 18 | 17 |
| 2017 | 122,0% | 75,2% | 168,8% | 5913 | 26 | 21 |
| 2018 | 116,8% | 75,8% | 157,8% | 6749 | 31 | 27 |
| 2019 | 78,2% | 48,2% | 108,2% | 7612 | 26 | 33 |

| Incidence GIR 12 Femmes | | | | | | |
|-------------------------|--------|-----------|-----------|-------|-----|-----|
| Année | O/A | Inférieur | Supérieur | Expo | Obs | Att |
| 2014 | 73,8% | 30,3% | 117,4% | 4107 | 11 | 15 |
| 2015 | 89,9% | 50,5% | 129,2% | 5471 | 20 | 22 |
| 2016 | 106,4% | 71,3% | 141,6% | 7033 | 35 | 33 |
| 2017 | 112,3% | 81,3% | 143,4% | 8298 | 50 | 45 |
| 2018 | 106,6% | 80,1% | 133,0% | 9576 | 62 | 58 |
| 2019 | 92,6% | 70,7% | 114,6% | 10804 | 68 | 73 |

| Mortalité non GIR 12 Hommes | | | | | | |
|-----------------------------|--------|-----------|-----------|------|-----|-----|
| Année | O/A | Inférieur | Supérieur | Expo | Obs | Att |
| 2014 | 83,8% | 61,2% | 106,4% | 2966 | 52 | 62 |
| 2015 | 119,6% | 97,1% | 142,2% | 4063 | 105 | 88 |
| 2016 | 101,6% | 83,7% | 119,5% | 5128 | 121 | 119 |
| 2017 | 103,0% | 86,8% | 119,1% | 5999 | 152 | 148 |
| 2018 | 110,0% | 94,7% | 125,2% | 6859 | 194 | 176 |
| 2019 | 94,2% | 81,2% | 107,1% | 7722 | 198 | 210 |

| Mortalité non GIR 12 Femmes | | | | | | |
|-----------------------------|--------|-----------|-----------|-------|-----|-----|
| Année | O/A | Inférieur | Supérieur | Expo | Obs | Att |
| 2014 | 102,5% | 74,0% | 131,0% | 4130 | 49 | 48 |
| 2015 | 99,9% | 76,5% | 123,3% | 5506 | 69 | 69 |
| 2016 | 110,0% | 89,4% | 130,6% | 7085 | 108 | 98 |
| 2017 | 89,4% | 73,1% | 105,7% | 8346 | 114 | 128 |
| 2018 | 94,2% | 79,3% | 109,1% | 9636 | 152 | 161 |
| 2019 | 105,2% | 91,1% | 119,3% | 10903 | 210 | 200 |

Bibliographie

- [1] CARRON Lauren, Modélisation du comportement des assurés d'un portefeuille dépendance, *Mémoire ISUP*, 2020.
- [2] MÜLLER Thibault, Détermination d'un processus de construction et de suivi de loi Best Estimate et application au produit assurance Emprunteur, *Mémoire ISUP*, 2020.
- [3] DESRUENNES Marie, Construction de lois d'expérience et pilotage d'un portefeuille de contrats dépendance individuelle, *Mémoire CEA*, 2015.
- [4] CHOU Marina, Tables de mortalité prospectives Best Estimate sur un portefeuille obsèques : modèle relationnel ou spécifique?, *Mémoire Dauphine*, 2018
- [5] REYNAUD Thomas, Analyse du risque de mortalité par la construction de tables d'expérience sur des populations spécifiques en réponse aux exigences de Solvabilité II *Mémoire ISUP*, 2018
- [6] RUAULT DE BEAULIEU Aude, Provisionnement Best Estimate en Dépendance Mémoire CEA, *Mémoire CEA*, 2020
- [7] DELWARDE Antoine & DENUIT Michel, Construction de tables de mortalités périodiques et prospectives, *Economica*, 2006.
- [8] PLANCHET Frédéric & THEROND Pierre, Modèles de durée (application actuarielles), *Economica*, 2006.
- [9] BRIOUL Louis, Comparaison des évolutions des risques mortalité et maintien en dépendance, *Mémoire EURIA*, 2019
- [10] POIRAUD Ludovic, Construction et validation d'une table de mortalité d'expérience par des méthodes non paramétriques, *Mémoire EURIA*, 2013
- [11] ZHANG Xiaolin, Construction des tables de mortalité d'expérience en cas de décès, *Mémoire ISFA*, 2011
- [12] LE BASTARD Léonie, Cours assurance dépendance, *EURIA*, 2021.
- [13] NAHELOU Anthony, Cours Modèle de durée, *EURIA*, 2021.
- [14] INSEE, <https://www.insee.fr/fr/statistiques/2496228>
- [15] Rapport de la CONCERTATION Grand âge et autonomie, <https://solidarites-sante.gouv.fr/affaires-sociales/autonomie/consultation-place-des-personnes-agees/concertation-grand-age-et-autonomie/>
- [16] www.vie-publique.fr

