

**Mémoire présenté le :**

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA  
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Serigne Saliou NDIAYE

Titre Méthodes de provisionnement et évaluation des provisions  
techniques en assurance construction dans le cadre d'un modèle  
interne partiel

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membre présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*

*Entreprise :*

*Signature :*

*Nom : GAN Assurances*

*Signature :*

*Directeur de mémoire en entreprise :*

*Nom : Blaise Marie CANTAU*

*Signature :*

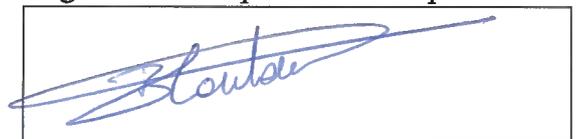
*Invité :*

*Nom :*

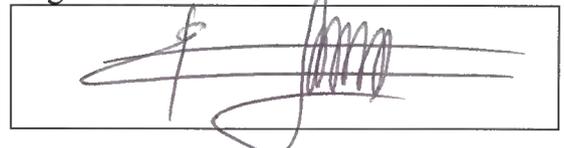
*Signature :*

***Autorisation de publication et de mise  
en ligne sur un site de diffusion de  
documents actuariels (après expiration  
de l'éventuel délai de confidentialité)***

**Signature du responsable entreprise**



**Signature du candidat**



**Mémoire présenté le :**  
**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA**  
**et l'admission à l'Institut des Actuaires**

*Par :* Serigne Saliou NDIAYE

*Titre :* Méthodes de provisionnement et évaluation des provisions techniques en assurance construction dans le cadre d'un modèle interne partiel

Confidentialité :  Non  Oui (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus*

*Membres présents du jury de l'Institut des Actuaires :*

Mme. Amina ABED  
M. Arnaud LACOUME  
Mme. Charlotte HUTHER  
M. Lionel LAURENT

*Entreprise :* Gan Assurances  
Nom : Gan Assurances  
Signature :

*Membres présents du jury de l'ISFA :*  
Mme. Anne EYRAUD-LOISEL

*Directeur de Mémoire en entreprise :*  
Nom : M. Blaise Marie CANTAU

*Directeur Pédagogique de Mémoire :*  
Nom : M. Frédéric PLANCHET

***Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)***

*Secrétariat :*

*Bibliothèque :*

*Signature du responsable entreprise*

*Signature du candidat*

## Résumé

---

*Mots-clés* : Assurance construction, RCD, DO, PSAP, PSNEM, DOC, Chain Ladder, Mack, Ventilation IBNR, Solvabilité 2, Modèle standard, Modèle interne, Best Estimate, Marge pour risque, SCR, Risque de réserve, Claims Development Result, Merz et Wüthrich, Bootstrap

---

L'assurance construction est une branche spécifique de l'assurance dommage reposant sur ce qui est qualifié de système à double détente. En effet, la garantie dommage ouvrage (DO) est souscrite obligatoirement par le maître d'ouvrage (propriétaire, personne physique ou morale pour le compte de laquelle l'ouvrage est réalisé), cette garantie lui confère le droit à un dédommagement dans un court délai en cas de sinistre, ce qui fait de cette garantie un moyen de pré-financement. Ainsi, une fois les responsabilités situées, l'assureur pourra exercer des recours auprès des assureurs couvrants les responsabilités des fautifs. Et parallèlement à la garantie dommage ouvrage, le maître d'oeuvre (personne physique ou morale engagée par le maître d'ouvrage pour la réalisation de l'ouvrage) ainsi que les autres intervenants dans la réalisation de l'ouvrage, sont dans l'obligation de souscrire à un contrat d'assurance responsabilité civile décennale (RCD), c'est cette dernière garantie qui assure le dédommagement pour la partie jugée responsable d'un éventuel sinistre.

En plus des provisions pour sinistres à payer (PSAP) qui traduisent les provisions pour les sinistres déclarés tardivement et ceux déclarés mais ayant connus des évolutions, l'assurance construction, de par la nature décennale de ses garanties obligatoires est dite branche longue du fait que des provisions doivent être constituées pour couvrir les sinistres non encore survenus étant donné la période restante à couvrir. Cette provision spécifique à l'assurance construction est la PSNEM (Provision pour Sinistres Non Encore Manifestés).

Ainsi, la réglementation Solvabilité II, exige aux entreprises d'assurance une évaluation *Best Estimate* (meilleur estimateur) de leur engagement pour l'évaluation de leurs solvabilités. Ces dernières doivent détenir des fonds propres suffisante pour que la probabilité de ruine économique à horizon un an soit inférieure à 0,5%.

Dans le cadre de ce mémoire, l'objectif est de proposer une modélisation du BE relatif au périmètre assurance construction, le SCR étant calculé dans des segments agrégés, nous nous limiterons dans les applications au calcul du BE. Nous introduirons via un premier chapitre par une présentation de l'assurance construction dans sa généralité en abordant ses particularités et sa genèse depuis la loi Spinetta. Après cette partie, nous étayerons les spécificités des garanties obligatoires de cette branche. Le marché de l'assurance construction en France sera présentée dans la suite et le premier chapitre sera clôturé par des présentations relatives aux méthodes de provisionnement les plus habituelles en assurance non vie.

Afin d'assurer une homogénéité dans la nature des données de paiement, après une présentation des données, un travail de classification visant à séparer les données en trois classes (attritionnel, trend et exceptionnelle) suivant des seuils bien définis sera effectué à l'aide de la théorie des valeurs extrêmes.

Dans le chapitre III, il sera question d'étudier les méthodes déterministes et stochastiques de projections des réserves de PSAP. La PSNEM sera abordée dans la méthode dite réglementaire et celle basée sur des projections pouvant combiner des méthodes vues dans la projection des réserves de PSAP.

La directive Solvabilité II sera présentée dans sa généralité avant de faire la liaison avec un modèle interne telle que encadré par la directive et l'assurance construction.

En dernier chapitre, nous proposerons une méthodologie basée sur le bootstrap pour le calcul des paramètres entrant dans le calcul du risque de réserve.

Pour des besoins de confidentialité, un seul jeu de donnée sur la branche RCD sera utilisé pour l'illustration dans ce dernier chapitre.

## Abstract

---

*keywords:* Construction works insurance, Outstanding claims reserve, Future claims reserve, Chain Ladder, Mack, Solvency II, Internal model, Best Estimate, Market Value Margin, SCR, Reserve risk, Claims Development Result, Merz and Wüthrich, Bootstrap

---

Construction work insurance is a specific branch of damage insurance based on what is known as a double trigger system. Indeed, the damage to work guarantee (*DO*) is subscribed to by the client (owner, natural or legal person on behalf of whom the work is carried out), this guarantee gives him the right to compensation within a short period of time in the event of a claim, which makes this guarantee a means of pre-financing. Thus, once the responsibilities have been determined, the insurer can exercise recourse with the insurers covering the responsibilities of the guilty parties. In addition to the damage to work guarantee, the project manager (a natural or legal person hired by the project manager to carry out the work) and the other parties involved in carrying out the work are obliged to take out a ten-year civil liability insurance contract (*RCD*). This last guarantee ensures compensation for the party deemed responsible for a possible claim.

In addition to the provisions for claims to be paid (Outstanding claims reserve) which reflect the provisions for claims declared late and those declared but which have undergone changes, construction insurance, due to the decennial nature of its compulsory guarantees, is known as a long branch because provisions must be made to cover claims that have not yet occurred, given the period remaining to be covered. This specific provision for construction insurance is the *PSNEM* (Provision for Claims Not Yet Made). Thus, the Solvency II regulation requires insurance companies to have a best estimate of their liabilities for the evaluation of their solvency. The latter must hold sufficient equity to ensure that the probability of economic ruin within one year is less than 0.5%.

In the context of this paper, the objective is to propose a model of the BE relating to the construction insurance perimeter, the SCR being calculated in aggregated segments, we will limit ourselves in the applications to the calculation of the BE. The first chapter presents the general nature of construction insurance, its particularities and its genesis since the Spinetta law. After this part, we will support the specificities of the compulsory guarantees of this branch. The construction insurance market in France will then be presented and the first chapter will be closed by presentations on the most common provisioning methods in non-life insurance.

In order to ensure homogeneity in the nature of the payment data, after a presentation of the data, a classification work aiming at separating the data into three classes (attritional, trend and exceptional) according to well-defined thresholds will be carried out using the extreme value theory.

In Chapter III, deterministic and stochastic methods of projecting Outstanding claims reserves will be discussed. The PSNEM will be discussed in the so-called regulatory method and the projection-based method that can combine methods seen in the projection of Outstanding claims reserve reserves.

The Solvency II directive will be presented in general terms before making the link with an internal model as governed by the directive and construction insurance.

In the last chapter, we will propose a methodology based on the bootstrap for the calculation of the parameters entering the calculation of the reserve risk.

For confidentiality reasons, only one set of data on the RCD panel will be used for the illustration in this last chapter.

# Remerciements

J'adresse mes remerciements aux personnes qui m'ont aidé dans la réalisation de ce mémoire.

En premier lieu, je remercie M. Frédéric Planchet, professeur à l'ISFA pour sa disponibilité et le temps accordé à l'encadrement de ce mémoire.

Je souhaite particulièrement remercier M. Blaise-Marie Cantau responsable du pôle actuariat-pilotage de Gan Assurances pour sa collaboration et Wiem Boudokhane, Mickael Ittah, David Yengue ainsi que tous les membres de cette équipe pour leurs participations.

Je remercie Minh Thanh Ngo, Cherif Diouf et Ibrahima Sene pour leurs soutiens et conseils, je remercie Isaac Konan et Jules Gomis pour le temps consacré à la relecture.

Enfin, j'adresse mes remerciements à mon épouse Soxna Diarra, à Abdoulaye Kane, à toute ma famille et mes amis pour leurs soutiens.

A tous les enseignants qui ont contribué à ma formation.

# Contents

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Table des matières</b>	<b>4</b>
<b>I Généralité sur l'assurance construction</b>	<b>7</b>
I.1 Principes généraux de l'assurance construction . . . . .	8
I.1.1 Définitions et caractéristiques . . . . .	8
I.1.2 Les Acteurs . . . . .	8
I.1.3 Loi Spinetta . . . . .	11
I.1.4 Les assurances décennales proposées par GAN Assurances . . . . .	14
I.1.4.1 L'assurance Dommage Ouvrage (DO) . . . . .	14
I.1.4.2 L'assurance Responsabilité Civile Décennale (RCD) . . . . .	15
I.2 Le marché de l'assurance construction . . . . .	15
I.2.1 Les cotisation en 2019 . . . . .	15
I.2.2 Les prestations et provisions en 2019 . . . . .	17
I.2.3 La position de GAN Assurances sur le marché français de l'assurance construction . . . . .	19
I.3 Les différentes provisions en assurance construction . . . . .	20
I.3.1 Les provisions de primes . . . . .	21
I.3.2 La provision pour primes non acquises: PPNA . . . . .	21
I.3.3 La provision pour risques en cours: PREC . . . . .	21
I.3.4 Les provisions de sinistres . . . . .	21
I.3.4.1 La provision dossier-dossier . . . . .	22
I.3.4.2 IBNER . . . . .	22
I.3.4.3 IBNYR . . . . .	22
I.3.5 Prévisions de recours à encaisser: PRAE . . . . .	22

---

I.3.6	Les provisions pour sinistres non encore manifestés: PSNEM . . . . .	22
<b>II</b>	<b>Traitement des données et détermination des seuils de gravité</b>	<b>24</b>
II.1	Présentation des données . . . . .	25
II.2	Détermination des seuils de gravité . . . . .	30
II.2.1	Théorie des valeurs extrêmes . . . . .	30
II.2.2	Application . . . . .	31
<b>III</b>	<b>Principe de calcul des provisions Best Estimate en assurance construction</b>	<b>40</b>
III.1	Projection des réserves de PSAP . . . . .	41
III.1.1	Méthodes déterministes . . . . .	41
III.1.1.1	Chain Ladder . . . . .	41
III.1.1.2	London Chain . . . . .	42
III.1.1.3	Bornhutter Ferguson . . . . .	43
III.1.2	Méthodes stochastiques . . . . .	44
III.1.2.1	le modèle de Mack . . . . .	44
III.1.2.2	Bootstrap . . . . .	45
III.2	Projection des réserves de PSNEM . . . . .	47
III.2.1	Ventilation des IBNR: construction de triangles « DOC x survenance » . . . . .	47
III.2.1.1	Méthodes de ventilation au prorata des charges dossier-dossier . . . . .	48
III.2.1.2	Méthodes de ventilation « sans prorata » . . . . .	48
III.2.2	Évaluation de la PSNEM . . . . .	50
III.2.2.1	Méthode réglementaire . . . . .	50
III.2.2.2	Projection des réserves de PSNEM économique . . . . .	51
<b>IV</b>	<b>Solvabilité II et modèle interne en assurance construction</b>	<b>53</b>
IV.1	Focus sur le pilier 1: Les exigences de capital . . . . .	54
IV.1.1	Vision prudentielle . . . . .	54
IV.1.2	Évaluation des provisions techniques « <i>Best Estimate</i> » et Marge pour Risque . . . . .	55
IV.1.3	Les exigences de capital . . . . .	56
IV.2	Élaboration d'un modèle interne . . . . .	56
<b>V</b>	<b>Méthodologie d'évaluation du risque de réserves</b>	<b>58</b>
V.1	Quantification du risque de réserve en assurance construction . . . . .	59

---

---

V.1.1	SCR Non-vie . . . . .	59
V.1.2	Focus sur le risque de réserve . . . . .	59
V.1.3	Mesures de l'incertitude à un an : méthode de Merz et Wüthrich . . . . .	60
V.2	Risque de réserve à l'ultime . . . . .	62
V.2.1	Estimation initiale et calcul des résidus de PSAP . . . . .	62
V.2.2	Simulation de l'ultime de PSAP . . . . .	63
V.2.3	Simulation de l'ultime de PSNEM . . . . .	64
V.2.4	Traitement de la dernière DOC . . . . .	65
V.2.5	Traitement spécifique des recours pour le DO . . . . .	66
V.2.6	Application . . . . .	67
V.3	Risque de réserve à un an . . . . .	73
V.3.1	Simulation de l'ultime de PSAP en $t = 1$ . . . . .	73
V.3.2	Simulation de l'ultime de PSNEM en $t = 1$ . . . . .	75
V.3.3	Application . . . . .	77
<b>Conclusion</b>		<b>79</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>83</b>
<b>Annexes</b>		<b>83</b>
<b>VI Annexes</b>		<b>83</b>
VI.1	Les cotisations en assurances de 2015 à 2019 . . . . .	84
VI.2	Théorème de Pickands : . . . . .	85
VI.3	Validation des hypothèses . . . . .	85

---

## Chapter I

# Généralité sur l'assurance construction

## I.1 Principes généraux de l'assurance construction

L'assurance construction s'inscrit dans un cadre un peu particulier par rapport aux autres assurances (habituelles), nous allons dans un premier temps, aborder le cadre réglementaire qui régit ce domaine avec ses particularités, puis nous présenterons le marché de l'assurance construction en France avant de finir par la présentation des différentes provisions de cette branche d'assurance.

### I.1.1 Définitions et caractéristiques

La définition traditionnelle donnée par la Fédération Française des Assurance peut se résumer en ces termes: l'assurance construction se rapporte aux seuls risques émanant de la Loi de 1978 (Responsabilité Civile Décennale des Constructeurs et Dommages-Ouvrage). Mais vu de plus près, cette définition est très réductrice car d'autres garanties englobées par cette assurance montrent qu'elle peut être considérée dans un cadre plus général comme la branche de l'assurance régissant l'ensemble des contrats relatifs à l'assurance du risque construction, c'est-à-dire:

- ★ Responsabilité Décennale des Constructeurs (Entreprises, Architectes, Bureaux d'études, Ingénieurs Conseils, Maîtres d'ouvrage),
- ★ Dommages-Ouvrage,
- ★ Responsabilité Civile Travaux des Entreprises (RC aux tiers, Responsabilité vis-à-vis des salariés...),
- ★ Responsabilité Civile Professionnelle des bureaux d'études, Ingénieurs Conseils et Architectes
- ★ Responsabilité civile Professionnelle des Fabricants et Négociants
- ★ Tous Risques Chantier,

L'assurance construction est ainsi une branche de l'assurance IARD qui fait l'objet d'une législation spécifique basées sur le Code Civil de 1804 et d'un mode de gestion qui lui est propre.

### I.1.2 Les Acteurs

Les intervenants dans un le processus de construction sont les acteurs sur l'ensemble des travaux à caractère immobilier effectués sur un site donné afin d'édifier un ouvrage conformément aux attentes de son bailleur. Ainsi dans le cadre assurantiel, l'opération de construction s'étend entre la Déclaration d'Ouverture du Chantier "DOC" et la date de réception de l'ouvrage, marquant ainsi la fin du chantier. Nous distinguons dans cette opération les acteurs suivants:

#### **Le maître d'ouvrage**

Le maître d'ouvrage est la personne physique ou morale pour le compte de laquelle sont effectués les travaux. Son rôle est de définir le programme de construction en fixant ses exigences en matière de prix, délais, qualité. Il veille au bon déroulement de l'opération de construction et devra procéder à la réception de celle-ci, une fois terminée.

Les maîtres d'ouvrage peuvent être des personnes morales de droit public (Etat, collectivités locales), des personnes privées, physiques ou morales (particuliers, société civile), des maîtres d'ouvrage professionnels qui font construire en vue de la revente (vendeur, promoteur). Un maître d'ouvrage « délégué » est le mandataire du maître d'ouvrage. Il conduit l'opération de construction pour son compte.

## **Le maître d'oeuvre**

Le maître d'oeuvre est la personne physique ou morale à laquelle le maître d'ouvrage a confié la mission de concevoir l'ouvrage conformément au cahier des charges établi. Il supervise l'exécution des travaux et veille à leur bon déroulement.

Il joue généralement un rôle de conseil auprès du maître d'ouvrage, concernant notamment le choix des différents intervenants et les exigences à avoir en termes de délais. Il l'assiste par ailleurs lors de la réception des travaux.

En tant que constructeur, le maître d'oeuvre est lié au maître d'ouvrage par un contrat de louage d'ouvrage lui imposant une obligation de résultats. Les fonctions occupées par le maître d'oeuvre peuvent être diverses. Il s'agit communément d'architectes, de bureaux d'études techniques ou d'ingénieurs-conseils.

## **Les entrepreneurs**

Ils construisent l'ouvrage. Ce sont donc les entreprises titulaires d'un marché de travaux. Ce peut être une entreprise générale ou, au contraire, une entreprise titulaire seulement d'un lot, voire une entreprise sous-traitante.

La différence tient aux relations contractuelles qu'elles ont avec le maître d'ouvrage ou avec les autres intervenants.

L'entreprise générale, titulaire d'un marché unique passé avec le maître d'ouvrage, est engagée pour la totalité des travaux via un contrat de louage; l'entreprise titulaire d'un lot n'est engagée qu'à l'égard des travaux relevant de sa compétence (maçonnerie, peinture, électricité...); l'entreprise sous-traitante n'est pas liée contractuellement au maître d'ouvrage.

## **Le contrôleur technique**

Le contrôleur technique de la construction est un professionnel agréé par le ministre chargé de la construction (actuellement, le ministère de la Cohésion des territoires et des Relations avec les collectivités territoriales met en œuvre les politiques relatives à l'aménagement du territoire) dont la mission consiste à prévenir les défaillances techniques d'un chantier, susceptibles d'entraîner des sinistres. Il veille au respect des règles en matière de construction.

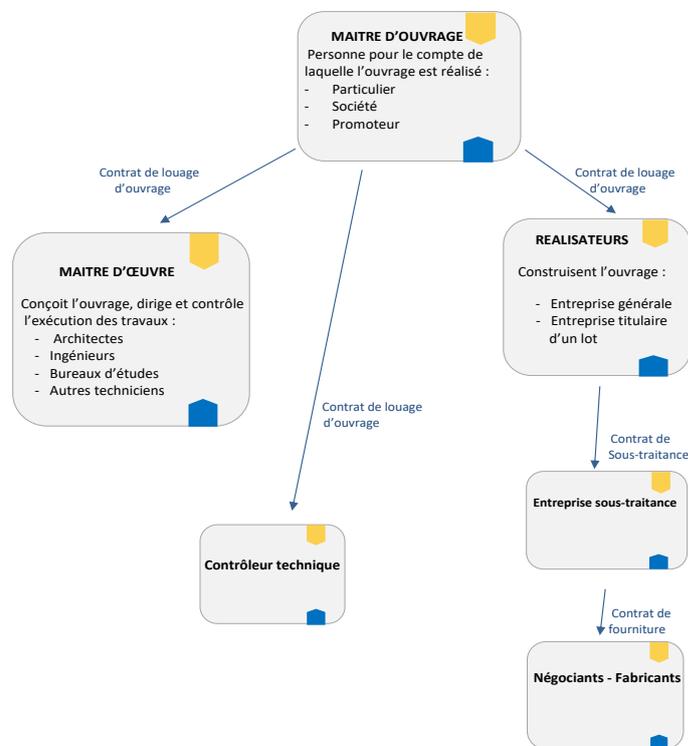
Sa présence ne décharge en rien les autres intervenants des responsabilités leur incombant en tant que constructeurs.

Le contrôleur intervient à la demande du maître d'ouvrage et par formulation d'avis à ce dernier, il intervient sur des questions d'ordre technique conformément au contrat de louage qui le lie au maître d'ouvrage.

## Les négociants - fabricants

Les négociants - fabricants fournissent les divers matériaux, composants ou éléments d'équipement nécessaires à la réalisation de l'ouvrage. Ils sont généralement liés aux entrepreneurs, mais sous certaines conditions, ils seront solidairement responsables au titre du régime décennal avec l'entreprise titulaire du marché, vis-à-vis du maître d'ouvrage.

Figure I.1 – Relations contractuelles entre les intervenants



### I.1.3 Loi Spinetta

La première loi française importante pour l'assurance construction se trouve dans le code civil napoléonien de 1804 qui à son Article 1792 définit de manière explicite la responsabilité décennale de l'architecte. La peine de mort n'étant pas ici automatique, contrairement au code d'Hammurabi, l'assurance construction va pouvoir se baser sur cet article pour proposer aux architectes de compenser leurs pertes moyennant une prime payée à l'ouverture du chantier.

En 1804, le législateur a défini uniquement la responsabilité décennale de l'architecte et pas du tout encadré l'assurance construction. La police globale de chantier apparaît en 1928 pour remédier à ce problème et assurer un minimum de cohérence aux différentes offres du marché. L'assurance est par contre toujours facultative : par conséquent, un constructeur peut se retrouver non assuré et simultanément responsable d'un vice de construction significatif. Il peut alors être dans l'incapacité de payer les compensations financières au client et donc être mis en faillite sans avoir réglé totalement ses dettes. Pour éviter cela, la loi du 31 décembre 1940 définissant de manière rigoureuse les conditions d'exercice du métier d'architecte oblige le constructeur à s'assurer pour certains chantiers particuliers. Ainsi, en cas de défaut, le client se fera rembourser par l'assureur quel que soit l'état financier du constructeur au moment de la survenue du sinistre. Il est à noter que cette garantie dure 10 ans et commence non au début du chantier, mais à la livraison du bâtiment. Il s'agit en fait d'une des difficultés majeures de l'assurance construction : l'aléa dans la date d'arrêt de garantie dû à l'inconnu que représente la durée du chantier.

Cette obligation ne concernant que certains bâtiments, les constructeurs ne se sont assurés que pour ceux-ci et en 1978, seuls 60% des entrepreneurs du bâtiment et 50% des maîtres d'ouvrage professionnels, tels les promoteurs immobiliers ou les constructeurs de maison individuelle, étaient assurés. Cela a motivé le gouvernement de l'époque à mettre en place une loi permettant de protéger le client: il s'agit de la loi Spinetta que nous allons décrire en détail. Elle a d'ailleurs résolu d'autres problèmes, comme les couvertures d'assurance insuffisantes ou l'impuissance du client face à la faillite d'un constructeur.