Table des figures

| | | |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 1 | Ratio O/A par année des lois globales sur la sous-population des réduits | ix |
| 2 | observed / expected ratio per year of the global laws on the reduced sub- population | xvi |
| 1.1 | Pyramide des âges en France en 2013 et en 2070 | 4 |
| 1.2 | Groupes Iso-Ressource (GIR) de l'AGGIR | 7 |
| 1.3 | Modèle à 4 états | 8 |
| 1.4 | Évolution des prestations du système public français de 1996 à 2015[12] | 9 |
| 1.5 | Financement de dépendance en France | 10 |
| 1.6 | Réduction de garantie versus résiliation | 15 |
| 1.7 | Affaires nouvelles par année | 18 |
| 1.8 | Répartition du portefeuille autonome par garantie, sexe et surprime au 31/12/2020 | 19 |
| 1.9 | Nombre de contrats réduits et taux de réduction | 20 |
| 1.10 | Répartition des réduits autonomes par garantie | 21 |
| 1.11 | Nombre de résiliation annuelle et taux de résiliation | 21 |
| 1.12 | Nombre d'incidence annuelle et taux d'incidence | 22 |
| 1.13 | Nombre de décès par année | 23 |
| 2.1 | Exemple de calcul de l'exposition - Cas d'un assuré qui entre en dépendance au cours de la période d'observation | 28 |
| 2.2 | Exemple de calcul de l'exposition : Cas d'un assuré qui résilie son contrat sans entrer en dépendance durant la période d'observation | 28 |
| 2.3 | Taux bruts d'incidence GIR12 et GIR1234 du portefeuille autonome | 30 |
| 2.4 | Taux bruts d'incidence GIR12345 du portefeuille autonome | 30 |
| 2.5 | Taux bruts de mortalité des autonomes non GIR12 et non GIR1234 | 31 |
| 2.6 | Taux bruts de mortalité des autonomes non GIR12345 | 31 |
| 2.7 | Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome | 36 |
| 2.8 | Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome | 36 |
| 2.9 | Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome | 37 |
| 2.10 | Taux lissés - incidence GIR12 H et GIR1234 H du portefeuille autonome | 37 |
| 2.11 | Validation des lois d'incidence - population globale | 42 |
| 2.12 | Validation des lois de mortalité - population globale | 43 |
| 2.13 | Repartition du portefeuille autonome | 44 |

| | | |
|------|----------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.14 | Proportion des réduits du portefeuille autonome et dépendant | 44 |
| 2.15 | Ratio O/A par année des lois globales sur la sous-population des réduits . | 46 |
| 2.16 | Taux d'incidence des GIR 12 Hommes - réduits et non réduits | 48 |
| 2.17 | Taux d'incidence des GIR 12 Femmes - réduits et non réduits | 49 |
| 2.18 | Mortalité des Non GIR 12 Hommes - réduits et non réduits | 50 |
| 2.19 | Mortalité des Non GIR 12 Femmes - réduits et non réduits | 50 |
| 2.20 | Lissage - Incidence GIR 12 H | 52 |
| 2.21 | Lissage - Incidence GIR 12 F | 53 |
| 2.22 | Lissage -Mortalité Non GIR 12 H | 53 |
| 2.23 | Lissage - Mortalité Non GIR 12 F | 54 |
| 2.24 | Validation du lissage de Makeham - Incidence GIR 12 | 55 |
| 2.25 | Validation du lissage de Makeham - Mortalité non GIR 12 | 55 |
| 2.26 | Ajustement des taux des réduits - Incidence GIR 12 H | 58 |
| 2.27 | Ajustement des taux des réduits - Incidence GIR 12 F | 58 |
| 2.28 | Ajustement des taux des réduits - mortalité non GIR 12 H | 59 |
| 2.29 | Ajustement des taux des réduits - Mortalité non GIR 12 F | 59 |
| 2.30 | Comparaison et validation des ajustements - Loi d'incidence GIR 12 H . . | 60 |
| 2.31 | Comparaison et validation des ajustements - Loi d'incidence GIR 12 F . . | 61 |
| 2.32 | Comparaison et validation des ajustements - Loi de mortalité Non GIR 12 H | 61 |
| 2.33 | Comparaison et validation des ajustements - Loi de mortalité Non GIR 12 F | 62 |
| 2.34 | Ratio O/A par année avec intervalles de confiance - Réduits | 63 |
| 3.1 | Modélisation en normes locales du Crédit Agricole Assurances | 65 |

Liste des tableaux

| | | |
|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1 | Montant mensuel maximum variable en fonction du groupe iso-ressources (GIR) de rattachement | 10 |
| 1.2 | Les garanties proposées par le produit « Assurance Dépendance » | 13 |
| 1.3 | Polices non prises en compte | 16 |
| 1.4 | Information sur les contrats retenus pour l'étude | 17 |
| 1.5 | Quelques vérifications de cohérence | 17 |
| 2.1 | Lois retenues pour le portefeuille autonome et dépendant | 25 |
| 2.2 | Validation des lois d'incidence portefeuille autonome - Ratio O/A | 41 |
| 2.3 | Validation des lois de mortalité portefeuille autonome - Ratio O/A | 42 |
| 2.4 | Incidence - Ratio O/A des lois globales sur la sous-population des réduits | 45 |
| 2.5 | Mortalité - Ratio O/A des lois globales sur la sous-population des réduits | 45 |
| 2.6 | Incidence : Résultats du test de Log-Rank | 49 |
| 2.7 | Mortalité : Résultat du test de Log-Rank | 51 |
| 2.8 | Loi retenues selon la méthodologie du CAA | 52 |
| 2.9 | Validation des lois des non réduits : Ratio O/A | 54 |
| 2.10 | Loi retenues selon la méthodologie du CAA | 56 |
| 2.11 | Coefficient d'abattement : Résultat sur les incidences | 56 |
| 2.12 | Coefficient d'abattement : Résultat sur les mortalités | 57 |
| 2.13 | Modèle de Brass : Résultat sur les incidences | 57 |
| 2.14 | Modèle de Brass : Résultat sur les mortalités | 57 |
| 2.15 | Validation des lois des réduits : ratio O/A | 62 |
| 3.1 | Notations utilisées dans les formules de provisionnement | 67 |
| 3.2 | Comparaison des PRC suite à l'étude sur les réduits | 71 |
| 3.3 | Lois issues de S1 utilisées en S2 (Proxy) pour les lois supplémentaires | 72 |