La loi 78-12 du 4 janvier 1978 dite "loi Spinetta ", de droit publique est inscrite dans le code des assurances également liée au code civil. Elle établit un système d'assurance obligatoire à double détente :

- ★ d'une part, tout constructeur (entrepreneur, maître d'œuvre, architecte, ou autre personne liée au maître de l'ouvrage par un contrat de louage d'ouvrage) est soumis à un régime de responsabilité. La loi de 1978 (articles 1792 et suivants du Code civil) dispose qu'il est assujéti à une obligation d'assurance de responsabilité décennale. La loi oblige donc le constructeur à souscrire une assurance décennale pour couvrir la garantie décennale qu'il doit à son client, le maître d'ouvrage;
- ★ d'autre part, une assurance obligatoire doit également être souscrite par le maître d'ouvrage, dite assurance de dommages « dommages-ouvrage ». Elle permet d'être indemnisé rapidement et de déléguer à l'assureur le soin de récupérer les montants des réparations auprès des assureurs RC décennaux.

Ce deuxième point a fait naître l'intérêt pour les assureurs de compléter les textes réglementaires par une convention entre assureurs connue sous le nom de CRAC (Convention de Règlement de l'Assurance Construction). Cette convention régit les modalités de responsabilité et un barème conventionnel de répartition forfaitaire des responsabilités pour les recours.

La loi institue une présomption de responsabilité pour l'entrepreneur et définit également des garanties de manière claire:

**La garantie de parfait achèvement:**

A la charge de l'entrepreneur, cette garantie couvre tous types de désordres signalés par le maître de l'ouvrage et notés au procès verbal de réception des travaux ou apparus dans l'année qui suit la réception des travaux et notifiés au constructeur par lettre recommandée avec accusé de réception.

Ces désordres peuvent résulter de malfaçons ou de travaux non conformes à la commande. En revanche cette garantie ne couvre pas les désordres liés à un mauvais entretien de la part du client, à l'usure normale ou à l'usage du bien, ou encore ceux qui n'auraient pas été signalés lors de la réception des travaux alors qu'ils étaient apparents.

L'entrepreneur concerné a l'obligation de procéder aux réparations dans les délais fixés avec le maître de l'ouvrage. Si les travaux ne sont pas réalisés dans les délais convenus le maître de l'ouvrage peut saisir la justice dans l'année qui suit la date de réception des travaux afin de demander des indemnités de retard, voire d'obtenir l'autorisation de faire exécuter les travaux par une autre entreprise et d'en exiger ensuite le remboursement auprès de l'entrepreneur défaillant

**La garantie de bon fonctionnement (dite aussi garantie biennale):**

Elle concerne tous les constructeurs d'ouvrage c'est à dire l'architecte, l'entrepreneur, le technicien, le maître d'ouvrage le promoteur immobilier.

Cette garantie concerne tous les « équipements » c'est à dire tous les éléments qui peuvent être retirés et désolidarisés du bâti sans dégradation ou destruction de celui-ci (ballon d'eau chaude, faux-plafond, volets, chaudière ...). Cette garantie ne s'applique qu'aux vices non apparus lors de la réception.

Cette garantie impose à l'entreprise qui a réalisé les travaux de réparer ou de remplacer les éléments d'équipement qui ne fonctionnent pas correctement et dont les défauts de fonctionnement apparaissent au cours des 2 années qui suivent la date de réception des travaux, d'où son nom de garantie biennale.

Pour actionner cette garantie la victime du désordre devra le notifier au plus vite à l'entrepreneur concerné par lettre recommandée avec accusé de réception, et lui demander d'intervenir à ses frais dans un délai rapide. Si l'entreprise n'intervient pas dans le délai convenu, la victime pourra saisir le tribunal compétent en fonction du montant du litige.

Cette garantie est très souvent incluse dans le contrat de vente ou de construction. Elle est de deux ans à compter de la date de réception des travaux, mais certains professionnels proposent à titre commercial d'en étendre la durée à 4 ou 5 ans.

**La garantie décennale ou assurance de responsabilité civile décennale:**

Elle concerne tous les constructeurs d'ouvrage (entrepreneur, promoteur immobilier, lotisseur, maître d'œuvre, architecte, technicien, bureau d'étude, ingénieur-conseil) impliqués dans la construction d'un ouvrage neuf ou existant. Cela signifie que tout constructeur engage sa responsabilité en cas de dommage à l'égard du propriétaire (maître d'ouvrage) actuel ou futur pendant une durée de 10 ans.

Les sous-traitants sont exclus du champ d'application de la loi car ils n'ont pas de lien direct avec le maître d'ouvrage. Cette garantie concerne les vices ou dommages de construction lorsqu'ils affectent la solidité de l'ouvrage et de ceux de ses équipements qui ne peuvent en être dissociés lorsqu'ils rendent l'ouvrage inhabitable ou impropre à l'usage auquel il est destiné (défaut d'étanchéité ; fissures très importantes...).

Le terme « d'ouvrage » désigne ici le « gros ouvrage » (murs, toiture, charpente) par opposition

aux « menus ouvrages (portes et fenêtres...) ». Il peut s'agir aussi d'un élément d'équipement lorsque les vices qui l'affectent rendent le bien impropre à sa destination.

Avant l'ouverture du chantier le constructeur devra produire à son client un justificatif du contrat en responsabilité civile décennale qu'il a souscrit pour couvrir cette garantie.

Cette garantie pourra être mise en oeuvre dans les 10 ans à compter de la date de réception des travaux

### L'assurance dommages-ouvrage dite aussi « assurance D-O » :

Cette assurance garantit et assure le coût de réparation des désordres affectant un ouvrage immobilier, lors de sa construction, de son agrandissement ou de sa rénovation.

Elle a été imaginée pour garantir une réparation rapide aux victimes de désordres affectant leur construction.

Cette assurance assure le bien et se transmet donc à ses propriétaires successifs, elle est obligatoire et souscrite par le maître d'ouvrage avant le début du chantier. Son objet est de pré-financer le coût des réparations des dommages dont sont responsables les constructeurs.

La garantie court à partir du terme de la première année suivant la réception des travaux (procès-verbal de réception faisant foi), elle prend ainsi la suite de la garantie de parfait achèvement et prend fin au terme de la garantie décennale.

Ainsi peut-on dire que le système français est un système « à double détente » :

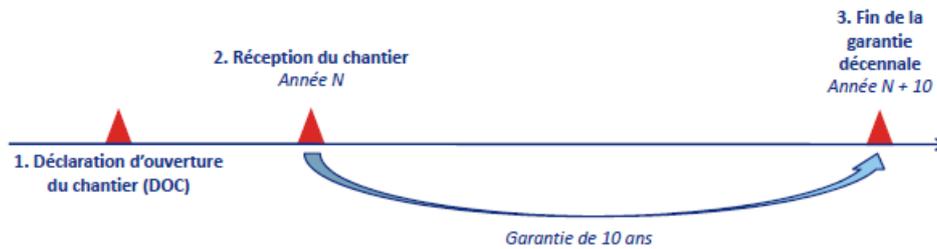
- ★ L'assureur dommages ouvrage indemnise le propriétaire dans des délais et conditions fixés par les clauses types;
- ★ L'assureur dommages ouvrage exerce ensuite des recours contre les constructeurs responsables et leurs assureurs en responsabilité décennale.

Ces garanties sont d'ordre public c'est à dire qu'elles sont obligatoires et que toute clause au contrat de construction qui les exclurait ou les limiterait serait nulle.

Figure I.2 – Les garanties décennales obligatoires en assurances-construction

Nom de la garantie	Souscripteur	Bénéficiaire	Objet de la garantie	Point de départ de la garantie	Durée de la garantie
Garantie de parfait achèvement	constructeur	Maître de l'ouvrage	Tous types de désordres	PV de réception des travaux	1 an
Garantie de bon fonctionnement	Tous les constructeurs d'ouvrage	Maître de l'ouvrage	Vices concernant les équipements non apparus lors de la réception	PV de réception des travaux	2 ans
Garantie décennale	Tous les constructeurs d'ouvrage	Maître de l'ouvrage	Vices et désordres affectant la solidité ou l'usage normal de l'ouvrage	PV de réception des travaux	10 ans
Assurance dommages ouvrage	Maître de l'ouvrage	Maître de l'ouvrage	Tous vices et désordres affectant l'ouvrage	Terme de la 1 <sup>ère</sup> année suivant la réception des travaux	9 ans

Figure I.3 – Chronologie d'une garantie décennale – source : FFSA



#### I.1.4 Les assurances décennales proposées par GAN Assurances

Comme le prévoit la réforme de 1981, les contrats incluant des garanties obligatoires en assurance construction (DO et RCD) sont gérées en capitalisation. Cela signifie que les primes relatives à une année (Date d'Ouverture de Chantier DOC) doivent constituer les provisions pour régler les sinistres de cette DOC.

##### I.1.4.1 L'assurance Dommage Ouvrage (DO)

Cette police est souscrite par le maître d'ouvrage à l'ouverture du chantier et la garantie a une durée décennale, déclenchée une année après la signature du PV de réception de l'ouvrage marquant la fin de la période de parfait achèvement.

Dans le cadre de ce produit, la garantie Dommages à la construction (incendie, explosion, chute de la foudre, dégâts des eaux, effondrement ou menaces graves et imminentes d'effondrement, tempête, ouragan, cyclone, catastrophes naturelles) est complétée par les garanties suivantes:

- ★ Dommages matériels de nature non décennale survenus après réception : Remboursement des réparations réalisées par l'assuré concernant des désordres matériels qui ne relèvent pas de la responsabilité décennale. Deux cas de situation :
  - Réalisation de travaux qui ne constituent pas une opération de construction (exemple : travaux d'entretien) ;
  - Ouvrage subissant des dommages ne relevant ni de la garantie décennale, ni de la garantie de bon fonctionnement. La garantie est accordée pour une durée de 10 ans à compter de la réception de l'ouvrage
- ★ Performance énergétique : Elle garantit les travaux de réfection effectués par l'assuré ou son sous-traitant, lorsque l'installation thermique réalisée n'a pas permis d'atteindre la performance énergétique réglementaire (performance fonction du matériel, de la région, etc.) applicable à la date de demande du permis de construire et prévue au marché. La non atteinte de la performance énergétique doit résulter soit d'une erreur dans l'exécution des travaux contribuant à la performance initialement prévue, soit du non respect du cahier des charges lié à la performance énergétique. La garantie s'exerce pendant 2 ans à compter de la réception de l'ouvrage.

### I.1.4.2 L'assurance Responsabilité Civile Décennale (RCD)

L'article 1792 du code civil aborde la responsabilité du constructeur:

« Tout constructeur d'un ouvrage est responsable de plein droit, envers le maître ou l'acquéreur de l'ouvrage, des dommages, même résultant d'un vice du sol, qui compromettent la solidité de l'ouvrage ou qui, l'affectant dans l'un de ses éléments constitutifs ou l'un de ses éléments d'équipement, le rendent impropre à sa destination.

Une telle responsabilité n'a point lieu si le constructeur prouve que les dommages proviennent d'une cause étrangère. » Ainsi, la RCD repose sur une présomption de responsabilité qui se base sur le risque et non pas sur la faute.

Dans ce sens, Gan assurance propose pour l'ensemble des métiers les garanties suivantes dans le cadre de son produit RCD:

- ★ Responsabilité civile décennale,
- ★ Garantie de bon fonctionnement,
- ★ Garantie des dommages immatériels consécutifs à la garantie décennale obligatoire,
- ★ Responsabilité des sous-traitants,
- ★ Responsabilité décennale des ouvrages non soumis à obligation d'assurance:  
Cette garantie a pour objet de couvrir la responsabilité que l'assuré peut encourir du fait de la survenance de dommages compromettant la solidité de l'ouvrage (risque d'effondrement), et ce pour des ouvrages non soumis à l'obligation d'assurance. Proposée de base au contrat, elle s'exerce pendant toute la durée de la validité du contrat.
- ★ Dommages immatériels consécutifs à la garantie décennale des ouvrages non soumis:  
Garantie des dommages immatériels (privation de jouissance, perte d'un droit...) qui sont la conséquence directe de dommages garantis au titre de la garantie RC décennale des ouvrages non soumis.

## I.2 Le marché de l'assurance construction

### I.2.1 Les cotisations en 2019

L'assurance construction obligatoire française (responsabilité civile décennale et dommages-ouvrage) présente de fortes spécificités techniques, administratives et juridiques, qui se traduisent notamment par une gestion des dossiers de sinistres sur des durées très étendues et la nécessité de capitaliser sur le long terme la prime d'assurance perçue à la souscription du contrat, à l'ouverture du chantier.

Le volume des cotisations perçues en 2019 au titre des contrats spécifiques d'assurance construction (responsabilité civile décennale et dommages-ouvrage) s'élève à 2 287 M€ et représente 3,9% de l'ensemble des encaissements des assurances de biens et responsabilité (58 600 M€) et 1% de l'ensemble de l'assurance française. Avec un total de 1 636 M€, la RCD est largement plus significatif que le DO qui affiche un total de primes de 651 M€. Cependant, en terme de progression par rapport à 2018, le montant total des primes a connu une hausse de +5,5% et respectivement +4,8% et +7,1% pour la RCD et le DO.

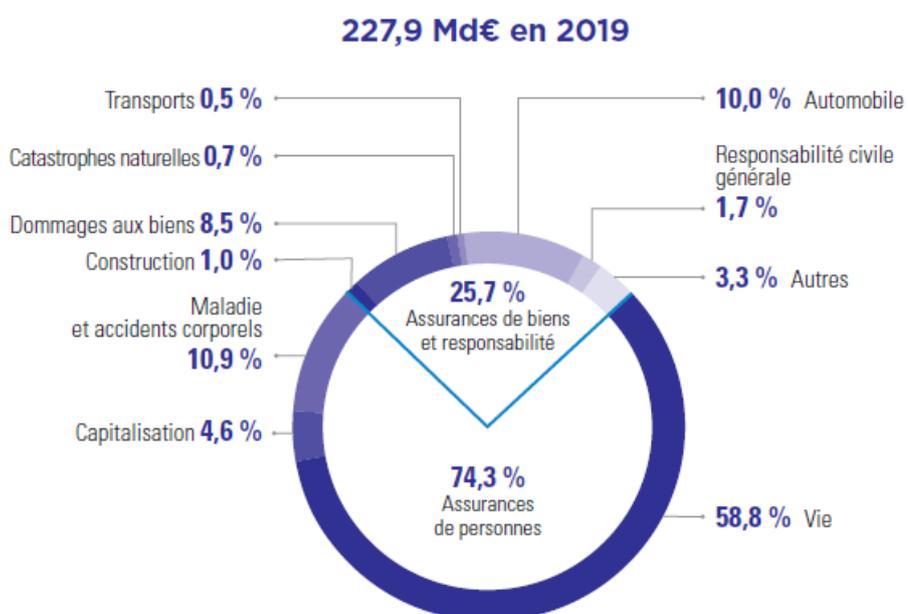
Figure I.4 – Les cotisations en assurances construction de 2015 à 2019 source FFA

## Cotisations

M€	2015	2016	2017	2018	2019	19/18
<b>Ensemble assurance construction</b>	<b>2 139</b>	<b>2 099</b>	<b>2 097</b>	<b>2 169</b>	<b>2 287</b>	<b>+ 5,5 %</b>
Responsabilité civile décennale	1 576	1 482	1 498	1 561	1 636	+ 4,8 %
Dommages-Ouvrage	563	618	599	608	651	+ 7,1 %

Figure I.5 – Total des cotisations en assurances de 2015 à 2019 source FFA

## Cotisations



### I.2.2 Les prestations et provisions en 2019

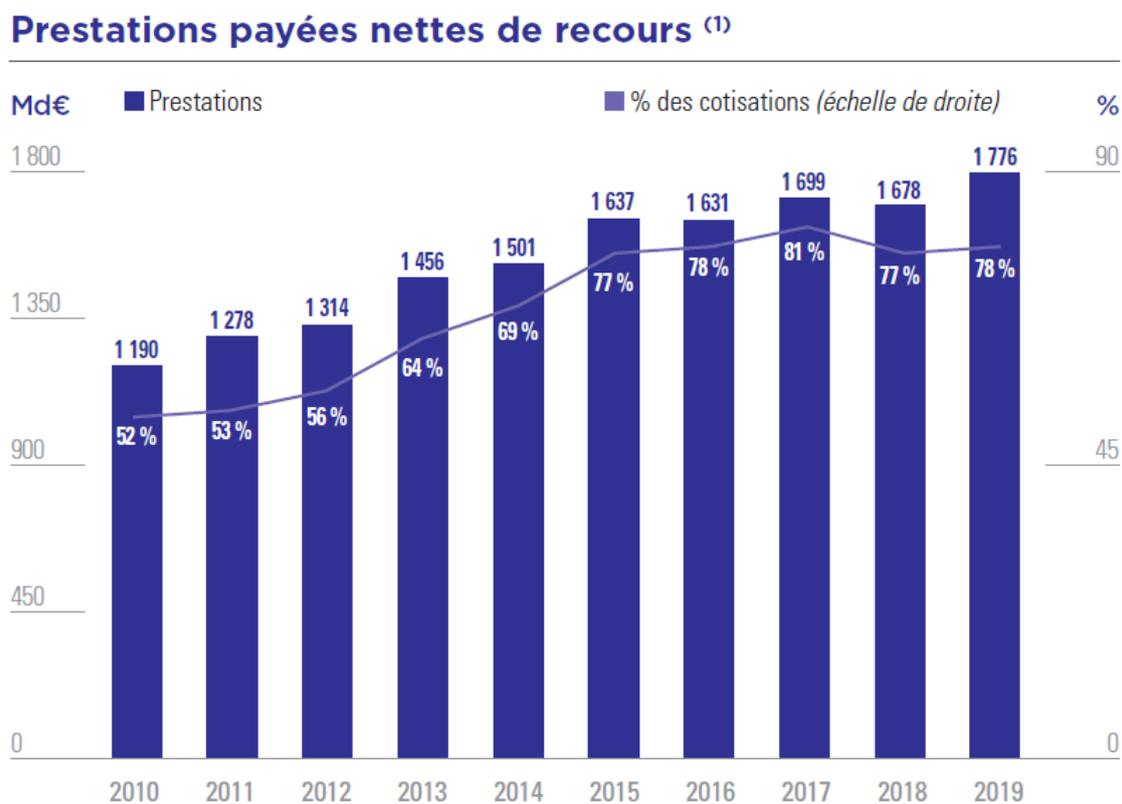
La charge totale de sinistres pour un exercice de souscription donné (y compris frais de gestion des sinistres, mais nette des recours y afférant) est en général proche, voire supérieure au total de primes correspondant, une fois déduits les frais d'acquisition. Les revenus financiers jouent en effet un rôle central dans la rentabilité des contrats d'assurance construction. Plus précisément, selon le rapport intitulé "Quelques statistiques concernant le marché français de l'assurance construction" de l'ACPR de février 2018, on note:

- En dommages-ouvrage, le taux de sinistralité moyen est de 88,1%, avec la moitié des observations se situant dans une fourchette 77,4% - 108,2% autour de la médiane (de 93,1%) ;
- En responsabilité civile décennale, le taux de sinistralité moyen est de 129,6%, avec la moitié des observations se situant dans une fourchette 112,9% - 144,2% autour de la médiane (de 125,4%).

Au sein de cette charge totale, les frais de gestion des sinistres représentent en moyenne 7,5% environ du coût total des sinistres manifestés en RCD et en DO, avec la majorité des observations se situant dans une fourchette de 4,7% - 11,7% en DO et 6,6% - 8,6% en RCD. Les recours qui viennent réduire le coût final des sinistres pour l'assureur jouent un rôle important dans l'économie des contrats en dommages-ouvrage. En effet : - En dommages-ouvrage, le taux de recours moyen est de 46,4%, avec la moitié des observations se situant dans une fourchette 36,7% - 52,5% autour de la médiane (de 41,7%) ; - En responsabilité civile décennale, où les taux de recours apparaissent davantage dispersés, la moitié des observations se situe dans une fourchette 1,7% - 8,4% autour de la médiane (de 4%).

Dans une vision agrégée RCD + DO, nous avons en 2019, une assiette de prime qui est 78% du montant total des prestations (1 776 M€) y compris les frais de gestion des sinistres.

Figure I.6 – Les Prestations payées nettes de recours de 2015 à 2019 source FFA



(1) Y compris les frais de gestion des sinistres.

En plus des longues périodes de garantie (10 ans), souvent les sinistres ne sont connus que longtemps après leur année de survenance avec le besoin d'être réévalués chaque trimestre par les gestionnaires de sinistres et évoluent selon les différents recours et expertises avec d'éventuelles procédures judiciaires. Les charges sinistres relatives à une date d'ouverture de chantier donnée, qui concernent les années de survenance qui lui sont postérieures, dans la limite de la garantie couverte, peuvent nécessiter jusqu'à trente années de réévaluation avant d'être finalement connues de manière précise. La durée d'un chantier peut être de quelques mois comme de plusieurs années selon les opérations de construction. On considère en général que la durée moyenne d'un chantier est de 18 mois. Certaines polices doivent ainsi couvrir les sinistres pouvant survenir durant cette période. Tous ces éléments rendent encore plus compliqué, le mécanisme de fonctionnement des provisions en assurance construction. La figure ci-dessous donne les ordres de grandeur des provisions par rapport aux primes et il est assez habituel d'avoir un ratio de plus de 1100%.

Figure I.7 – Total des Provisions de sinistres nettes de recours de 2015 à 2019 source FFA

**Provisions de sinistres nettes de recours**

	2015	2016	2017	2018	2019	19/18
<b>Ensemble assurance construction (M€)</b>	<b>23 414</b>	<b>24 003</b>	<b>23 579</b>	<b>23 668</b>	<b>22 215</b>	<b>- 6,1 %</b>
Responsabilité civile décennale	18 491	18 899	18 517	18 481	17 192	- 7,0 %
Dommmages-Ouvrage	4 923	5 105	5 062	5 187	5 023	- 3,2 %
<b>Ensemble assurance construction (% des cotisations)</b>	<b>1 095 %</b>	<b>1 143 %</b>	<b>1 128 %</b>	<b>1 086 %</b>	<b>971 %</b>	
Responsabilité civile décennale	1 173 %	1 275 %	1 238 %	1 176 %	1 051 %	
Dommmages-Ouvrage	874 %	826 %	851 %	854 %	772 %	

**I.2.3 La position de GAN Assurances sur le marché français de l'assurance construction**

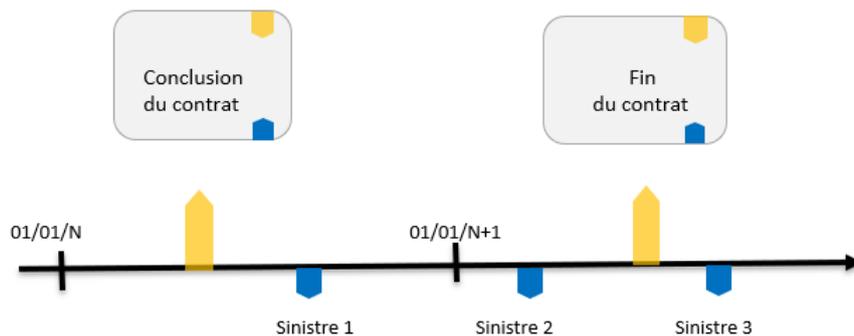
Étant une filiale du Groupe Groupama Mutuelle Assurance, la souscription des contrats Gan Construction est de la compétence exclusive de la Direction Construction de Gan. Sur un classement dominé par l'assureur décennal historique, SmaBTP, Groupama Gan Assurance se positionne comme sixième assureur dans la branche construction. Groupama reste un assureur référence sur le marché de l'assurance décennale. La cotisation est calculée au plus juste en fonction de nombreux paramètres: chiffre d'affaires, niveau d'expérience, méthodes de construction employées, risques inhérents à votre métier, sinistralité antérieure, etc.

L'assureur Groupama propose, en outre, les garanties responsabilité civile d'exploitation, atteinte à l'environnement et responsabilité civile après livraison des travaux qui prend en charge les dommages ne relevant pas de la décennale. Un panel d'options complémentaires vous permet de bénéficier d'un contrat à la carte.

### I.3 Les différentes provisions en assurance construction

Les sections précédentes nous ont montrés les particularités de l'assurance construction par rapport à l'assurance dite classique. En effet dans l'assurance classique, la garantie est annuelle et donc nous avons les provisions concernant les sinistres survenus dans l'année d'exercice et provision pour primes non acquises qui concerne ceux survenus l'année suivante mais issus de contrats souscrits l'année d'exercice.

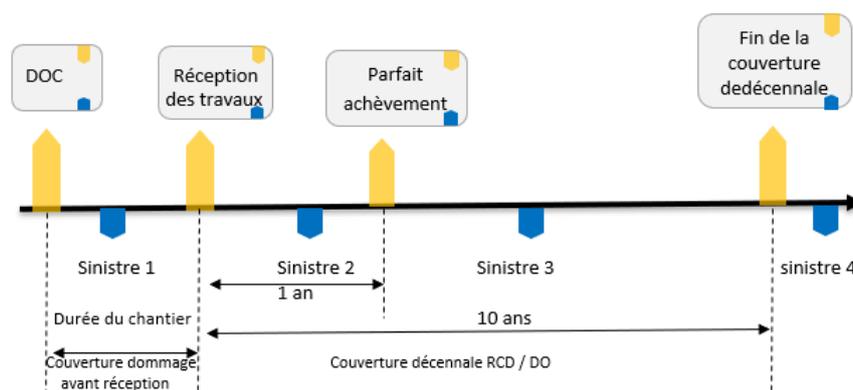
Figure I.8 – Description du déroulement d'un contrat d'assurance classique



Dans l'ordre chronologique de survenance des sinistres illustrés pas le schéma, le sinistre 1 est survenu pendant l'exercice N, entre alors dans le cadre des provisions pour sinistre à payer (PSAP) au titre de cet exercice. Le sinistre 2 est survenu après la clôture de l'exercice N, il devra être pris en compte dans la provision pour primes et le sinistre 3 étant survenu au-delà de la fin du contrat, ne sera pas pris en compte.

Contrairement, l'assurance construction s'inscrit dans un cadre avec des durées beaucoup plus longue. Par analogie au schéma précédent, nous allons voir celui en assurance classique:

Figure I.9 – Description du déroulement d'un contrat d'assurance construction



La loi Spineta étant formelle sur l'existence d'un PV de réception du chantier pour déclencher la garantie décennale, le sinistre 1 étant survenu avant la réception du chantier, fait intervenir une autre police appelée TRC (Tout Risque Chantier).

Dans la situation du sinistre 2, on est dans la période de parfait achèvement. Deux cas de figure sont envisageables:

- la mise en oeuvre de la garantie de parfait achèvement si les dommages ont été notifié dans le PV de réception;
- Il est aussi possible de mettre en oeuvre la garantie décennale.

Le sinistre 3 étant survenu après la période de parfait achèvement, la mise en oeuvre de la garantie décennale en possible.

Étant survenu en dehors de la période de couverture, le sinistre 4 n'entre pas dans le cadre du contrat.

Ainsi, l'assurance construction requiert un système de provisionnement plus complexe. Nous allons abordé dans la suite, les différentes provisions entrant dans le cadre de la branche construction.

### **I.3.1 Les provisions de primes**

La signature d'un contrat peut survenir dans au cours d'un exercice, ce qui décale donc la date anniversaire du contrat de la clôture de l'exercice comptable. Ainsi, l'assureur se voit obliger de constituer des réserves sur ses primes afin de veiller à l'équilibre dans sa gestion.

### **I.3.2 La provision pour primes non acquises: PPNA**

La provision pour primes non acquises est destinée à constater, pour l'ensemble des contrats en cours, la part des primes émises et des primes restant à émettre se rapportant à la période comprise entre la date d'inventaire et la date de la prochaine échéance de prime ou, à défaut, du terme dû contrat.

### **I.3.3 La provision pour risques en cours: PREC**

La provision pour risques en cours est définie comme étant le montant à provisionner en supplément des primes non acquises pour couvrir les risques à assumer et destinée à faire face à toutes les demandes d'indemnisation et à tous les frais (y compris les frais d'administration) liés aux contrats d'assurance en cours excédant le montant des primes non acquises et des primes exigibles relatives aux dits contrats.

### **I.3.4 Les provisions de sinistres**

Selon le code des assurances la Provision pour Sinistre A Payer (PSAP) correspond à la valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise.

Cette provision est la principale en assurance non vie et se calcule par exercice en brute de réassurance et de recours. Elle peut être décomposée en trois sous sections:

#### I.3.4.1 La provision dossier-dossier

A la survenance d'un sinistre, l'assuré informe l'assureur qui ouvre un dossier de sinistre en mettant un montant dit provision dossier/dossier. La provision dossier/dossier est souvent forfaitaire estimé par le coût moyen. Étant donné que le montant total de la charge du sinistre varie selon sa nature, cette provision est complétée par celle dite IBNR (IBNER et IBNYR).

#### I.3.4.2 IBNER

Incurred But Not Enough Reported, les IBNER se traduisent littéralement de l'anglais par se traduit comme étant : Survenu mais pas assez provisionné. Cette provision a pour but de palier à d'éventuelles aggravations causées par l'état du sinistre. Donc cette provision vient en complément du coût probable estimé par l'assureur en prenant connaissance du sinistre. Ces deux provisions se retrouvent pour former les IBNR.

#### I.3.4.3 IBNYR

Il peut arriver que l'assuré tarde à informer l'assureur de la survenance du sinistre. Dans ce cas, l'assureur doit se préparer à des déclarations de sinistre au delà de la clôture de l'exercice concerné. La provision relative à ce cas de figure est l'IBNYR (Incurred But Not Yet Reported).

$$IBNR = IBNER + IBNYR$$

Ainsi la somme des provisions dossier/dossier et des IBNR donne la charge ultime qui représente le montant final qui sera payé aux assurés au titre des sinistres qui les ont affectés au cours de l'année comptable actuelle ou des années précédentes.

$$Charge\ Ultime = Charge\ Dossier/Dossier + IBNR$$

A chaque exercice d'inventaire, il convient de constater les montants déjà versés comme paiement aux assurés pour indemniser les sinistres déjà survenus afin de les soustraire de la charge ultime d'où:

$$PSAP = Charge\ Ultime - Paiements\ cumules$$

### I.3.5 Prévisions de recours à encaisser: PRAE

Il s'agit du produit à attendre des actions exercées par une entreprise d'assurance en vue d'obtenir, par le responsable d'un préjudice, le remboursement d'une indemnité ou partie d'indemnité de sinistres versée au titre d'un sinistre.

### I.3.6 Les provisions pour sinistres non encore manifestés: PSNEM

Dans le cadre général de l'assurance non vie, les assureurs provisionnent pour les sinistres survenus qu'ils soient connus ou pas comme on l'a vu dans les PSAP. Cependant en assurance construction, le caractère décennal de la couverture vendue oblige l'assureur à procéder différemment et à provisionner des sinistres futurs : en effet, la garantie vendue a l'assuré couvre des sinistres qui surviendront longtemps après la date d'arrêté comptable correspondant au versement de la prime.

Les articles R. 341-17 du code des assurances et L143-15 de l'autorité des Normes Comptables prévoient que les entreprises d'assurance et de réassurance doivent constituer des provisions destinées à faire face aux sinistres non encore manifestés afférents aux garanties décennales de responsabilité civile et aux garanties décennales de dommage aux ouvrages qui devraient se manifester jusqu'au terme de la période couverte par ces garanties.

L'estimation des sinistres non encore manifestés est effectuée séparément pour les garanties décennales de responsabilité civile et pour les garanties décennales de dommage aux ouvrages. Au sein de ces deux catégories, les provisions sont déterminées par DOC. Cette spécificité a des conséquences sur la modélisation des PSNEM qui rendent le provisionnement sur la construction assez particulière.

La PSNEM fait l'objet d'un calcul réglementaire, l'organisme d'assurance est autorisé à utiliser des méthodes statistiques et dans le cas où les résultats obtenus sont inférieurs à ceux de la méthode réglementaire, une demande de dérogation devra être soumise à l'ACPR. On est donc dans un cadre de plan comptable général défini par le règlement n° 99-03 du comité de la réglementation comptable. Dans la suite nous aborderons ces deux méthodes de calcul de la PSNEM.

## Chapter II

# Traitement des données et détermination des seuils de gravité

Dans le cadre de ce mémoire, nous travaillerons sur une base de données (Primes/Paiements/Provisions: PPP) exhaustive couvrant la période 2002 à 2020. La base offre la possibilité de disposer des données soit de façon:

- ligne à ligne c'est-à-dire par sinistre (Survenance x Inventaire),
- agrégée c'est-à-dire par DOC x Inventaire.

Ainsi, selon les calculs et projections souhaités, il nous sera possible de choisir un format de données. Dans la suite, nous présenterons les données qui sont exprimées en euros courants lors du calcul des réserves. Nous terminerons cette section par une détermination des seuils permettant la classification des sinistres selon les niveaux de gravité.

## II.1 Présentation des données

Les données utilisées (PPP) nous viennent du Datalab de la Direction Technique. Les PPP sont des fichiers plats permettant la constitution des triangles de liquidation des sinistres. Il s'agit d'une base Excel, annuelle, brute de réassurance, qui contient l'historique de la sinistralité et de l'évolution des paiements pour les garanties décennales de la branche construction. En ligne nous avons la disposition par dossier de sinistre et en colonne, une trentaine de variable dont principalement:

- la LoB (Line of Business);
- le segment de revue (Review\_Segment): 07\_construction\_do\_oblig pour le DO et 08\_construction\_rcd\_oblig pour la RCD;
- année de vision (Accounting\_year);
- année de DOC (de 2002 à 2020);
- année de survenance (de 2002 à 2020);
- primes (Earned\_Premiums)
- charges brutes et nettes d'évaluation de recours;
- paiements cumulés brutes et nets de recours encaissés;
- réserves dossier-dossier brutes et nettes d'évaluation de recours;
- recours payés et recours encaissés.

Les montants par survenance correspondent à une année pleine de survenance (de Janvier à Décembre) vu au mois d'inventaire. Les données en notre possession étant exprimées en euros courants, un traitement préalable de l'inflation est ainsi nécessaire, afin de convertir l'ensemble des données en euros constants 2020. L'indice d'inflation sinistre usuellement choisi en assurance construction est l'indice BT01, représentatif de l'évolution générale des coûts de la construction en France. Ce retraitement se fait plus simplement sur la base de données en convertissant chaque point en euros constants.

Suite au contrôle réalisé par un auditeur externe, il a été noté que les données fournies dans le cadre de la collecte PPP ont un niveau de qualité conforme à Solvabilité 2. Les processus d'extraction sont documentés et les contrôles réalisés par Gan Assurances sur l'ensemble des données issues du PPP couvrant le périmètre construction.

Notons  $N$  l'horizon de développement de sinistres.

Considérons qu'à la date de d'évaluation, nous disposons de données (sinistres, paiements, charges, provisions) sur les  $N$  dernières années de souscription DOC.

Ces données sont analysées ainsi :

- L'année de souscription du contrat ou DOC, qui correspond à l'année de rattachement du risque. Les années de souscription seront indicées par  $k$ ,  $k = 1$  faisant référence à la plus ancienne année des  $N$  années de souscription.
- L'année de survenance des sinistres, qui correspond à l'année de réalisation du risque. Selon le contexte, on s'intéressera soit à l'année de survenance (absolue) des sinistres, soit au délai de survenance des sinistres relativement à l'année de souscription. Si l'on note  $i$  l'année de survenance de sinistres relatifs à des contrats souscrits l'année  $k$ , le délai de survenance induit est de  $i - k + 1$ .
- L'année de développement des sinistres (année de paiement des sinistres, année d'évaluation des charges). L'année de développement des sinistres est considérée en termes de délai de développement relativement à l'année de survenance. Les délais de développement seront notés  $j$  ;  $j = 1$ , traduisant le fait que l'on se situe au niveau de l'année de survenance.

Ainsi, nous noterons par :

$$\{X_{i,j,k}\},$$

l'historique de paiements incrémentaux des sinistres disponible à la date d'évaluation.

Avec:

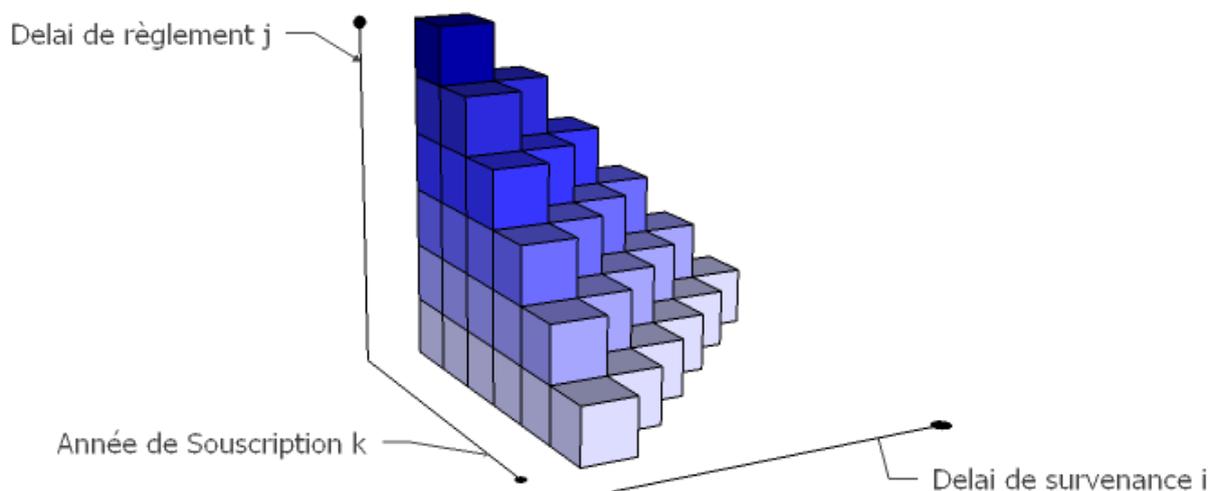
$$1 \leq k \leq N;$$

$$1 \leq k + i - 1 \leq N;$$

$$1 \leq i + j + k - 2 \leq N.$$

$X_{i,j,k}$  correspond aux paiements de sinistres, relatifs à des contrats souscrits l'année  $k$ , survenus l'année  $k + i - 1$  et les paiement effectués  $j - 1$  années après l'année de survenance des sinistres.

Figure II.1 – Vision en 3 dimensions des données



Cette vision tripartite permet d'avoir différentes dispositions:

- Le triangle *Survenance x Développement*, qui contient les données (paiements, provisions, charges) agrégés par année de survenance et délai de développement. Ainsi organisées, les données servent à évaluer le montant de provision pour sinistres à payer (PSAP), c'est-à-dire le montant de provision relatif aux sinistres déjà survenus et non encore entièrement réglés. Dans la suite, ce triangle sera nommé « Triangle de PSAP ».

Dans ce triangle incrémental, nous avons les données de paiement traduites par:

$$\{X_{i,j}^{PSAP}\},$$

Avec:

$$— 1 \leq i \leq N;$$

$$— 1 \leq j \leq N - i + 1;$$

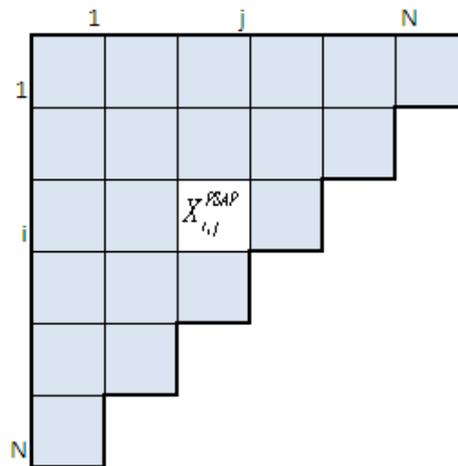
tel que:  $\forall 1 \leq i \leq N; \forall 1 \leq j \leq N - i + 1$ , on a:

$$X_{i,j}^{PSAP} = \sum_{k=1}^i X_{i-k+1,j,k}.$$

$X_{i,j}^{PSAP}$  correspond aux paiements réalisés l'année  $(i + j - 1)$  relatifs à des sinistres survenus l'année  $i$ .

Notons que dans le contexte des triangles de PSAP, l'indice «  $i$  » fait référence aux années de survenance plutôt qu'aux délais de survenance.

Figure II.2 – Vision en 2D: Triangle incrémental de paiements de PSAP



Lorsqu'elles sont cumulées, les données de paiements du triangle de PSAP sont notées:

$$\{C_{i,j}^{PSAP}\},$$

Avec:

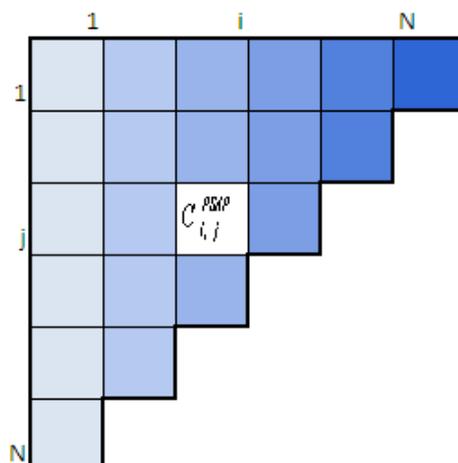
- $1 \leq i \leq N$ ;
- $1 \leq j \leq N - i + 1$ ;

tel que :  $\forall 1 \leq i \leq N$ ;  $\forall 1 \leq j \leq N - i + 1$ , on a:

$$C_{i,j}^{PSAP} = \sum_{l=1}^j X_{i,l}^{PSAP}$$

Cette notation est aussi adoptée pour le triangle de charges de PSAP. Dans la suite, le terme « triangle cumulé de PSAP » désignera indistinctement le triangle cumulé de paiements de PSAP ou le triangle de charges de PSAP.

Figure II.3 – Vision en 2D: Triangle cumulé de paiements de PSAP/Triangle de charges de PSAP



L'estimation des réserves de PSAP consiste à projeter à l'ultime le triangle cumulé de PSAP. Les charges ultimes de PSAP sont, par année de survenance, données par le vecteur:  $\{C_{i,N}^{PSAP}\}$ , avec  $1 \leq i \leq N$ .

- Le triangle de sinistres *DROCxSurvenance*, qui contient les paiements ou les charges de sinistres agrégés par année de souscription des contrats (DOC) et par délai de survenance des sinistres. Les données ainsi organisées sont utilisées pour évaluer le montant de provisions pour sinistres non encore manifestés (PSNEM), c'est-à-dire les provisions relatives aux sinistres non encore survenus à la date d'évaluation. Dans la suite, ce triangle sera nommé « Triangle de PSNEM ».

Nous notons les données de paiements, le triangle incrémental de paiements de PSNEM par

$$\{X_{k,i}^{PSNEM}\},$$

Avec:

- $1 \leq k \leq N$ ;
- $1 \leq i \leq N - k + 1$ ;

tel que:  $\forall 1 \leq k \leq N$ ;  $\forall 1 \leq i \leq N - k + 1$ , on a:

$$X_{k,i}^{PSNEM} = \sum_{j=1}^{N-(i+k)+2} X_{i,j,k}.$$

Notons que dans le contexte des triangles de PSNEM, l'indice  $i$  fait référence aux délais de survenance plutôt qu'aux années de survenance.

Cette notation est aussi adoptée pour le triangle incrémental de charges de PSNEM. Ainsi,  $X_{k,i}^{PSNEM}$  correspond à la somme des paiements réalisés ou à la charge totale, à la date d'évaluation, des sinistres survenus au cours de l'année  $i+k-1$ , sur les contrats souscrits au cours de la DOC  $k$ . A la date d'évaluation, les éléments du triangle incrémental de PSNEM correspondent à des niveaux de développement identiques par diagonale et distincts d'une diagonale à une autre.

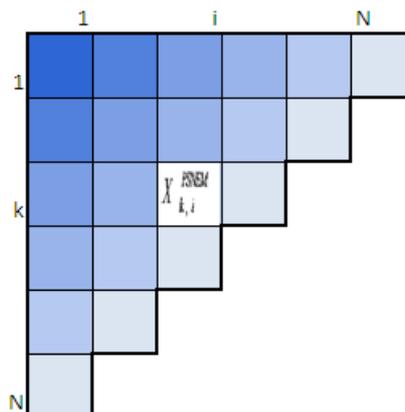
Lorsque tous les éléments du triangle incrémental de PSNEM correspondent au niveau de développement ultime, on parle de triangle incrémental de PSNEM vu à l'ultime. Dans la suite il sera noté par:

$$\{X_{k,i}^{PSNEM,Ult}\},$$

Avec:

- $1 \leq k \leq N$ ;
- $1 \leq i \leq N - k + 1$ ;

Figure II.4 – Vision en 2D: Triangle incrémental de PSNEM



Le triangle cumulé de PSNEM:

$$\{C_{k,i}^{PSNEM}\},$$

Avec:

- $1 \leq k \leq N$ ;
- $1 \leq i \leq N - k + 1$ ;

est obtenu à partir du triangle incrémental de PSNEM vu à l'ultime :

$\forall 1 \leq k \leq N$ ;  $\forall 1 \leq i \leq N - k + 1$ , on a:

$$C_{k,i}^{PSNEM} = \sum_{m=1}^i X_{k,m}^{PSNEM,Ult}$$

Notons qu'il existe à toutes les dates une correspondance entre le triangle cumulé de PSAP et le triangle incrémental de PSNEM.

A la date d'évaluation, la dernière diagonale du triangle cumulé de PSAP  $\{C_{i,N-i+1}^{PSAP}\}_{1 \leq i \leq N}$ , (l'indice  $i$  faisant référence aux années de survenance) et le triangle incrémental de PSNEM  $\{X_{k,i}^{PSNEM,Ult}\}$ , (l'indice  $i$  faisant référence aux délais de survenance) contiennent la même information. En effet dans le triangle incrémental de PSNEM,  $\{X_{k,i-k+1}^{PSNEM}\}_{1 \leq k \leq i}$ , correspond à l'ensemble des paiements (resp. charges) de sinistres survenus avec un délai de survenance  $(i - k + 1)$  par rapport à l'année de souscription  $k$  du contrat, les contrats ayant été souscrits au cours des années 1 à  $i$ . Les sinistres afférents à ces paiements (resp. charges) sont tous survenus au cours de l'année  $i$ . Ainsi la somme de ces paiements (resp. charges) correspond dans le triangle cumulé de PSAP à  $C_{i,N-i+1}^{PSAP}$  soit:  $\forall 1 \leq i \leq N$ ;

$$C_{i,N-i+1}^{PSAP} = \sum_{\substack{1 \leq k \leq i \\ m=i-k+1}} X_{k,m}^{PSNEM}$$

De même, les charges ultimes de PSAP  $C_{i,N}^{PSAP}$   $1 \leq i \leq N$  et le triangle incrémental de PSNEM vu à l'ultime  $\{X_{k,i}^{PSNEM,Ult}\}$ , sont équivalents:  $\forall 1 \leq i \leq N$ ;

$$C_{i,N}^{PSAP} = \sum_{\substack{1 \leq k \leq i \\ m=i-k+1}} X_{k,m}^{PSNEM,Ult}$$

## II.2 Détermination des seuils de gravité

Il est nécessaire, à ce niveau, de procéder à une segmentation des données. En effet, le niveau de gravité des sinistres n'étant pas forcément homogène pour tous les sinistres, nous allons, par la théorie des valeurs extrêmes, déterminer les valeurs critiques de cette segmentation.

### II.2.1 Théorie des valeurs extrêmes

La méthode utilisée dans ce cadre est la méthode de dépassement des seuils, *POT* (Peaks Over Threshold) qui consiste à utiliser les observations dépassant un certain seuil suffisamment élevé.

L'idée de base de cette approche consiste à choisir un seuil suffisamment élevé et à étudier les excès au-delà de ce seuil.

Soit  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ , une suite de  $n$  variables aléatoires (*iid*) de fonction de répartition  $\mathbb{F}$  et soit  $u$  le seuil choisi initialement.

La loi conditionnelle  $\mathbb{F}_u$  par rapport au seuil  $u$  pour les variables aléatoires dépassant ce seuil est défini par:

$$\mathbb{F}_u(y) = \mathbb{P}(X - u \leq y | X > u).$$

En appliquant le théorème Pickands-Balkema-de Haan (VI.2), cette loi aléatoire est uniformément rapproché par une loi de Pareto généralisée (*GPD*).

Sur le plan pratique, les propriétés des lois *GPD* sont utilisés pour définir graphiquement le seuil des graves. Parmi ces propriétés, la fonction moyenne des excès au delà du seuil  $u$  définie par :

$$e(u) = \mathbb{E}(X - u | X > u), \quad 0 \leq u \leq x_F$$

Si  $X \sim GPD(\xi, \sigma)$ ,  $e(u) = \frac{\sigma}{1-\xi} + \frac{\xi}{1-\xi}u$ , i.e la fonction moyenne des excès est affine en  $u$ .

La mise en pratique de cette approche consiste à tracer l'estimateur empirique de l'espérance résiduelle de la distribution ( Mean excess plot ) donné par :

$$\hat{e}_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n \max(0, X_i - u)}{\sum_{i=1}^n \mathbb{1}_{(X_i > u)}}$$

Dans notre étude la suite de  $n$  variables aléatoires  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  représente les différents montants de charge des sinistres et  $u$  le seuil de grave a priori défini.

### II.2.2 Application

Afin de mettre en pratique cette méthode de détermination des seuils, nous proposerons de suivre la démarche suivante:

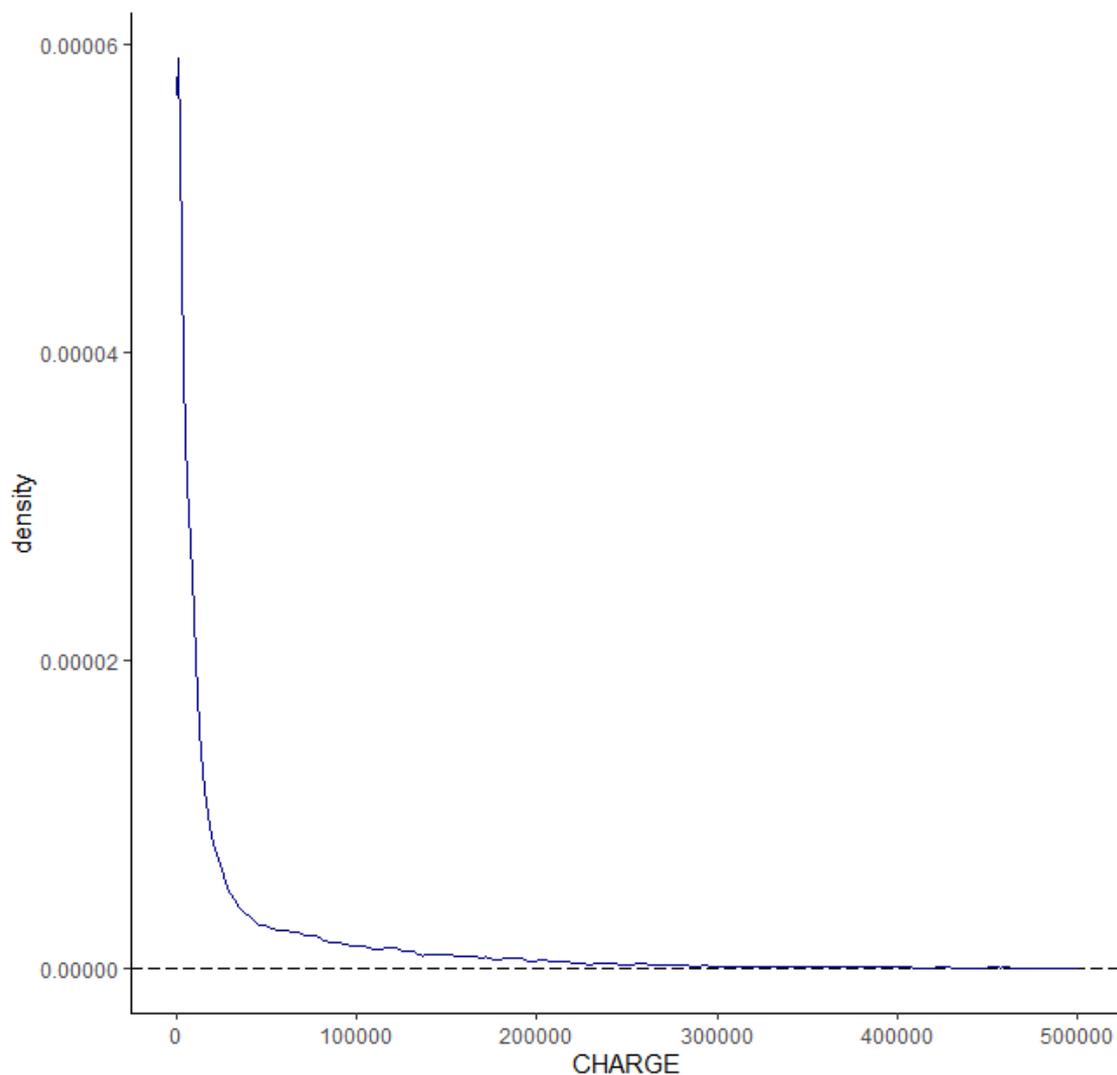
#### Etape 1: Statistique descriptive

Nous abordons dans cette première étape, le calcul des indicateurs statistiques de la charge (moyenne, médiane et quantiles) et la visualisation de la distribution de la charge. Cela nous permettra d'avoir une idée approximative du seuil  $u$ .

Table II.1 – Statistique descriptive RCD

Moyenne	Max	Min	Médiane	Q <sub>25%</sub>	Q <sub>75%</sub>	Q <sub>90%</sub>	Q <sub>95%</sub>	Q <sub>97%</sub>	Q <sub>99%</sub>	Ec. type
39 186 €	10 189 987 €	0 €	9 242 €	1 415 €	41 392 €	118 530 €	175 556 €	214 966 €	318 320 €	96 077 €

Figure II.5 – Distribution de la charge RCD

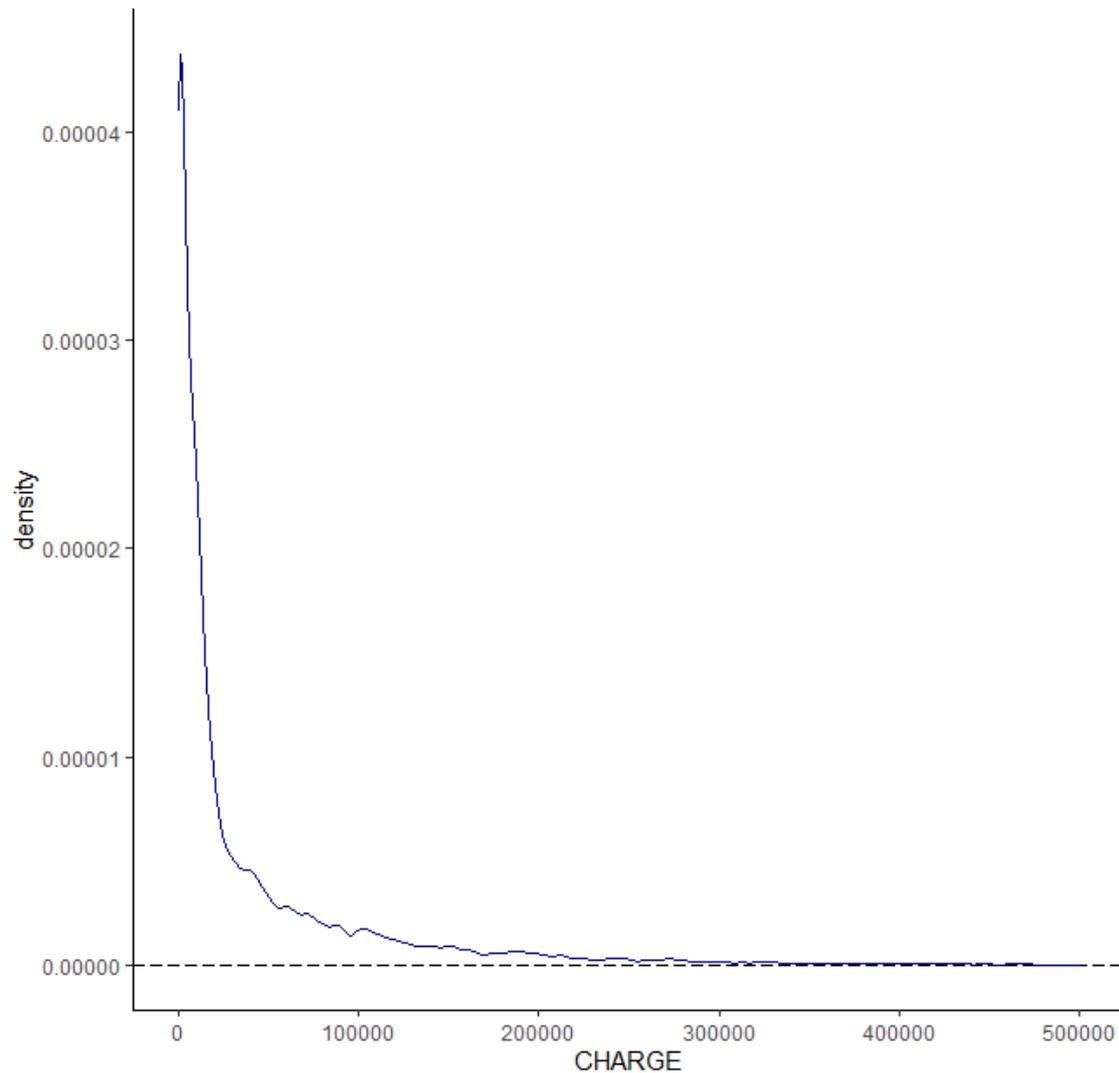


La charge moyenne pour la RCD est de 39 186 € avec un écart moyen autour de la moyenne assez élevé de 96 077 €, on note que 90% des données sont inférieures à 118 530 €.

Table II.2 – Statistique descriptive DO

Moyenne	Max	Min	Médiane	Q <sub>25%</sub>	Q <sub>75%</sub>	Q <sub>90%</sub>	Q <sub>95%</sub>	Q <sub>97%</sub>	Q <sub>99%</sub>	Ec. type
44 143 €	7 551 325 €	0 €	11 481 €	2 157 €	47 048 €	119 592 €	183 993 €	226 795 €	349 972 €	144 230 €

Figure II.6 – Distribution de la charge DO



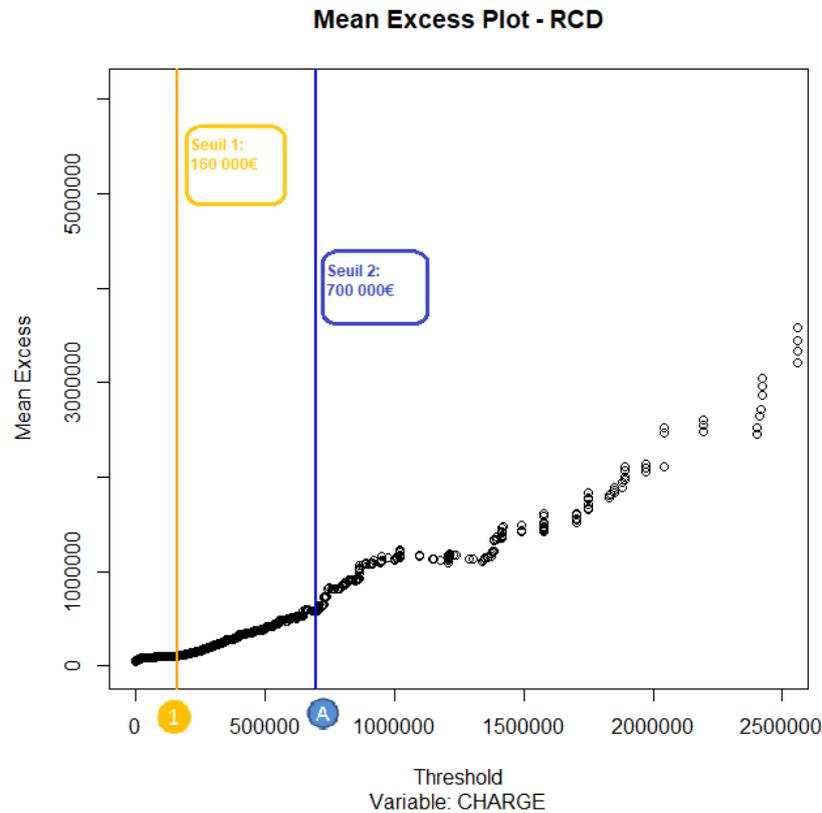
Pour le DO, on note le même phénomène que pour la RCD avec un quantile à 90% de 119 592 €. L'écart type de 144 230 € est encore plus élevé que précédemment. Au vu de ces indicateurs statistiques de position, un seuil entre les quantiles à 90% et 95% peut être un bon candidat.

## Étape 2: Fonction moyenne des excès

Comme indiqué plus haut, cette étape consiste à tracer l'estimateur empirique de l'espérance résiduelle de la fonction moyenne des excès et à choisir le seuil de façon à ce que l'estimateur

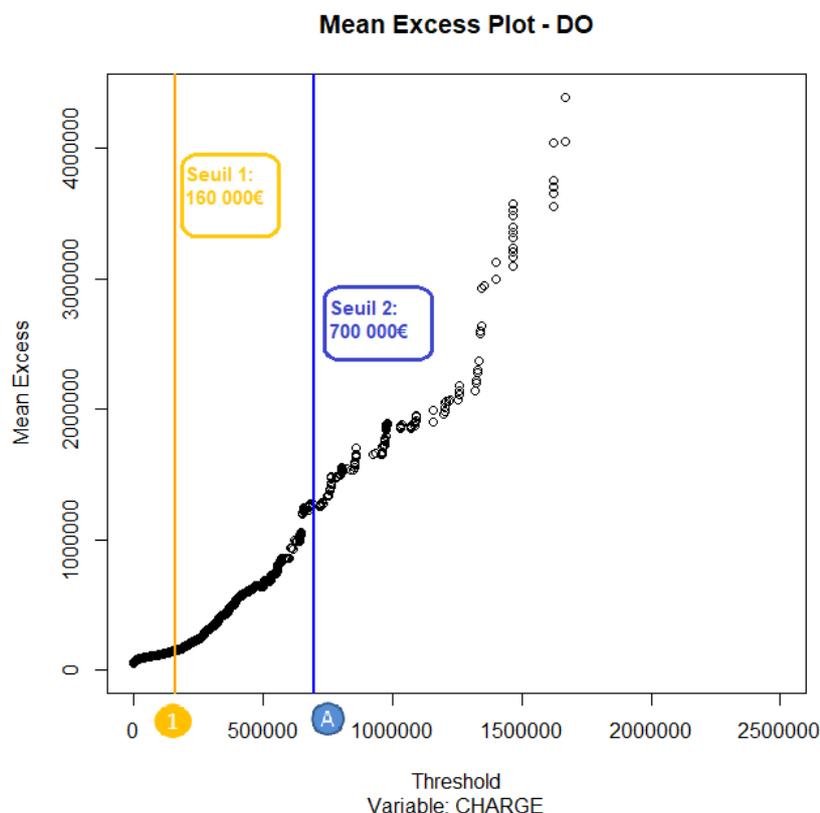
empirique soit approximativement linéaire à partir de ce seuil.

Figure II.7 – Mean Excess Plot des charges RCD



Le graphique de la moyenne des excès en fonction du seuil, présente une partie linéaire avec une forte densité des données aux alentours du quantile à 95% (75 000 €). Au vu de ce graphique le premier seuil se situerait dans les alentours de 160 000 €. un seuil supérieur à 160 000 € est très élevée car la linéarité n'est plus aussi évidente à observer à partir de ce montant. Un deuxième seuil à 700 000 € est aussi détectable en suivant le même raisonnement.

Figure II.8 – Mean Excess Plot des charges DO



Le graphique de la moyenne des excès du DO nous permet de faire les mêmes remarques que sur la RCD, en effet, on observe la même cassure de la linéarité, cette cassure intervient dans un premier temps aux alentours du quantile à 95% (183 993 €) ce qui est sensiblement pareil que la première cassure sur la RCD, ainsi nous pouvons opter une harmonisation en gardant le premier seuil à 160 000 €.

Dans le cas du deuxième seuil, le constat est encore le même avec un décrochement sur linéarité qui intervient aux environs de l'abscisse 700 000 €.

Au vu de ses graphiques, un seuil attritionnel se situerait dans les alentours de 160 000 € et un seuil exceptionnel à 700 000 €.

Nous allons étudier la robustesse de ces hypothèses dans la suite.

### Etape 3: Estimateur de Hill

L'estimateur de Hill nous permet de déterminer le seuil des graves en fonction de l'indice de la queue de distribution. L'inverse de ce paramètre est représenté sur l'axe des ordonnées de Hill-plot en fonction de la statistique d'ordre sur l'axe des abscisses et du seuil. En utilisant la propriété de stabilité de cet indice, le choix de seuil se fait en traçant l'estimateur de Hill et choisir comme seuil la plus petite valeur  $k$  à partir de laquelle la courbe s'apparente à une droite, il s'agit alors du seuil à partir duquel l'estimateur de Hill devient stable. cela permettra de nous assurer de la bonne détermination du seuil, en la comparant à celui de Mean Excess Plot.

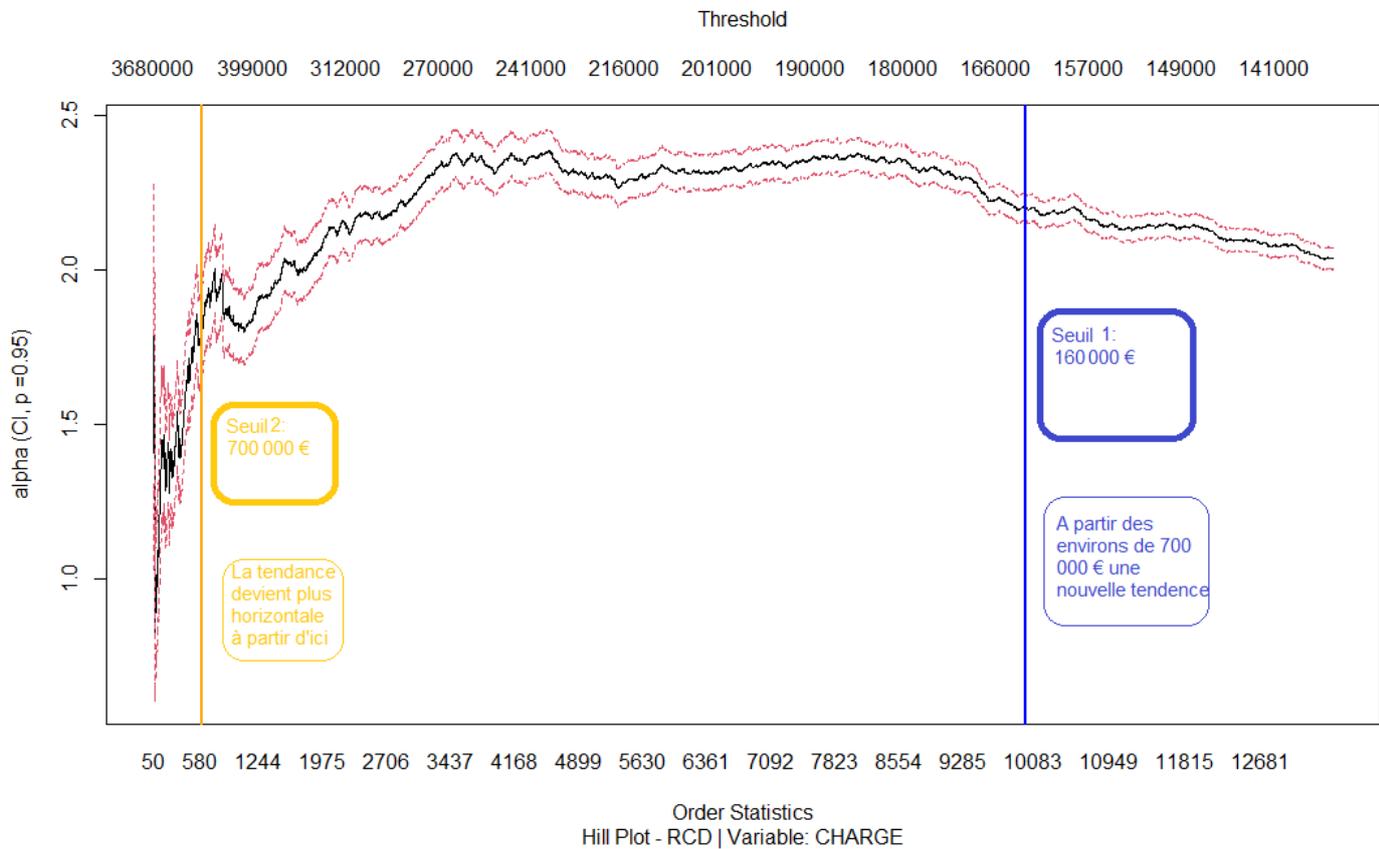
De plus, lorsque l'on considère un faible nombre d'excès, l'estimateur de Hill est très volatil, puis il tend à se stabiliser, d'où l'idée de l'utiliser dans le choix du seuil. En eet, on veut le seuil le plus grand possible pour avoir une bonne convergence de la loi des excès vers une GPD (d'après le théorème de Pickands-Balkema-De Haan), mais si le seuil est trop grand, l'estimateur de Hill sera très instable. Le Hill Plot permet donc de voir à partir de quel moment l'estimation devient plus robuste.

Figure II.9 – Hill Plot des charges de la RCD



La courbe devient plus horizontale aux alentours de deux niveaux:  $k=1500$  et  $k=23200$ . Pour ces deux valeurs de la statistique d'ordre, les seuils de charge associés sont respectivement aux alentours de 160 000 € et 700 000 € euros, ce qui reste cohérent avec le Mean Excès Plot.

Figure II.10 – Hill Plot des charges en DO



Les mêmes conclusions que sur la RCD seront valables pour le DO vu les allures similaires des graphiques. Ce qui Renforce les hypothèses des seuils à 160 000 € et 700 000 €.

#### Étape 4: Validation du modèle et Analyse des résidus (QQ Plot)

Cette dernière étape sert à tester l'adéquation des données excédant le seuil trouvé, par la loi de Pareto généralisée, en utilisant le *QQ-plot* (outil graphique permettant d'évaluer la pertinence de l'ajustement d'une distribution donnée à un modèle théorique), qui donne les quantiles de la distribution empirique en fonction des quantiles de la distribution de la loi de Pareto généralisée. Les linéarités des points entre 0 et 6 dans les graphes II.11 et II.13 permettent de valider l'ajustement des charges de la RCD et du DO à une loi de Pareto généralisée au seuil de 160 000 €.

Au seuil 700 000 € sur la RCD, on note une linéarité II.12 entre les points 0 et 3, permettant ainsi de valider le seuil pour la deuxième tranche des données.

Le seuil à 700 000 € sur les charges du DO peut être validé au vu de la linéarité observée entre positions 0 et 2 cf. graphique II.14.

Figure II.11 – RCD:QQPlot des résidus d'une loi GPD seuil 1 = 160 000 €

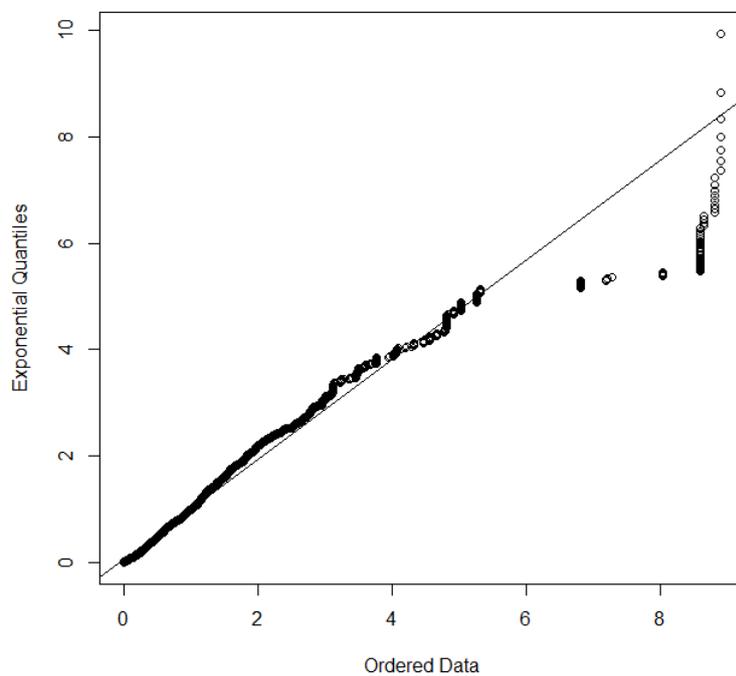


Figure II.12 – RCD:QQPlot des résidus d'une loi GPD seuil 2 = 700 000 €

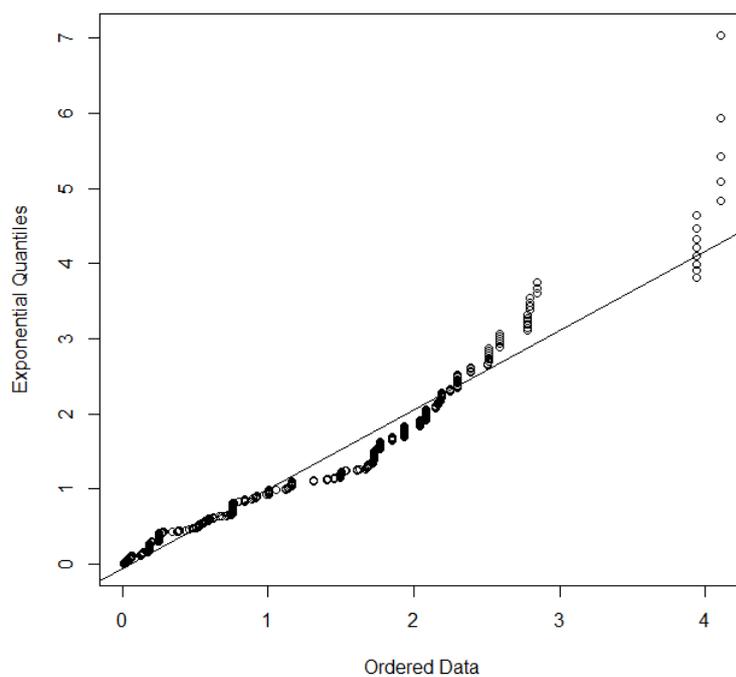


Figure II.13 – DO:QQPlot des résidus d'une loi GPD seuil 1 = 160 000 €

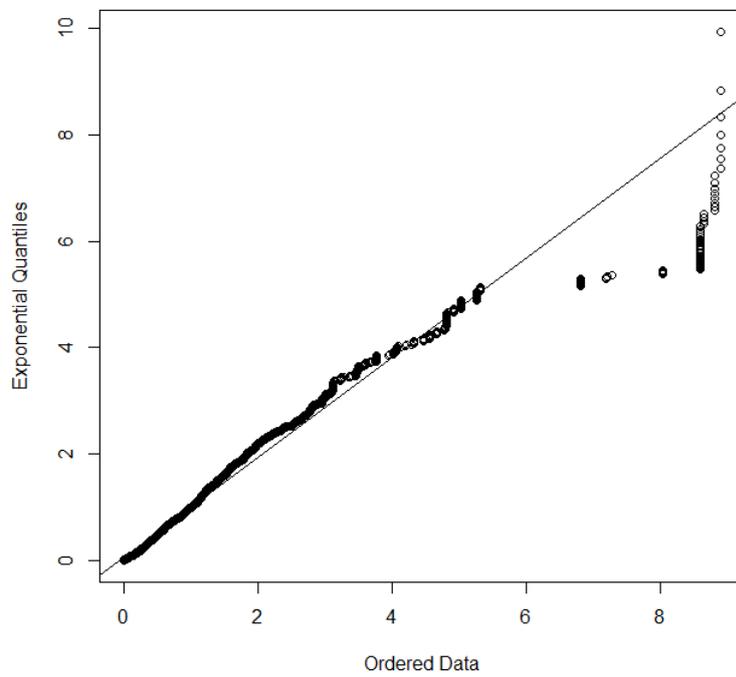
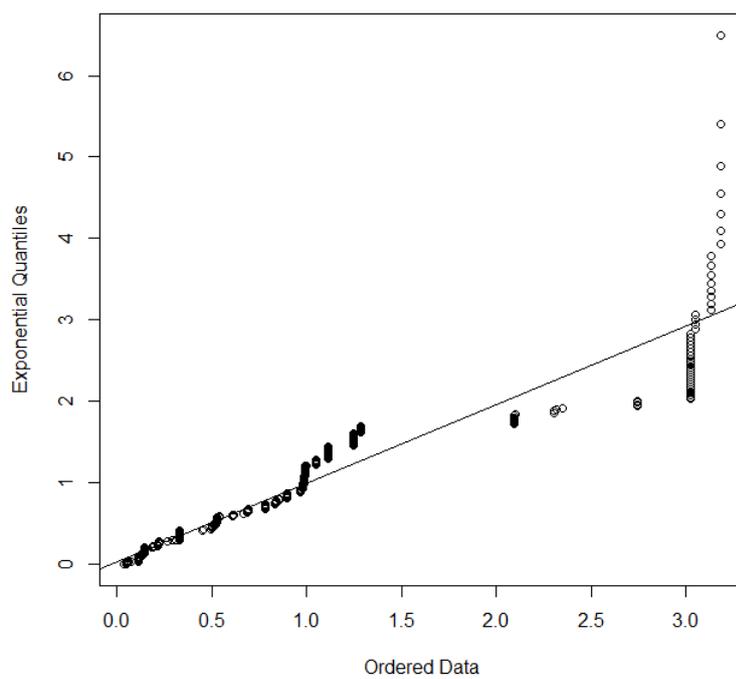


Figure II.14 – DO:QQPlot des résidus d'une loi GPD seuil 2 = 700 000 €



En conclusion de cette section, nous pouvons grâce à l'utilisation de la théorie des valeurs

extrêmes, définir de manière harmonisée trois tranches suivant les charges:

- les sinistres « attritionnels », de charge inférieure à 160 000 €;
- les sinistres « larges », de charge comprise entre 160 000 et 700 000 €;
- les sinistres « exceptionnels », de charge supérieure à 700 000 €.

## Chapter III

# Principe de calcul des provisions Best Estimate en assurance construction

## III.1 Projection des réserves de PSAP

Étant la principale provision en assurance non vie, la Provision pour Sinistres A Payer occupe une place centrale dans les réserves en assurance construction. Elle est calculée exercice par exercice, brute de réassurance et brute de recours. D'après le code des assurances, article R. 331-6 : La PSAP correspond à la valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes que externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise. L'estimation des PSAP est proposée par deux groupes de méthodes: les méthodes déterministes et celles stochastiques.

### III.1.1 Méthodes déterministes

Les méthodes statistiques de provisionnement reposent principalement sur les données historiques de sinistralité. Ainsi, les hypothèses sur la stabilité du délai s'écoulant entre la survenance d'un sinistre et les règlements, quel que soit l'exercice de survenance, en absence d'inflation, de changement de structure de portefeuille, des garanties des contrats, des franchises, et plus généralement de la gestion des sinistres y est fondamentale. Si toutes ces hypothèses sont vérifiées sur une période suffisamment longue (au moins 5 ans), les méthodes déterministes peuvent être un premier outil intéressant pour prévoir la charge finale, en utilisant les cadences de règlement observées sur le passé.

#### III.1.1.1 Chain Ladder

La méthode Chain Ladder constitue certainement la méthode de provisionnement la plus simple et la plus utilisée par les compagnies d'assurance.

En gardant la même notation que plus haut, on définit les coefficients de passage individuels comme étant:  $f_{i,j}$  tels que  $\forall i, j$ ,

$$f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}^{PSAP}}{C_{i,j}^{PSAP}} \quad (1.1)$$

On définit les coefficients de passage comme étant les  $\hat{f}_j$ , tels que  $\forall j \in \{1, \dots, 1\}$ ,

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{1-j} C_{i,j+1}^{PSAP}}{\sum_{i=1} C_{i,j}^{PSAP}} \quad (1.2)$$

Le modèle de Chain Ladder est basé sur les hypothèses suivantes :

- $H_1$ :  $\exists f_1, \dots, f_N$  tels que,  $\forall j \in \{1, \dots, N\}$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$ , on a :  $\mathbb{E}[C_{i,j+1}^{PSAP}] = C_{i,j}^{PSAP} \times f_j$
- $H_2$ : Les paiements cumulés  $C_{i,j}^{PSAP}$  des années de survenance  $i$  sont indépendants.

Ces coefficients de passage servent comme leur nom l'indique, à passer d'une colonne à l'autre pour développer et compléter le triangle de la manière suivante:  $\forall i, j$ , tels que  $i - j > 1$ ,

$$\hat{C}_{i,j+1}^{PSAP} = C_{i,j}^{PSAP} \times \hat{f}_j$$

La partie supérieure du triangle correspond à l'historique, et donc à l'information disponible à la fin de l'année  $N$  qui va servir de base pour estimer la partie inférieure du triangle. Il

est à noter que les dimensions Survenances-Développements sont à décliner selon la nature des risques considérés. Par exemple, pour les calculs du provisionnement du risque construction, nous verrons plus loin que nous sommes amenés à construire des triangles selon les axes de DOC-Délai de survenance ou encore de DOC-Développement.

On complète alors diagonale après diagonale le triangle inférieur, jusqu'à obtenir les estimations des ultimes, ainsi que les réserves :  $\forall i \in \{1, \dots, N\}$

$$\hat{C}_{i,N}^{PSAP} = C_{i,i}^{PSAP} \prod_{j=1}^1 \hat{f}_j. \quad (1.3)$$

La provision pour l'année  $i$  vaut :

$$R_i^{PSAP} = \hat{C}_{i,N}^{PSAP} - C_{i,N-i+1}^{PSAP}. \quad (1.4)$$

La provision à passer est donc, la réserve à l'ultime pour l'ensemble des années de survenance, donnée par l'expression suivante:

$$R^{PSAP} = \sum_{i=1}^N R_i^{PSAP} \quad (1.5)$$

On obtient ainsi un rectangle complet de liquidation.

Il est possible de valider empiriquement l'hypothèse de cette méthode par un  $QQ - Plot$  et ou vérifier que le triangle formé des facteurs individuels  $(f_{i,j})$ , appelé d-triangle soit sensiblement constant dans chaque colonne.

Cette méthode présente comme principal atout, sa facilité de mise en oeuvre. Comme inconvénients: le schéma de développement est identique pour toutes les années de survenance c'est-à-dire que le coût du sinistre au bout de  $j$  années de développement est proportionnel au coût de l'année précédente ou même de n'importe quelle année  $i < j$  et ce coefficient de proportionnalité

ne change pas et il vaut:  $\prod_{j=1}^N f_j$ . Ce qui n'est pas le cas en pratique si par exemple il y a un changement au niveau de la politique de gestion des sinistres.

A cela s'ajoute le fait que d'une méthode déterministe, il n'y a pas moyen d'obtenir une mesure de la précision des estimations.

### III.1.1.2 London Chain

Dans la méthode dite London Chain, on suppose que la dynamique des  $(C_{i,j}^{PSAP})_{j \in \{1, \dots, N\}}$  est donnée par un modèle de la forme:

$$\hat{C}_{i,j+1}^{PSAP} = \lambda_j C_{i,j}^{PSAP} - \alpha_j \quad \forall j \in \{1, \dots, N\}, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (1.6)$$

Les paramètres  $\lambda_j$  et  $\alpha_j$  sont des inconnus que l'on doit estimer par la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO) en minimisant l'équation suivante:

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{N-1-j} (C_{i,j+1}^{PSAP} - \lambda_j C_{i,j}^{PSAP} - \alpha_j)^2 \quad (1.7)$$

On résout le système:  $\begin{cases} \partial \Delta_j / \partial \lambda_j = 0 \\ \partial \Delta_j / \partial \alpha_j = 0 \end{cases}$  Ce qui donne:

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\frac{1}{j} \sum_{i=1}^{N-1-j} C_{i,j}^{PSAP} C_{i,j+1}^{PSAP} - \bar{C}_j^{PSAP} \bar{C}_{j+1}^{PSAP}}{\frac{1}{j} \sum_{i=1}^{N-1-j} (C_{i,j}^{PSAP})^2 - (\bar{C}_j^{PSAP})^2} \quad (1.8)$$

$\bar{C}_{j-1}^{PSAP}$  est la moyenne empirique de la colonne  $j - 1$ , (on ne prend pas le dernier terme pour le calcul de  $\bar{C}_j^{PSAP}$ ). Ainsi, on a l'expression finale du paramètre  $\lambda_j$ :

$$\hat{\lambda}_j = \frac{Cov(colonne_j, colonne_{j-1})}{Var(colonne_j)} \quad (1.9)$$

et  $\hat{\alpha}_j = C_{j+1}^{PSAP} - \hat{\lambda}_j C_j^{PSAP}$ .

Avec pour  $j = 1$ , on a:  $\hat{\lambda}_1 = \hat{f}_1$  de Chain Ladder et  $\hat{\alpha}_1 = 0$ .

Une fois que l'on a estimé les paramètres du modèle, on complète le triangle en utilisant la relation 1.6 pour les  $i \geq j$ .

De façon pratique, on peut noter que la méthode de Chain Ladder, reposant sur un modèle de la forme  $\hat{C}_{i,j}^{PSAP} = C_{i,j-1}^{PSAP} \times \hat{f}_j$ , ne pouvait être appliquée que lorsque les points  $(C_{i,j}^{PSAP}, C_{i,j-1}^{PSAP})$  sont sensiblement alignés (à  $j$  fixé) sur une droite passant par l'origine. La méthode London Chain suppose elle aussi que les points soient alignés sur une même droite, mais on ne suppose plus qu'elle passe par l'origine.

Cette méthode présente aussi l'avantage d'être simple à appliquer mais aussi des inconvénients de par son grand nombre de calcul sur les paramètres, en effet, on estime  $2N$  paramètres avec  $\frac{(1)(2)}{2}$  données. Donc on a un risque pas négligeable de surparamétrisation, ce qui les estimations moins robustes. On perd aussi en interprétabilité des paramètres.

### III.1.1.3 Bornhutter Ferguson

Cette méthode est une alternative au manque de robustesse du modèle de Chain Ladder et de London Chain. Elle repose elle aussi sur des triangles de développement mais ne se fonde non pas sur le comportement d'une année sur l'autre des sinistres comme dans Chain Ladder, mais plutôt sur une estimation de la charge ultime et de l'évolution du montant des sinistres connus à ce jour vers cette charge ultime. Ainsi, pour les années récentes, les premiers montants ont un impact moins significatif qu'ils ne l'avaient dans le modèle de Chain Ladder.

Le modèle est basé sur les hypothèses suivantes :

$$\hat{C}_{i,j}^{PSAP} = \beta_i \gamma_j \quad \forall j \in \{1, \dots, N\}, \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (1.10)$$

Où,  $(\beta_i)_i$  représentent les charges finales prévisibles pour chaque année de survenance et  $(\gamma_j)_j$  ; avec  $\gamma_j \in ]0; 1[$  représentent les cadences de règlements cumulés. On a en particulier  $\gamma_N = 1$ . Connaissant la prime reçue par l'assureur  $P_i$  l'année  $i$  et le loss ratio  $S/P$  (ratio de sinistralité) attendu, on peut estimer  $\beta_i$  par:

$$\hat{\beta}_{i,j} = \frac{S}{P} \times P_i \quad (1.11)$$

Par la suite, on calcule les facteurs de développements fournis par le modèle de Chain Ladder et on en déduit les montants finaux qui sont une combinaison convexes des estimateurs de Chain Ladder et des estimateurs à priori :

$$\hat{C}_{i,N}^{PSAP} = \hat{\gamma}_i \cdot C_{i,N}^{PSAP-CL} - (1 - \hat{\gamma}_i) \hat{\beta}_i \quad (1.12)$$

Avec,  $C_{i,N}^{PSAP-CL}$  provenant de la méthode Chain Ladder.

Cette méthode permet ainsi de combiner l'approche de Chain Ladder et une approche définitive basée sur une estimation "à priori" du résultat.

De même que dans le modèle de Chain Ladder, on a :

$$R^{PSAP} = \sum_{i=1}^N R_i^{PSAP} = \sum_{i=1}^N \hat{C}_{i,N}^{PSAP} - \sum_{i=1}^N C_{i,N-i+1}^{PSAP}$$

Du fait qu'en assurance construction les triangle de liquidations s'établissent sur des périodes plus longues, pouvant aller jusqu'à plus de 20 ans, les montant réglés dans les pour les DOC les plus récentes sont souvent très faibles, voire nuls. Ainsi, la charge ultime calculée sur la base du modèle de Chain Ladder sera nulle si les premiers développements l'ont été. Alors en déterminant à priori les charges ultimes, le modèle Bornhuetter-Ferguson permet d'éviter ce manquement du Chain Ladder. Le choix du ration de sinistralité fixé à l'avance est déterminé par les politiques de l'entreprise.

### III.1.2 Méthodes stochastiques

Les modèles stochastiques sont nés du besoin de pouvoir quantifier la variabilité des réserves estimées, notamment par la construction d'intervalles de confiance, et ainsi d'obtenir une marge d'erreur sur le montant des provisions. Ceux-ci sont adaptés, puisqu'ils considèrent les réserves sous un angle probabiliste en considérant leur distribution.

#### III.1.2.1 le modèle de Mack

Présenté par Thomas Mack en 1993, ce modèle permet de quantifier l'incertitude liée à la projection des charges.

Ce modèle stochastique de Mack repose sur trois hypothèses :

- $H_1$ : Les charges cumulées  $\{C_{i,1}^{PSAP}, \dots, C_{i,N}^{PSAP}\}$  et les charges  $\{C_{k,1}^{PSAP}, \dots, C_{k,N}^{PSAP}\}$  sont indépendantes  $\forall i \neq k$ .
- $H_2$ :  $\exists f_1^{PSAP}, \dots, f_N^{PSAP}$  tels que,  $\forall j \in \{1, \dots, N\}$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$ , on a:

$$\mathbb{E}\left[C_{i,j+1}^{PSAP} \mid C_{i,1}^{PSAP}, \dots, C_{i,j}^{PSAP}\right] = C_{i,j}^{PSAP} \times f_j^{PSAP}$$

- $H_3$ :  $\exists \sigma_1^{PSAP^2}, \dots, \sigma_N^{PSAP^2}$  tels que,  $\forall j \in \{1, \dots, N\}$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$ , on a:

$$\text{Var}\left[C_{i,j+1}^{PSAP} \mid C_{i,1}^{PSAP}, \dots, C_{i,j}^{PSAP}\right] = C_{i,j}^{PSAP} \times \sigma_j^{PSAP^2}$$

Les coefficients de passages ( $f_j^{PSAP}$ ) se calculent selon le modèle de Chain Ladder détaillés plus haut.

La volatilité se calcule de la façon suivante :

$$\hat{\sigma}_j^{PSAP^2} = \frac{1}{N-1-j} \sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}^{PSAP} \left( \frac{C_{i,j+1}^{PSAP}}{C_{i,j}^{PSAP}} - \hat{f}_j^{PSAP} \right)^2 \quad (2.13)$$

$$\hat{\sigma}_{N-1}^{PSAP^2} = \min \left( \frac{\hat{\sigma}_{N-2}^{PSAP^4}}{\hat{\sigma}_{N-3}^{PSAP^2}}; \min(\hat{\sigma}_{N-3}^{PSAP^2}; \hat{\sigma}_{N-2}^{PSAP^2}) \right) \quad (2.14)$$

L'erreur de prédiction est donnée par le *mean square error of prediction* notée MSEP (erreur quadratique moyenne).

Pour  $i \in \{1, \dots, N\}$ ,  $MSEP(\hat{R}_i)$  peut être estimé par:

$$\widehat{MSEP}(\hat{R}_i^{PSAP}) = \hat{C}_{i,N}^{PSAP^2} \sum_{j=N-1+i}^{N-1} \frac{\hat{\sigma}_j^{PSAP^2}}{\hat{f}_j^{PSAP^2}} \left[ \frac{1}{\hat{C}_{i,j}^{PSAP}} - \frac{1}{\sum_{k=1}^{N-j} C_{k,j}^{PSAP}} \right] \quad (2.15)$$

Et en fin, le  $MSEP(\hat{R}^{PSAP})$  peut être estimé par:

$$\widehat{MSEP}(\hat{R}^{PSAP}) = \sum_{i=2}^N \widehat{MSEP}(\hat{R}_i^{PSAP}) - \hat{C}_{i,N}^{PSAP} \left( \sum_{k=i+1}^N \hat{C}_{k,N}^{PSAP} \right) \sum_{j=N+1-i}^{N-1} \frac{2\sigma_j^{PSAP^2}}{\hat{f}_j^2 \sum_{h=1}^{N-j} \hat{C}_{h,j}^{PSAP}}$$

### III.1.2.2 Bootstrap

La méthode du bootstrap a été introduite par Efron en 1979. Le principe de cette méthode consiste, partant d'un échantillon de réalisations de taille  $p$ , à simuler  $n$  nouveaux échantillons de taille  $p$ . Ceci permet d'obtenir un volume d'information intéressant.

La procédure Bootstrap est basée sur le ré-échantillonnage avec remise de ces résidus et la génération de triangles de pseudo facteurs de développement individuels.

Cette méthode suppose que les variables utilisées sont indépendantes et identiquement distribuées, ce qui n'est pas forcément le cas avec les données de charges  $(X_{i,j})$ , nous utiliserons alors les résidus de Pearson.

Les différentes étapes de la méthode Bootstrap sont les suivantes :

1. Application de la méthode de Chain Ladder sur le triangle de charges cumulées et estimation des paramètres  $(\hat{f}_j^{PSAP})_{j \in \{1, \dots, N-1\}}$  et  $(\hat{\sigma}_j^{PSAP^2})_{j \in \{1, \dots, N-1\}}$ ;
2. Calcul du triangle de résidus de Pearson  $\{r_{i,j}^{PSAP} | 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq N-i\}$  sur les facteurs de développement individuels du triangle de PSAP avec:

$$r_{i,j}^{PSAP} = \sqrt{C_{i,j}^{PSAP}} \frac{(f_{i,j}^{PSAP} - \hat{f}_j^{PSAP})}{\hat{\sigma}_j^{PSAP^2}} \quad (2.17)$$

La méthode Bootstrap n'est pas sensible au nombre de paramètres du modèle, ceci introduit un biais qui est corrigé par l'introduction d'un facteur d'ajustement résidus de pearson:

$\sqrt{\frac{N-j}{N-j-1}}$ , on a ainsi les résidus de Pearson ajustés:

$$\hat{r}_{i,j}^{PSAP} = r_{i,j}^{PSAP} \sqrt{\frac{N-j}{N-j-1}}$$

3. A ce niveau, il convient de réitérer en boucle chacune des étapes suivantes de façon à constituer des distributions des réserves de PSAP :

- (a) Ré-échantillonnage (tirage avec remise) du pseudo triangle des résidus de Pearson ajustés  $\hat{r}_{i,j}^{PSAP}$ ;
- (b) Constitution du pseudo triangle des facteurs de développement individuels  $\{F_{i,j}^{*PSAP} | 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq N-i\}$  à partir des résidus ré-échantillonnés, du triangle initial de PSAP et des estimations initiales des paramètres de PSAP (facteurs de développement et paramètres de volatilité) :

$$F_{i,j}^{*PSAP} = \frac{\hat{r}_{i,j}^{PSAP} \times \hat{\sigma}_j^{PSAP}}{\sqrt{C_{i,j}^{PSAP}}} + \hat{f}_j^{PSAP}, \quad \forall 1 \leq i \leq N-1 \text{ et } \forall 1 \leq j \leq N-i \quad (2.18)$$

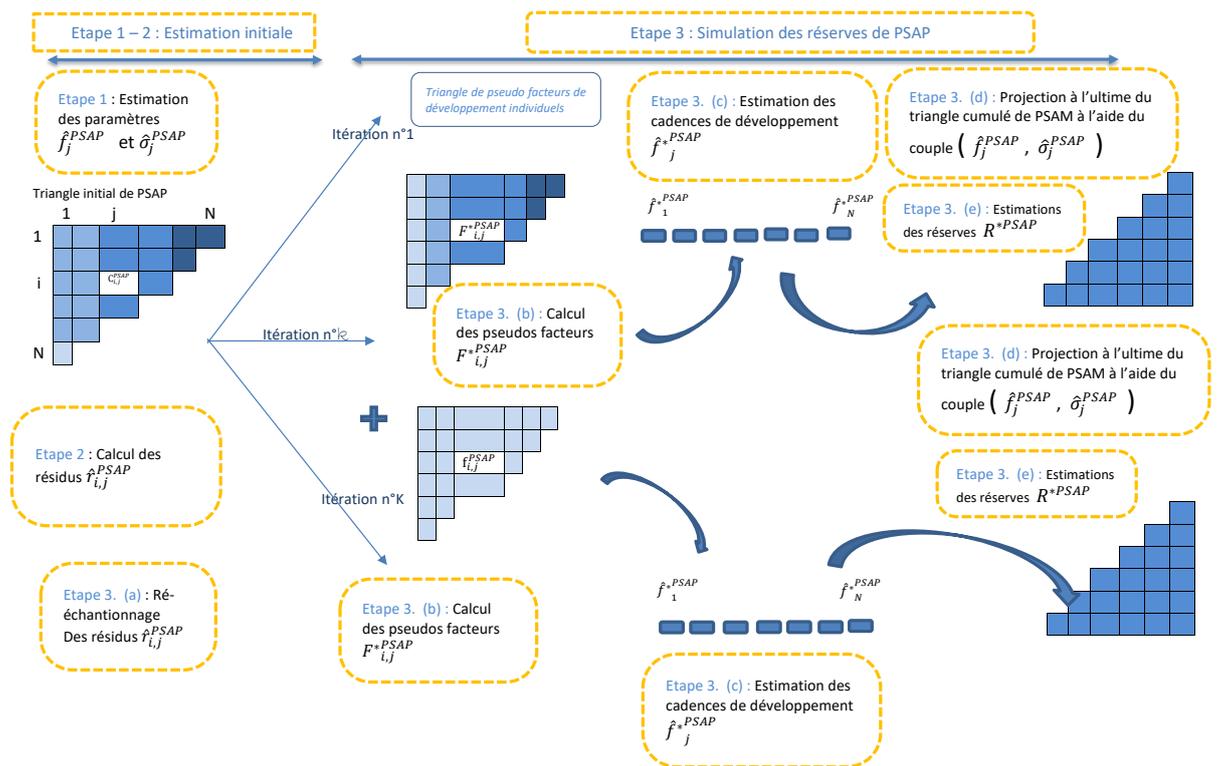
- (c) Estimation des cadences de développement  $(\hat{f}_j^{*PSAP})_{j \in \{1, \dots, N-1\}}$  à partir des pseudo facteurs de développement individuels et du triangle initial par la formule:

$$\hat{f}_j^{*PSAP} = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}^{PSAP} \times F_{i,j}^{*PSAP}}{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}^{PSAP}} \quad (2.19)$$

- (d) Simulation des charges futures relatives aux sinistres déjà survenus (PSAP)  $\hat{C}_{i,j}^{*PSAP}$ .  
 (e) Enfin, on détermine les réserves simulées de PSAP.

$$R^{*PSAP} = \sum_{i=2}^N (\hat{C}_{i,N}^{*PSAP} - C_{i,N-i+1}^{PSAP}) \quad (2.20)$$

Figure III.1 – Description de la simulation par bootstrap de la charge ultime de PSAP

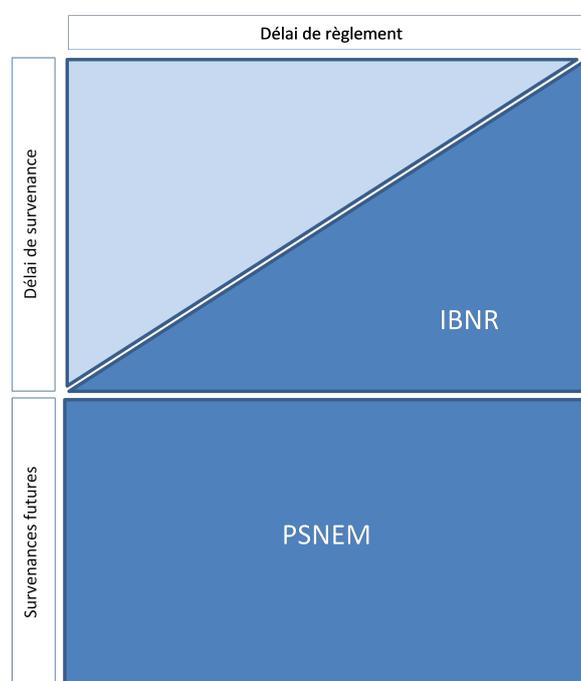


## III.2 Projection des réserves de PSNEM

La provision pour sinistres non encore manifestés est spécifique à l'assurance construction et constitue sa particularité majeure. Du fait de son de sa période de couverture et aussi de son développement assez longues, cette provision est indexée suivant les années d'ouverture de chantier et non pas par année de survenance.

En complément de la figure II.1, on peut se faire une idée plus claire de la PSNEM en visualisant suivant les délais de survenances et les délais de règlements (date d'inventaire) des sinistres.

Figure III.2 – La PSNEM vue par années de survenance en deux dimensions



Si les règlements futurs propres aux sinistres survenus avant la date d'inventaire sont estimés par les IBNR, la PSNEM, s'intéressera à l'estimation des provisions pour les sinistres dont la survenance est postérieure à la date d'inventaire.

### III.2.1 Ventilation des IBNR: construction de triangles « DOC x survenance »

Les provisions pour sinistres à payer sont libellées en vision « Délai survenance x date d'inventaire », nous avons besoin de construire partant de cette disposition, le triangle « DOC x Délai de survenance » afin de procéder à l'estimation de la charge ultime de PSNEM comme dans le cas des PSAP.

En vision ultime, ce triangle « DOC x Délai de survenance » contient la charge ultime de tous les sinistres survenus par année de DOC et de survenance et peut être construit de différentes manières:

III.2.1.1 Méthodes de ventilation au prorata des charges dossier-dossier

La répartition des IBNR par DOC au prorata des charges par survenance est fondée sur la logique selon laquelle, plus il y a de charge dossier-dossier, plus l'aléa est élevé et donc plus nous avons besoin d'IBNR. La totalité des IBNR par survenance est donc répartie proportionnellement aux charges dossier-dossier brutes de recours suivant les DOC.

Le triangle « DOC - Délai de survenance » en vision ultime est constitué par les  $(\hat{X}_{k,i}^{PSNEM,Ult})$  sur la base de la relation suivante:

$$\forall i \in \{1, \dots, N\}, \forall k \in \{1, \dots, i\},$$

$$\hat{X}_{k,i}^{PSNEM,Ult} = X_{k,i-k-1}^{PSNEM} - \frac{X_{k,i-k-1}^{PSNEM}}{\sum_{q=1}^{i-1} X_{q,i-q-1}^{PSNEM}} \times R_i^{PSAP} \tag{1.21}$$

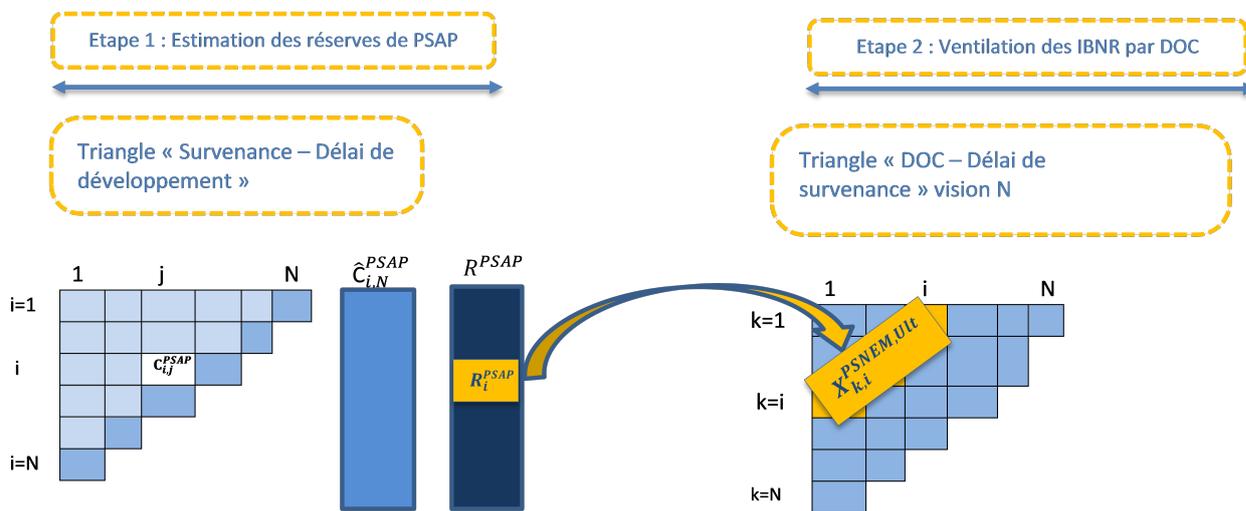
Rappels:

$(X_{k,i}^{PSNEM})_{i \in \{1, \dots, N\}, k \in \{1, \dots, i\}}$ , le triangle de la charge dossier-dossier en vision « DOC - Délai de survenance » à l'ultime  $N$ .

$R_i^{PSAP}$  est le stock d'IBNR associé à l'année de survenance  $i$  calculé à partir du triangle de PSAP (« Délai de survenance - Délai de règlement »).

Ainsi, pour cette méthode, la quantité  $R_i^{PSAP}$  est répartie entre les DOC allant de 1 à  $i$  contenues sur la  $i^{\text{ème}}$  diagonale du triangle « DOC - Délai de survenance » en vision  $N$ .

Figure III.3 – Ventilation des IBNR par DOC au prorata des charges



Cette méthode présente cependant une maladresse: on voit bien qu'elle entraîne un déséquilibre entre DOC anciennes et récentes, du fait que les années récentes ont, en principe, un plus faible nombre de sinistres déclarés et donc en théorie un montant de charge de sinistres total plus faible.

III.2.1.2 Méthodes de ventilation « sans prorata »

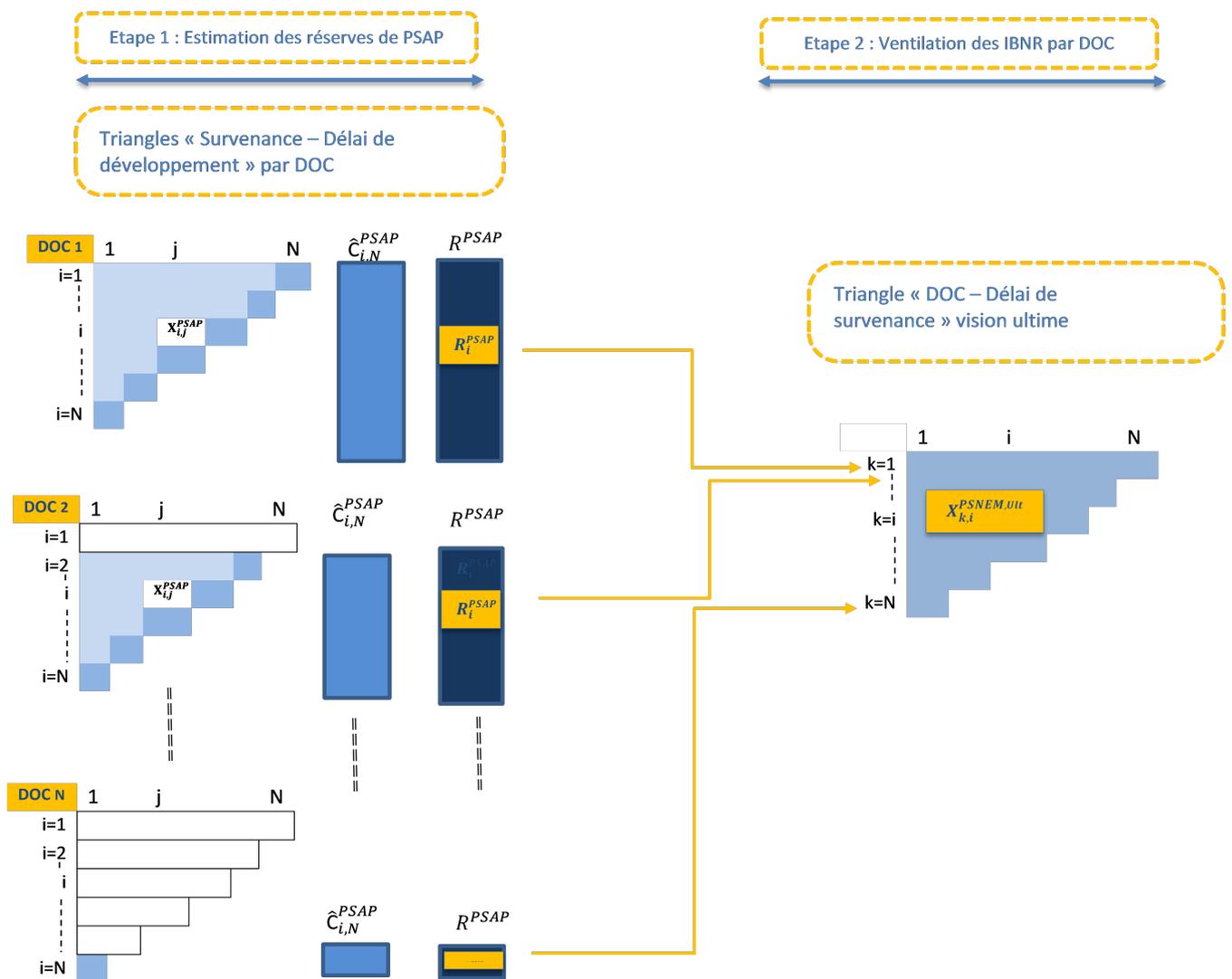
La construction du triangle de charges ultimes « DOC - Délai de survenance » peut se faire à partir du triangle de charges dossier-dossier « DOC - Délai de survenance » en vision  $N$ . En effet

la  $k^{i\text{ème}}$  ligne du triangle de charges dossier-dossier « DOC - Délai de survenance » en vision  $N$  est aussi la dernière diagonale du triangle « Survenance - Développement » associé à la DOC  $k$ . Ainsi, il suffit d'appliquer à chaque composante ( $X_{k,i-k-1}^{PSNEM}$ ) du triangle de charges dossier-dossier

« DOC - Délai de survenance » en vision  $N$ , le coefficient  $\left(\prod_{j=i-1}^N \hat{f}_j^{PSAP}\right)$ , suivant la relation:

$$\hat{X}_{k,i}^{PSNEM,Ult} = \left(\prod_{j=i-1}^N \hat{f}_j^{PSAP}\right) \times X_{k,i-k-1}^{PSNEM} \text{ avec } \hat{f}_N^{PSAP} = 1 \quad (1.22)$$

Figure III.4 – Ventilation des IBNR par DOC « sans prorata »



Etant donné que l'étape 1 consistant à considérer pour chaque DOC, un triangle « Survenance - Développement » peut se faire avec le triangle « Survenance - Développement » agrégé, cette méthode présente l'avantage de nécessiter moins de ressources que la méthode précédente.

### III.2.2 Évaluation de la PSNEM

#### III.2.2.1 Méthode réglementaire

Les articles R. 331-17 et R. 331-18 du code des assurances résultant du II de l'article 3 du décret no 95-153 du 7 février 1995 prévoient que les entreprises d'assurance et de réassurance doivent constituer des provisions destinées à faire face aux sinistres non encore manifestés afférents aux garanties décennales de responsabilité civile et aux garanties décennales de dommage aux ouvrages qui devraient se manifester jusqu'au terme de la période couverte par ces garanties. Les modalités de calcul de ces provisions sont fixées par l'article 2 de l'arrêté du 19 avril 1995, codifié sous l'article A 331-21 du dit code.

L'évaluation des PSNEM réglementaire combine deux approches : une approche prime et une approche sinistre. Dans chaque cas, le calcul s'effectue par DOC à l'aide de coefficients spécifiques. Pour chacune des 14 années de DOC les plus récentes, un coefficient « sinistres » est appliqué à la charge ultime passée de la DOC et un coefficient « primes » à la prime totale perçue pour cette DOC. La PSNEM attribuée à une DOC donnée est alors définie comme le montant maximum obtenu pour cette DOC.

Notons 0 la DOC de l'année courante (la plus récente), la  $a_n$  et  $b_n$  les coefficients réglementaires respectifs des sinistres et primes. Le tableau suivant fournit les barèmes applicables dans le cadre du calcul réglementaire de PSNEM.

Table III.1 – Tableau des coefficients réglementaires pour les primes et les sinistres

DOC	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Coef Sinistres ( $a_n$ )	0	0	3,4	2	1,4	1	0,7	0,5	0,35	0,25	0,2	0,15	0,01	0,05
Coef Sinistres ( $b_n$ )	1	1	0,95	0,85	0,75	0,65	0,55	0,45	0,35	0,25	0,2	0,15	0,01	0,05

On obtient le montant total de PSNEM par la formule suivante:

$$R_{\text{réglementaire}}^{PSNEM} = \sum_{n=0}^{13} \max(a_n S_n, b_n P_n) \quad (2.23)$$

$S_n$  est le coût total, estimé dossier par dossier, des sinistres afférents aux garanties décennales d'assurance construction délivrées pour des chantiers d'ancienneté  $n$  et qui se sont manifestés jusqu'à la date de l'inventaire, diminué des recours encaissés ou à encaisser.

$P_n$  est le montant total des primes émises et des primes restant à émettre, nettes des primes à annuler et des frais d'acquisition, afférent à ces mêmes garanties pour  $n$  donné.

La méthode réglementaire de calcul de la PSNEM présente quelques imperfections:

En cas d'insuffisance tarifaire, la méthode sinistres se substitue à la méthode primes. La PSNEM correspond alors à la charge future des sinistres non manifestés.

Étant donné que les deux DOC les plus récentes ont des coefficients de sinistres nuls, la méthode ne s'applique qu'à partir de la troisième année d'inventaire, ce qui signifie qu'en théorie une insuffisance tarifaire est entièrement traduite dans les comptes deux ans après la DOC.

A l'inverse, en cas d'excédent tarifaire, la méthode primes prédomine. La PSNEM correspond alors à la quote-part de la prime initiale non encore consommée. Elle s'applique pendant 14 ans, ce qui implique qu'un excédent tarifaire est progressivement traduit dans les comptes.

### III.2.2.2 Projection des réserves de PSNEM économique

Comme évoqué dans le début de cette section, l'estimation des cadences de PSNEM requiert au préalable l'estimation du triangle incrémental de PSNEM vu à l'ultime. Nous utilisons dans ce cadre, la méthode dite « sans prorata » 1.22.

Après application de la méthode de ventilation, on considère le triangle de PSNEM constitué des  $(\hat{X}_{k,i}^{PSNEM,Ult})$ .

On obtient ainsi un triangle incrémental de PSNEM vu à l'ultime. On déduit par la suite le triangle cumulé de PSNEM, qui sert aux estimations des paramètres de PSNEM,

$$\left\{ \hat{C}_{k,i}^{PSNEM}, \quad 1 \leq k \leq N, \quad 1 \leq i \leq N - k + 1 \right\},$$

tel que:

$$\forall 1 \leq k \leq N, \quad \forall 1 \leq i \leq N - k + 1, \quad \hat{C}_{k,i}^{PSNEM} = \sum_{m=1}^i \hat{X}_{k,m}^{PSNEM,Ult} \quad (2.24)$$

A ce niveau, les méthodes de projection vues plus haut comme celle de Chain Ladder ou le modèle de Mack sont applicables de même que la méthode de ré-échantillonnage (Bootstrap) afin de calculer les réserve de PSNEM économique.

Les cadences de PSNEM, estimées sur le triangle cumulé de PSNEM vu à l'ultime, servent à projeter les charges ultimes de PSNEM à partir de la dernière diagonale du triangle cumulé de PSNEM vu à l'ultime.

$$\forall 2 \leq k \leq N, \quad \hat{C}_{k,N}^{PSNEM} = \hat{C}_{k,N-k+1}^{PSNEM} \times \prod_{i=N-k+1}^{N-1} \hat{f}_i^{PSNEM} \quad (2.25)$$

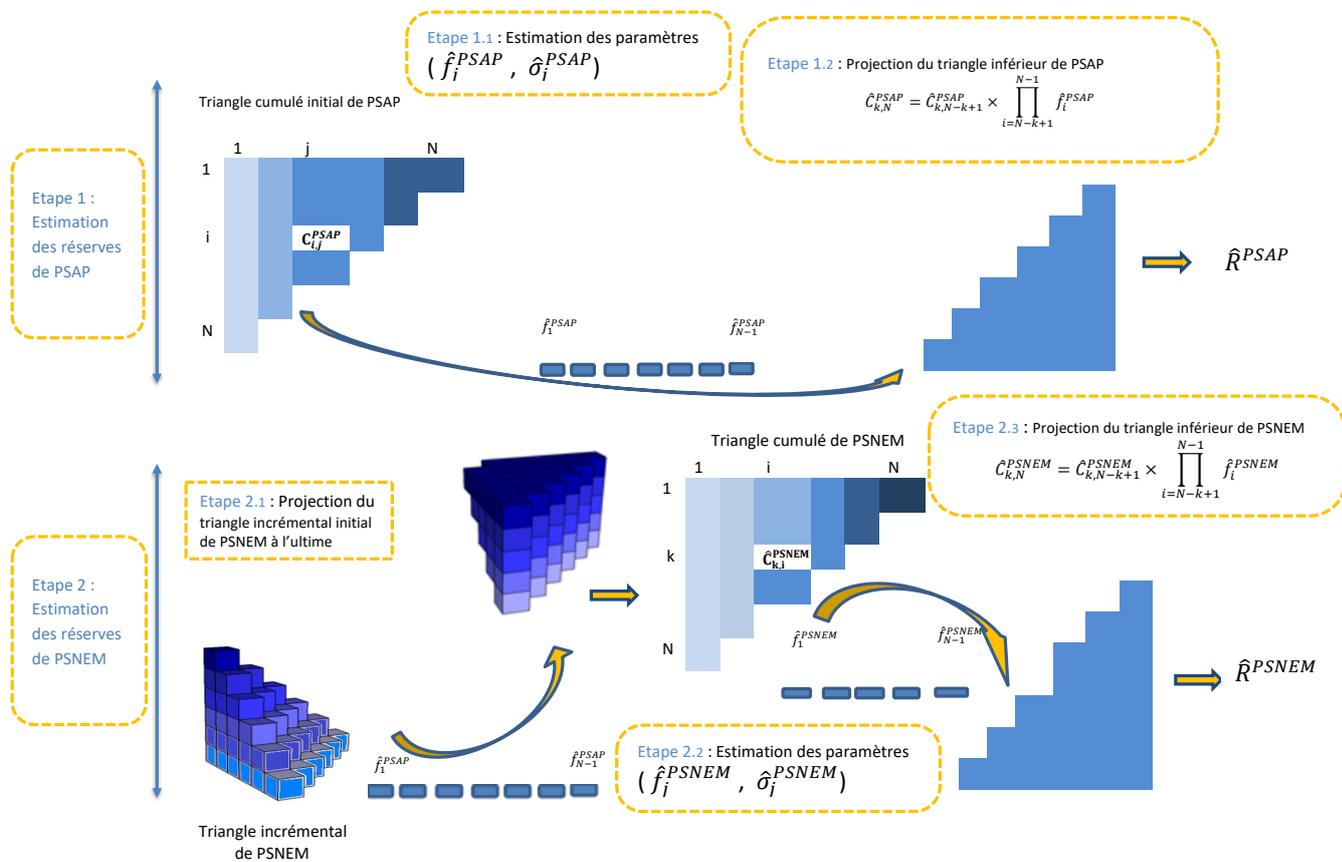
$\hat{f}_i^{PSNEM}$  est l'équivalent du  $\hat{f}_i^{PSAP}$  pour le triangle de PSNEM, obtenu sur la base du modèle de Chain Ladder.

On peut enfin estimer les réserves de PSNEM:

$$\hat{R}^{PSNEM} = \sum_{k=2}^N \left( \hat{C}_{k,N}^{PSNEM} - \hat{C}_{k,N-k+1}^{PSNEM} \right) \quad (2.26)$$

Le schéma ci-dessous récapitule la procédure d'estimation des réserves de PSAP et de PSNEM.

Figure III.5 – Projection des réserves PSAP et PSNEM



## Chapter IV

# Solvabilité II et modèle interne en assurance construction

L'objectif de ce mémoire se localisant dans le Pilier I de la directive Solvabilité II, nous allons nous focaliser dans la section suivante, sur ce point.

Le pilier II de Solvabilité II regroupe d'une part les exigences qualitatives, en premier lieu les règles de gouvernance et de gestion des risques en imposant aux organismes d'assurance la mise en place d'un système de gouvernance efficace dont le but est de garantir une gestion saine et prudente de l'activité et d'autre part l'évaluation propre des risques de la solvabilité (*Own Risk and Solvency Assessment - ORSA*) qui est un processus interne d'évaluation des risques et de la solvabilité par l'organisme d'assurance. L'ORSA doit illustrer la capacité de l'organisme d'assurance à identifier, mesurer et gérer les éléments de nature à modifier sa solvabilité ou sa situation financière.

Le pilier III de Solvabilité II concerne la communication d'informations au public et aux autorités de contrôle. Il vise à harmoniser au niveau européen les informations publiées par les organismes d'assurance ainsi que celles remises aux superviseurs.

## IV.1 Focus sur le pilier 1: Les exigences de capital

Le Pilier I définit les règles quantitatives de la directive Solvabilité II, qui sont régies par le principe d'évaluer l'actif et le passif d'assurance en valeur économique. Ce principe de valorisation économique des provisions techniques et des actifs s'applique à la formule standard aussi bien qu'à un modèle interne (partiel ou total). Les exigences quantitatives se résument principalement en quatre points clés :

- Harmonisation du calcul des provisions techniques décomposé en Meilleure Estimation « *Best estimate* (BE)» et Marge pour Risque « *Risk Margin* (RM)».
- Évaluation de l'actif en valeur de marché.
- Deux exigences de capital :
  - le capital de solvabilité requis (SCR) qui peut se calculer selon une formule standard ou à l'aide d'un modèle interne,
  - le minimum de capital requis (MCR) dont le calcul est simplifié et identique pour tous.
- Répartition des éléments en couverture de SCR et MCR selon 3 catégories.

### IV.1.1 Vision prudentielle

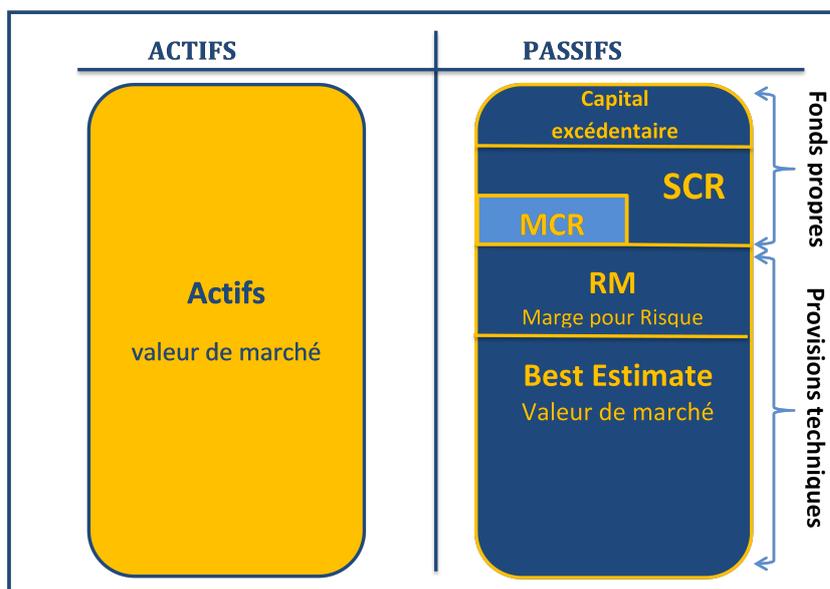
Le principe de valorisation selon Solvabilité II s'applique aussi bien à la formule standard qu'à un modèle interne et permet de résoudre le problème de l'évaluation de l'actif de l'entreprise en utilisant la valeur de marché et non celle historique. Étant donné que la majorité des actifs d'une compagnie d'assurance sont des obligations, actions et actifs immobiliers, la détermination de la valeur économique n'est pas à priori problématique.

L'utilisation du *Best Estimate* rend une certaine flexibilité à l'estimation des provisions techniques en traduisant la meilleure estimation de ces provisions. Ainsi, en adoptant un bilan en « *Full Fair Value* », les actifs et les passifs sont évalués de manière économique en visant une méthode d'estimation la plus exacte possible c'est-à-dire la méthode de détermination des engagements futurs envers les assurés doit être ni trop prudente, ni trop peu. Généralement, en formulant plusieurs hypothèses pertinentes, celle retenue est celle conduisant aux valeurs les plus élevées des IBNR.

Au BE, on ajoute une marge pour risque qui correspond littéralement au coût du capital qu'un autre assureur immobiliserait s'il récupérait les engagements de l'entreprise après sa faillite. La marge pour risque est calculée selon une approche dite du « coût du capital », qui consiste à évaluer le coût que représente l'immobilisation du capital de solvabilité requis pour garantir la solvabilité de la compagnie réceptrice des engagements au cours de leur durée de vie complète. Dans la suite, une section plus détaillée sera dédiée à ses deux composantes des provisions techniques.

Le reste des passifs est composé par les fonds propres que nous aborderons plus loin. La figure suivante donne une description du bilan sous Solvabilité II.

Figure IV.1 – Bilan simplifié sous Solvabilité II



#### IV.1.2 Évaluation des provisions techniques « *Best Estimate* » et Marge pour Risque

La définition de la notion de *Best Estimate* est relative à la nature des données. Et de ce fait, la directive européenne décrit de manière générale le *Best Estimate* de sinistres comme étant le montant des flux de paiements futurs pour des sinistres survenus l'année d'exercice y compris les sinistres déclarés tardivement mais survenus l'année d'exercice.

Le BE est dans un premier temps calculé en brut de réassurance avant de déduire une version prenant en compte la part cédée en réassurance. Cette manière de procéder vis-à-vis de la réassurance permet de prendre en compte le risque de défaut du réassureur.

Concernant les méthodes actuarielles d'évaluations du BE, les spécifications préconisent l'utilisation d'au moins deux méthodes fiables et pertinentes. Elles peuvent être :

- déterministes , impliquant l'évaluation de la sinistralité ultime moyenne ou « la plus probable » dont la valeur actualisée conduit à la définition du BE;
- stochastiques , impliquant l'évaluation de la distribution des flux futurs, dont la moyenne actualisée conduit à la définition du BE.

Selon la directive européenne, la marge de risque pour le portefeuille global des engagements d'assurance et de réassurance est calculée comme suit:

$$RM = CoC \times \sum_{t \geq 0} \mathbb{E} \left[ \frac{SCR(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \right] = 6\% \times \sum_{t \geq 0} \mathbb{E} \left[ \frac{SCR(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}} \right] \quad (2.1)$$

où:

$CoC$  représente le taux de coût de capital,  $CoC$  est fixé à 6% dans les spécifications techniques.

$SCR(t)$  représente l'espérance du capital de solvabilité requis l'année  $t$

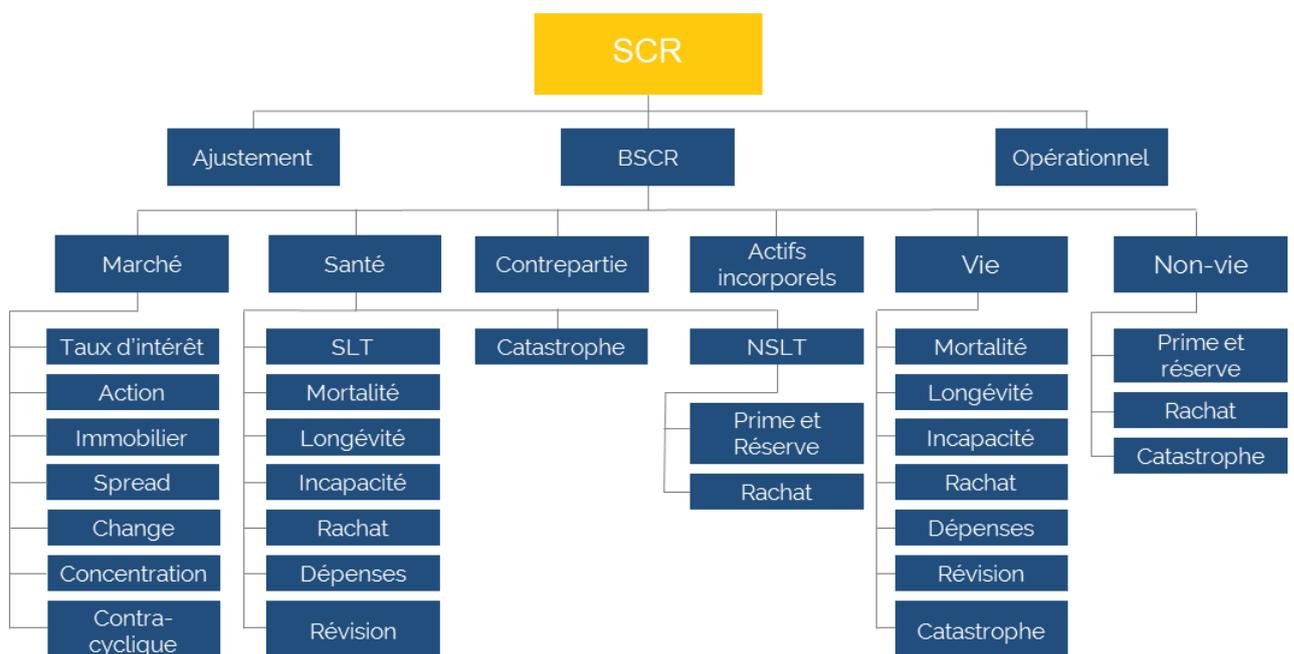
$r_{t=1}$  représente le taux d'intérêt sans risque de maturité  $t + 1$  années.

### IV.1.3 Les exigences de capital

Dans son aspect quantitatif, de la directive Solvabilité II, l'évaluation des besoins de solvabilité y occupe une place centrale. Cette évaluation est définie de manière plus rigoureuse en compte les risques réels engagés à l'actif et au passif. En effet, sous Solvabilité II, l'objectif de renforcer les fonds propres se matérialise par l'exigence de calculer deux indicateurs économiques à savoir le SCR (« *Solvency Capital Requirement* ») qui est calculé annuellement et le MCR (« *Minimum Capital Requirement* ») qui est évalué à fréquence trimestrielle.

La décomposition du SCR est imposé par le superviseur selon la schéma suivant:

Figure IV.2 – Décomposition modulaire du SCR sous Solvabilité II



## IV.2 Élaboration d'un modèle interne

Comme indiqué précédemment, si la formule standard peut être vue comme un modèle interne minimal pouvant être retenu par toute compagnie la directive Solvabilité II permet aux entreprises de développer une méthodologie basée sur leur propre profil de risque. Faire le choix de procéder par un modèle interne ou partiel dans le cadre du calcul du besoin de capital est une stratégie privilégiée pour certaines compagnies d'assurance. Ainsi formuler un modèle basé sur son propre profil permet à l'entreprise de détenir un outil de simulation permettant d'anticiper sur les scénarios pouvant affecter la solvabilité. Outre son pouvoir sur les capitaux de solvabilité, un modèle interne sur la totalité ou sur certains périmètres est aussi un outil de pilotage permettant entre autres de :

- comprendre la contribution des différentes branches sur son profil global,
- ajuster ses stratégies d'investissement et traités de réassurance,

- avoir une meilleure connaissance de son profil,

Dans le contexte de ce mémoire, le modèle interne se construit par silo, autrement dit le montage du modèle se fait par segment de risque pris individuellement. Ainsi pour la construction, il sera possible de d'envisager un développement spécifique.

Cependant, la réglementation propose un respect strict d'un cahier des charges pour une autorisation d'un modèle interne. Ainsi nous avons trois tests de contrôle préalables à effectuer:

- Le test d'utilisation : l'entreprise devra démontrer que le modèle est utilisé comme un outil de décision dans la gestion quotidienne des risques de l'entreprise,
- Le test de calibrage : le modèle doit être construit sur la base des mesures de risque et le calibrage défini sous la norme Solvabilité II.
- Les tests statistiques : faut démontrer la robustesse et la pertinence du modèle ainsi que la qualité des données utilisées.

Dans sa structuration, une modélisation interne regroupe un ensemble de procédés mathématiques prenant en compte des données historiques, des paramètres extérieurs et des données du marché qui peuvent être spécifiques d'un risque à l'autre.

Nous intéressants au risque de réserve propre aux branches RCD et DO de l'assurance construction, le chapitre suivant est consacré à la méthodologie adoptée pour quantifier le capital économique associé au à ce risque à cours et long terme.

## Chapter V

# Méthodologie d'évaluation du risque de réserves

## V.1 Quantification du risque de réserve en assurance construction

### V.1.1 SCR Non-vie

Dans la décomposition modulaire du SCR sous Solvabilité II, on note que le module non-vie représentant le risque de souscription, se définit comme étant le risque relatif à la capacité d'une société d'assurance à honorer ses engagements d'assurance qu'elle a pris envers ses assurés et est composé de trois risques à savoir:

- Le risque de réserve, ou de provisionnement, qui est en rapport avec l'incertitude existant sur l'évaluation des provisions pour sinistres.
- Le risque de prime ou de tarification, Il est relatif à des contrats souscrits pour l'année suivant et se penche sur le risque que la charge de sinistres de l'exercice de cette même année ne dépasse le montant des primes perçues. Le capital au titre du risque de prime doit couvrir dans 99,5% des cas la perte dans le cas où les règlements de l'année à venir agrégés aux provisions relatives aux sinistres survenant dans l'année sont inférieurs aux primes perçues.
- Le risque catastrophe, défini par la directive Solvabilité II comme étant le risque de perte, ou de changement défavorable de la valeur des engagements d'assurance, résultant de l'incertitude importante, liée aux événements extrêmes ou exceptionnels non pris en compte dans la modélisation des risques de réserve et de prime.

### V.1.2 Focus sur le risque de réserve

Comme décrit précédemment, le risque de réserve s'intéresse aux éventuels déficits de provisionnement. Ainsi, dans le cadre de l'assurance construction, le SCR qui lui est associé devra prendre en compte les points suivants:

- L'erreur de prédiction sur les PSAP composée de l'erreur d'estimation des réserves de PSAP et de l'erreur de processus (variance process ) modélisée sur ces réserves de PSAP.
- L'erreur de prédiction sur les PSNEM composée de l'erreur d'estimation des réserves de PSNEM et de l'erreur de processus (variance process ) modélisée sur ces réserves de PSNEM.
- La volatilité engendrée par l'estimation des paramètres de PSNEM à partir des estimations de PSAP.

La directive Solvabilité II instruit les entreprises sous sa tutelle que le capital de solvabilité requis soit calibré de manière à garantir que tous les risques quantifiables auxquels l'entreprise d'assurance ou de réassurance est exposée soient pris en considération et aussi couvrir à la fois le portefeuille en cours et celui dont la souscription est attendue dans les douze mois à venir. D'ailleurs nous avons vu dans la section présentant le modèle de provisionnement de Mack, comment est quantifier par cette méthode, l'erreur à l'ultime.

La méthodologie proposée dans le cadre de ce mémoire est une approche par simulation utilisant l'algorithme bootstrap avec une évaluation des volatilités par la méthode de Merz et Wüthrich.

Étant donné que la méthode du bootstrap repose sur une hypothèse centrale selon laquelle les variables ré-échantillonnées doivent être indépendantes et identiquement distribuées, nous travaillerons dans le ré-échantillonnage en utilisant les résidus de Pearson ajustés.

### V.1.3 Mesures de l'incertitude à un an : méthode de Merz et Wüthrich

Le risque de réserve reflète l'aléa de liquidation des provisions. Cela se traduit par le risque de réaliser des boni ou mali sur le best estimate sur l'année à venir. Ainsi, la directive Solvabilité II a fixé un horizon égal à une année comme étant le seuil au quel l'entreprise d'assurance doit être en mesure de faire face à une déviation négative de la sinistralité par rapport au niveau Best Estimate tel qu'il avait été fixé lors de la clôture précédente (il s'agit donc de mesurer le niveau des mali probables à horizon un an).

La méthode de Merz et Wüthrich proposent une méthode pour obtenir une estimation à un an de l'incertitude liée au calcul des provisions. Cette estimation du risque de réserve à un an repose sur l'écart-type de la variation de la charge ultime entre deux estimations successives en  $t = 0$  et en  $t = 1$ .

Pour l'estimation de cette incertitude, nous introduisons le *Claims Development Result* (noté *CDR*), qui est la différence entre l'estimation Best Estimate des charges ultimes de deux années successives  $N$  et  $N + 1$ .

Les hypothèses du modèle de Merz et Wüthrich sont similaires à celles du modèle de Mack, en rajoutant toutefois la condition de Markov :

- Les charges cumulées  $C_{i,j}^{PSAP}$  des différentes années de survenance sont indépendants;
- $(C_{i,j}^{PSAP})_{j \geq 0}$  est une chaîne de Markov et il existe  $f_j^{PSAP} > 0$  et  $\sigma_j^{PSAP^2} > 0$  tels que:  
 $\forall 1 \leq i \leq N; \forall 1 \leq j \leq N$ , on a :

$$\begin{cases} \mathbb{E}[C_{i,j}^{PSAP} \mid C_{i,j-1}^{PSAP}] = C_{i,j-1}^{PSAP} \times f_{j-1}^{PSAP} \\ \text{Var}[C_{i,j}^{PSAP} \mid C_{i,j-1}^{PSAP}] = C_{i,j-1}^{PSAP} \times \sigma_{j-1}^{PSAP^2} \end{cases} \quad (3.1)$$

- Soient  $D_N$  et  $D_{N+1}$  désignant respectivement l'information disponible aux dates  $t = N$  et  $t = N + 1$  tels que:

$$D_N = \{C_{i,j}^{PSAP}; i + j \leq N, i \leq I\}$$

$$D_{N+1} = \{C_{i,j}^{PSAP}; i + j \leq N + 1, i \leq N + 1\}$$

$D_N$  représente le triangle d'origine jusqu'à l'année  $N$  et  $D_{N+1}$  lui ajoute l'information contenue dans la diagonale relative à l'année  $N + 1$  ainsi, en se rapportant au langage mathématique avec les notions de tribu, nous avons  $D_N \subset D_{N+1}$ .

Nous appellerons la quantité  $CDR_i^{PSAP, N+1}$ , le *CDR* réel étant donné que les facteur de développement de Chain Ladder permettant de passer de  $N$  à  $N + 1$  sont connus.

$$CDR_i^{PSAP, N+1} = \mathbb{E}[C_{i,N}^{PSAP} \mid D_N] - \mathbb{E}[C_{i,N}^{PSAP} \mid D_{N+1}] \quad (3.2)$$

avec  $i$ , année de survenance.

$$CDR^{PSAP, N+1} = \sum_{i=1}^N CDR_i^{PSAP, N+1} \quad (3.3)$$

Le modèle de Merz et Wüthrich propose ainsi deux approches pour l'estimation de l'erreur de prédiction du *CDR*: une vision prospective visant une prédiction sur l'année  $N + 1$  à partir des sinistres réels de la date  $N$  et une vision rétrospective qui part des estimations des charges ultimes de la date  $N + 1$ . Cette deuxième vision sera détaillée dans la suite.

$$\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} = \hat{C}_{i,N}^{PSAP, N} - \hat{C}_{i,N}^{PSAP, N+1} \quad (3.4)$$

Dans l'hypothèse où les facteurs de développement étaient parfaitement connus, l'erreur de prédiction serait nul ce qui traduit que les charges cumulées possèdent une propriété de martingale:

$$\mathbb{E}\left[CDR_i^{PSAP, N+1} \mid D_N\right] = 0 \quad (3.5)$$

Dans la vision prospective, avec les informations  $D_I$ , on estime l'écart par rapport à 0 des prédictions sur les  $CDR$ , ceci est formulé par:

$$MSEP\left[\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} \mid D_N\right](0) = \mathbb{E}\left[\left(\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} - 0\right)^2 \mid D_N\right] \quad (3.6)$$

Dans la vision rétrospective, on se place toujours sur  $D_I$  et on mesure l'écart entre  $CDR$  estimés et ceux réels:

$$MSEP\left[\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} \mid D_N\right]\left(\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1}\right) = \mathbb{E}\left[\left(\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} - CDR_i^{PSAP, N+1}\right)^2 \mid D_N\right] \quad (3.7)$$

Ces deux visions permettent à Merz-Wüthrich d'arriver à établir les estimateurs relatifs au risque de prédiction à un an:

$$\widehat{Var}\left[CDR_i^{PSAP, N+1} \mid D_N\right] = \left(\hat{C}_{i,N}^{PSAP, N}\right)^2 \hat{\Psi}_i^N \quad (3.8)$$

$$\widehat{MSEP}\left[\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} \mid D_N\right](0) = \left(\hat{C}_{i,N}^{PSAP, N}\right)^2 \left(\hat{\Delta}_{i,N}^N + \hat{\Gamma}_{i,N}^N\right) \quad (3.9)$$

$$\widehat{MSEP}\left[CDR_i^{PSAP, N+1} \mid D_N\right]\left(\widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1}\right) = \left(\hat{C}_{i,N}^{PSAP, N}\right)^2 \left(\hat{\Delta}_{i,N}^N + \hat{\Phi}_{i,N}^N\right) \quad (3.10)$$

Avec:

- $\hat{\Psi}_i^N = \frac{\hat{\sigma}_{N-i}^{PSAP^2} / (\hat{f}_{N-i}^{PSAP, N})^2}{C_{i, N-i+1}^{PSAP}}$
- $\hat{\Delta}_{i,N}^N = \frac{\hat{\sigma}_{N-i}^{PSAP^2} / (\hat{f}_{N-i}^{PSAP, N})^2}{\sum_{k=1}^{i+1} C_{k,j}^{PSAP}} + \sum_{j=N-i+1}^N \left( \frac{C_{N-j,j}^{PSAP}}{\sum_{k=1}^{N-j+2} C_{k,j}^{PSAP}} \right)^2 \frac{\hat{\sigma}_j^{PSAP^2} / (\hat{f}_j^{PSAP, N})^2}{\sum_{k=1}^{N-j+1} C_{k,j}^{PSAP}}$
- $\hat{\Phi}_{i,N}^N = \sum_{j=N-i+1}^N \left( \frac{C_{N-j,j}^{PSAP}}{\sum_{k=1}^{N-j+2} C_{k,j}^{PSAP}} \right)^2 \frac{\hat{\sigma}_j^{PSAP^2} / (\hat{f}_j^{PSAP, N})^2}{C_{N-j+1,j}^{PSAP}}$
- $\hat{\Gamma}_{i,N}^N = \hat{\Phi}_{i,N}^N + \hat{\Psi}_i^N$
- $\hat{\Xi}_{i,N}^N = \hat{\Phi}_{i,N}^N + \frac{\hat{\sigma}_{N-i+1}^{PSAP^2} / (\hat{f}_{N-i+1}^{PSAP, N})^2}{\sum_{k=1}^{i+1} C_{k,j}^{PSAP}}$

Le modèle présenté par Merz et Wüthrich a l'avantage d'apporter des formules fermées dans une vision agrégée:

$$\begin{aligned} \widehat{MSEP} \left[ \widehat{CDR}^{PSAP, N+1} \middle| D_N \right] \left( \widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} \right) &= \sum_{i=1}^N \widehat{MSEP} \left[ \widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} \middle| D_N \right] \left( \widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} \right) \\ &+ 2 \sum_{k>i>1} \widehat{C}_{i,N}^{PSAP, N} \widehat{C}_{k,N}^{PSAP, N} \left( \widehat{\Delta}_{i,N}^N + \widehat{\Phi}_{i,N}^N \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \widehat{MSEP} \left[ \widehat{CDR}^{PSAP, N+1} \middle| D_N \right] (0) &= \sum_{i=1}^N \widehat{MSEP} \left[ \widehat{CDR}_i^{PSAP, N+1} \middle| D_N \right] (0) \\ &+ 2 \sum_{k>i>1} \widehat{C}_{i,N}^{PSAP, N} \widehat{C}_{k,N}^{PSAP, N} \left( \widehat{\Delta}_{i,N}^N + \widehat{\Xi}_{i,N}^N \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Ainsi, avec les formules fermées, il est possible de calculer le risque de provisionnement à horizon un an, inhérent à l'ensemble du portefeuille considéré.

Cependant, ce modèle de Merz et Wüthrich présente des limites telles que le fait de ne pas bien quantifier la volatilité au niveau des queues de distribution ou le fait que ce modèle repose sur les mêmes hypothèses que le modèle de Mack donc reconduisent les limites de ce dernier modèle, ce modèle suppose aussi l'absence de biais sur le  $BE$  à un an ce qui n'est pas le cas dans la réalité et autre grande limite est le fait que ce modèle fait l'approximation  $\frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2} \ll C_{N-j+1,j}$ .

## V.2 Risque de réserve à l'ultime

A ce niveau, il convient d'estimer les réserves (PSAP + PSNEM) par adaptation de la méthode Bootstrap vue plus haut dans sa généralité, en tenant compte des erreurs de prédiction portant sur les réserves de PSAP, sur les réserves de PSNEM, de la variance process modélisée sur ces réserves de PSAP et de la variance process modélisée sur ces réserves de PSNEM.

Nous appliquerons les mêmes procédures suivantes sur les branches RCD et DO.

### V.2.1 Estimation initiale et calcul des résidus de PSAP

1. Estimation des paramètres de PSAP  $\hat{f}_j^{PSAP}$  et  $\hat{\sigma}_j^{PSAP}$  pour tout  $j \in \{1, \dots, N-1\}$  à partir du triangle cumulé de PSAP, puis projection en valeur centrale du triangle cumulé de PSNEM. Estimation des paramètres de PSNEM  $\hat{f}_j^{PSNEM}$  et  $\hat{\sigma}_j^{PSNEM}$  pour tout  $j \in \{1, \dots, N-1\}$  à partir du triangle cumulé de PSNEM précédemment projeté.
2. Calcul du triangle de résidus sur les facteurs de développement individuels du triangle de PSAP  $\{r_{i,j}^{PSAP} | 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq N-i\}$  sur les facteurs de développement individuels du triangle de PSAP avec:

$$r_{i,j}^{PSAP} = \sqrt{C_{i,j}^{PSAP}} \frac{(f_{i,j}^{PSAP} - \hat{f}_j^{PSAP})}{\hat{\sigma}_j^{PSAP}} \quad (1.13)$$

Nous utiliserons pour les raisons évoquées plus haut, les résidus ajustés:

$$\hat{r}_{i,j}^{PSAP} = r_{i,j}^{PSAP} \sqrt{\frac{N-j}{N-j-1}} \quad (1.14)$$

Dans le but de garantir la bonne application de la procédure Bootstrap, les hypothèses d'indépendance et de distribution identique seront étudiées en annexe.

### V.2.2 Simulation de l'ultime de PSAP

Les étapes suivantes définissent une itération de la procédure et sont incrémentées par la variable  $b$ . Elles sont répétées  $B$  fois et dans le cadre de ce mémoire nous fixons la valeur  $B = 1000$ .

3. Ré-échantillonnage des résidus  $B$  fois, c'est-à-dire par tirages aléatoires avec remise, afin de tenir compte de l'erreur d'estimation. Un nouveau triangle  $\{\hat{r}_{i,j}^{b*,PSAP} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N - i\}$  est généré pour chaque itération  $b$  avec  $b \in \{1, \dots, B\}$ .
4. Détermination des pseudo-facteurs de développement individuels  $\{F_{i,j}^{b*,PSAP} | 1 \leq i \leq N - 1, 1 \leq j \leq N - i + 1\}$  à partir des résidus ré-échantillonnés, du triangle initial de PSAP et des estimations initiales des paramètres de PSAP (facteurs de développement et paramètres de volatilité) :

$$F_{i,j}^{b*,PSAP} = \frac{\hat{r}_{i,j}^{PSAP} \times \hat{\sigma}_j^{PSAP}}{\sqrt{C_{i,j}^{PSAP}}} + \hat{f}_j^{PSAP}, \quad \forall 1 \leq i \leq N - 1 \text{ et } \forall 1 \leq j \leq N - i + 1 \quad (2.15)$$

5. Estimation des pseudo-facteurs de développement stochastiques  $(\hat{f}_j^{b*,PSAP})_{j \in \{1, \dots, N-1\}}$  à partir des pseudo facteurs de développement individuels et du triangle initial par la formule en les considérant comme une moyenne des facteurs de développement individuels stochastiques, pondérée par les charges du triangle de PSAP initial:

$$\hat{f}_j^{b*,PSAP} = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}^{PSAP} \times F_{i,j}^{b*,PSAP}}{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}^{PSAP}} \quad (2.16)$$

6. Simulation des  $C_{i,j}^{b*,PSAP}$ , charges futures relatives aux sinistres déjà survenus à partir du triangle de PSAP initial. Les diagonales relatives aux années suivantes seront simulées par bootstrap non paramétrique à partir de la dernière diagonale. Ce calcul permet d'intégrer l'erreur d'estimation et la variance process par année de survenance. Etant indépendante de la procédure bootstrap, le paramètre de variance est cristallise conformément aux hypothèses de Merz et Wüthrich. Les coefficients de passage sont tirés de façon indépendantes ce qui introduit la variance process et à chaque itération bootstrap, le même triangle supérieur bootstrappé sert à estimer les coefficients de passage  $\hat{f}_j^{b*,PSAP}$  qui rentrent ensuite dans le tirage de la diagonale  $N + 1$  cadrant ainsi l'erreur d'estimation. Ainsi, les réserves de PSAP  $\hat{R}^{b*,PSAP}$  simulées à chaque itération  $b$  sont données par:

$$\hat{R}^{b*,PSAP} = \sum_{i=2}^N \left( \hat{C}_{i,N}^{b*,PSAP} - C_{i,N-i+1}^{PSAP} \right) \quad (2.17)$$

Et au bout de  $B$  itérations, nous pouvons déduire le montant de réserve de PSAP:

$$\hat{R}^{*,PSAP} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{R}^{b*,PSAP} \quad (2.18)$$

7. Projection à l'ultime de la partie supérieure du triangle par année de souscription (PSNEM) par itération Bootstrap.

En effet, dans un triangle de PSNEM décumulé, constitué des  $X_{k,i}^{PSNEM}$ , les diagonales correspondent aux montants différentes survenances par année.

Le triangle de PSNEM à l'ultime formé par les  $\hat{X}_{k,i}^{b\star,PSNEM}$  est obtenu par l'usage des ratios

$\frac{\hat{C}_{i,N}^{b\star,PSAP}}{C_{i,N-i+1}^{PSAP}}$  obtenus par année de survenance (triangle de PSAP).

### V.2.3 Simulation de l'ultime de PSNEM

Il s'agit de simuler à l'instar de ce qui a été fait pour les PSAP, la distribution des charges ultimes de PSNEM à horizon ultime.

8. Constitution du triangle cumulé de PSNEM  $\{\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM} \mid 1 \leq k \leq N, 1 \leq i \leq N - k + 1\}$  à partir du triangle incrémental de PSNEM vu à l'ultime obtenu à partir de la relation :

$$\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM} = \sum_{l=1}^i \hat{X}_{k,l}^{b\star,PSNEM} \quad (3.19)$$

9. Estimation des paramètres de PSNEM  $(\hat{f}_i^{b\star,PSNEM})_{i=1,\dots,N-1}$  et  $(\hat{\sigma}_i^{b\star,PSNEM^2})_{i=1,\dots,N-1}$  à partir du triangle cumulé de PSNEM :

$$\hat{f}_i^{b\star,PSNEM} = \frac{\sum_{k=i+1}^{N-i} \hat{C}_{k,i+1}^{b\star,PSNEM}}{N-i}, \quad i \in \{1, \dots, N-1\} \quad (3.20)$$

$$\hat{\sigma}_i^{b\star,PSNEM^2} = \frac{1}{N-i-1} \sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM} \left( \frac{\hat{C}_{k,i+1}^{b\star,PSNEM}}{\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM}} - \hat{f}_i^{b\star,PSNEM} \right)^2, \quad i \in \{1, \dots, N-2\} \quad (3.21)$$

$$\hat{\sigma}_{N-1}^{b\star,PSNEM^2} = \min \left( \frac{\hat{\sigma}_{N-2}^{b\star,PSNEM^4}}{\hat{\sigma}_{N-2}^{b\star,PSNEM^2}}; \min \left( \hat{\sigma}_{N-2}^{b\star,PSNEM^2}; \hat{\sigma}_{N-3}^{b\star,PSNEM^2} \right) \right) \quad (3.22)$$

10. Calcul du triangle de résidus sur les facteurs de développement individuels du triangle de PSNEM  $\{r_{k,i}^{b\star,PSNEM} \mid 1 \leq k \leq N-1, 1 \leq i \leq N-k\}$  sur les facteurs de développement individuels du triangle de PSAP avec:

$$r_{k,i}^{b\star,PSNEM} = \sqrt{\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM} \frac{(\hat{f}_{k,i}^{b\star,PSNEM} - \hat{f}_i^{b\star,PSNEM})}{\hat{\sigma}_i^{b\star,PSNEM^2}}} \quad (3.23)$$

Nous utiliserons pour les raisons évoquées plus haut, les résidus ajustés:

$$\hat{r}_{k,i}^{b\star,PSNEM} = r_{k,i}^{b\star,PSNEM} \sqrt{\frac{N-i}{N-i-1}} \quad (3.24)$$

Ces résidus ajustés sont ensuite centrés, en retirant à chaque résidu la moyenne de l'ensemble des résidus non nuls.

11. Détermination des pseudo-facteurs de développement individuels  $\{F_{k,i}^{b\star,PSNEM} | 1 \leq k \leq N-1, 1 \leq i \leq N-k\}$  à partir des résidus ré-échantillonnés du triangle initial de PSNEM et des estimations initiales des paramètres de PSNEM (facteurs de développement et paramètres de volatilité) :

$$F_{k,i}^{b\star,PSNEM} = \frac{\hat{r}_{k,i}^{b\star,PSNEM} \times \hat{\sigma}_i^{b\star,PSNEM}}{\sqrt{\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM}}} + \hat{f}_i^{b\star,PSNEM}, \quad \forall 1 \leq k \leq N-1 \text{ et } \forall 1 \leq i \leq N-k \quad (3.25)$$

12. Estimation des pseudo-facteurs de développement stochastiques  $(\hat{f}_i^{b\star,PSNEM})_{i \in \{1, \dots, N-1\}}$  à partir des pseudo facteurs de développement individuels et du triangle initial par la formule en les considérant comme une moyenne des facteurs de développement individuels stochastiques, pondérée par les charges du triangle de PSAP initial:

$$\hat{f}_i^{b\star,PSNEM} = \frac{\sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM} \times F_{k,i}^{b\star,PSNEM}}{\sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM}} \quad (3.26)$$

13. Simulation des charges futures relatives aux sinistres non survenus encore survenus,  $\hat{R}^{b\star,PSNEM}$ . Les simulations des montants cumulés du triangle inférieur de PSNEM sont réalisées récursivement à partir de la dernière diagonale du triangle supérieur.

Pour une année de souscription (DOC)  $k$  donnée, la différence entre les charges cumulées aux délais de survenance  $i+1$  et  $i$  du triangle de PSNEM correspond à la charge ultime des sinistres survenus au délai  $i+1$ . Il est donc nécessaire de garantir la croissance des montants cumulés de PSNEM afin de ne pas avoir d'incrément négatif sur le triangle par de PSNEM vu à l'ultime. Ainsi, sur la branche Dommages Ouvrage, qui est spécifique en raison des montants de recours encaissés pouvant être significatifs, la simulation de  $\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM}$  est réalisée à partir de la dernière diagonale connue.

Pour la branche RCDO où les recours sont moins significatifs, nous garderons le même principe que pour la PSAP pour la simulation des charges futures. Analogiquement à la PSAP, les réserves simulées contiennent par construction de l'erreur d'estimation et l'erreur de processus.

14. On détermine à l'issue des simulations, les réserves simulées de PSNEM:

$$\hat{R}^{b\star,PSNEM} = \sum_{k=2}^N \left( \hat{C}_{k,N}^{b\star,PSNEM} - C_{k,N-i+1}^{\star,PSNEM} \right) \quad (3.27)$$

Et au bout de  $B$  itérations, nous pouvons déduire le montant de réserve de PSNEM:

$$\hat{R}^{\star,PSNEM} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{R}^{b\star,PSNEM} \quad (3.28)$$

La simulation des charges ultimes relatives aux  $N-1$  premières DOC s'effectue suivant la procédure précédemment présentée. Cette méthodologie a été adoptée pour l'ensemble des années de souscription à l'exception de la dernière DOC qui nécessite un traitement spécifique.

#### V.2.4 Traitement de la dernière DOC

La nature longue des garanties étudiées fait que la dernière DOC présente un faible nombre de sinistres ce qui devient un facteur bloquant pour la robustesse d'une projection via une méthode

Chain-Ladder les charges ultimes de PSNEM.

Pour la dernière DOC, la démarche adoptée est de reconstituer, à chaque itération de la procédure Bootstrap, les montants de charges ultimes cumulées pour un délai de survénance de deux ans en fonction d'un ratio de  $S/P$  moyen estimé à partir des primes et des charges des DOC plus anciennes, puis, au-delà de la deuxième année de survénance, d'utiliser la procédure classique de projection via les cadences de PSNEM et les paramètres de volatilité associés.

L'idée sous-jacente est de simuler une assiette de charge au délai de développement de 2 ans et d'appliquer ensuite des techniques classiques de projection Chain-Ladder. Cette démarche se traduit par les étapes suivantes:

- Estimation d'un ratio  $S/P$  moyen pour un délai de survénance de deux ans sur les  $N - 1$  premières DOC:

$$m^{b^*} = \frac{\sum_{k=1}^{N-1} \hat{C}_{k,2}^{b^*,PSNEM}}{\sum_{k=1}^{N-1} Prime_k} \quad (4.29)$$

- Estimation de l'écart type des ratios  $S/P$  pour un délai de survénance de deux ans sur les  $N - 1$  premières DOC:

$$\hat{\sigma}_2^{b^*2} = \frac{1}{\sqrt{Prime_N}} \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N-1} \left( \hat{C}_{k,2}^{b^*,PSNEM} - Prime_N \times m^{b^*} \right)^2}{Prime_k}}{N-2} \quad (4.30)$$

- Simulation suivant une loi Lognormale de moyenne  $m^{b^*}$  et d'écart type  $\hat{\sigma}_2^{b^*2}$  du ratio  $S/P$  au délai de survénance de deux ans pour la dernière DOC  $\tau_N^{b^*}$ .
- Calcul de la charge ultime cumulée au délai de survénance de deux ans pour la dernière DOC:

$$\hat{C}_{N,2}^{b^*,PSNEM} = \tau_N^{b^*} \times Prime_N \quad (4.31)$$

Et ainsi, on aura le triangle de PSNEM complet à chaque itération. A l'issue de la procédure, on dispose d'une distribution de réserves PSAP+PSNEM, par différence entre la charge ultime PSAP+PSNEM et les règlements cumulés à la date d'évaluation :

$$\hat{R}^* = \hat{R}^{*,PSAP} + \hat{R}^{*,PSNEM} \quad (4.32)$$

On peut ainsi estimer les erreurs de prédiction à l'ultime des provisions de PSAP, de PSNEM et du total. La procédure bootstrap présente, en outre, l'avantage de fournir directement les quantiles à 99,5% associés aux réserves de PSAP, de PSNEM et du total à horizon ultime.

### V.2.5 Traitement spécifique des recours pour le DO

Le modèle retenu pour la simulation des recours est basé sur les hypothèses suivantes:

- Les taux de recours sont distincts par année de souscription et estimés par l'entité. On note  $(\tau_{rec}^k)_{1 \leq k \leq N}$ , le vecteur des taux de recours moyens par année de souscription.
- Les taux de recours sont simulés suivant un écart-type identique pour toutes les années de souscription noté  $\sigma_{rec}^2$ , cet écart-type est estimé à partir de l'échantillon de taux de recours ultime par année de souscription.

- Ainsi, à chaque itération les taux de recours  $(T_{rec}^k)_{1 \leq k \leq N}$  sont simulés indépendamment suivant des lois normales de moyenne  $(\tau_{rec}^k)_{1 \leq k \leq N}$  et d'écart type  $\sigma_{rec}^2$ .
- Les taux de recours obtenus sont appliqués aux charges ultimes de PSNEM  $(\hat{C}_{k,N}^{b*,PSNEM})_{1 \leq k \leq N}$

Le BE net de recours est alors obtenu en retranchant les recours déjà encaissés.

### V.2.6 Application

Dans cette partie que nous voulons pratique, nous appliquerons la procédure décrite précédemment:

Afin de dérouler le modèle de Mack pour l'estimation des réserves de PSAP, nous commencerons par estimer les paramètres du modèle de Chain Ladder. Dans la partie PSAP, il convient de considérer les triangles Survenance x Développement.

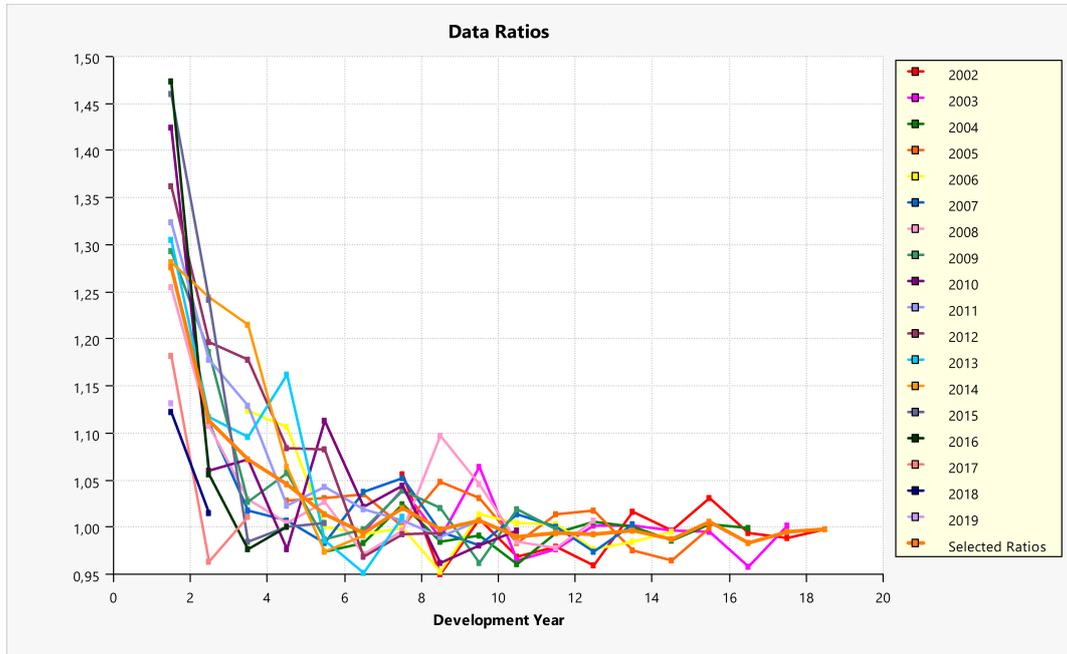
Pour les coefficient de Chain Ladder sur le triangle de PSAP RCD, nous avons constaté que dans les développement supérieurs à 10 ans, les coefficients sont inférieurs à 1, donc prendre ces derniers consisterait à projeter des boni, c'est pourquoi nous stabiliserons les coefficients dès la 12ème année de développement.

Figure V.1 – Application du modèle de Mack au triangle PSAP des charges sur la branche RCD

en k €	Developpement																		Ultimes	$R_t^{PSAP}$	$\sqrt{MSEP(R^{PSAP})}$	
Survénances	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m	216m	228m			
2002 Actual	0	0	0	15 234	14 949	15 512	15 443	16 304	15 491	15 625	15 137	14 823	14 220	14 443	14 395	14 830	14 740	14 576	14 547	14 547	0	0
2003 Actual	0	0	15 307	15 512	15 356	15 224	15 158	15 772	15 598	16 587	15 395	15 610	16 378	16 400	16 336	16 250	15 570	15 587		15 587	0	0
2004 Actual	0	13 884	15 456	15 054	15 769	15 353	15 098	15 467	15 221	15 078	14 482	14 399	15 171	15 185	14 962	15 008	15 001	15 001		15 001	0	0
2005 Actual	10 371	13 728	15 023	14 900	15 311	15 785	16 333	16 346	17 129	17 647	17 357	17 603	18 766	18 302	17 664	17 655				17 655	0	0
2006 Actual	10 599	12 126	13 021	14 631	16 179	16 181	16 060	16 049	15 282	15 484	15 554	15 610	15 961	15 718	15 637					15 637	0	0
2007 Actual	10 899	13 404	14 888	15 143	15 244	14 980	15 546	16 350	16 268	15 956	16 180	16 179	16 508	16 553						16 553	0	0
2008 Actual	10 624	13 337	14 775	15 218	15 286	15 688	15 230	15 174	16 646	17 400	17 128	16 755	17 684							17 684	0	0
2009 Actual	11 564	14 962	17 747	18 235	19 271	19 023	18 980	19 707	20 108	19 347	19 724	19 672								20 608	0	0
2010 Actual	10 489	14 944	15 846	16 978	16 570	18 442	18 836	20 416	19 630	19 253	19 187									19 056	-131	898
2011 Actual	12 499	16 546	19 486	22 002	22 515	23 477	23 329	25 234	24 992	25 178										24 739	-438	1 164
2012 Actual	12 041	16 397	19 616	23 103	25 036	27 117	26 267	27 303	27 127											26 837	-289	1 427
2013 Actual	15 553	20 308	22 684	24 848	28 878	28 474	27 095	28 708												28 325	-383	1 785
2014 Actual	20 774	26 632	33 136	40 243	42 815	41 705	41 347													43 542	226	2 431
2015 Actual	14 849	21 698	28 220	27 773	27 766	27 886														27 859	-27	1 962
2016 Actual	17 889	26 356	29 145	28 471	28 490															28 844	354	2 280
2017 Actual	25 244	29 839	30 108	30 418																32 022	1 603	2 812
2018 Actual	26 875	30 145	32 038																	35 758	3 720	3 828
2019 Actual	24 647	27 891																		36 220	7 001	4 630
2020 Actual	24 220																			39 940	14 567	5 845
$\int_0^{PSAP}$	1,2698	1,1106	1,0602	1,0398	1,0134	0,9938	1,0188	0,9973	1,0069	0,9893	0,9932	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	Total Ultimes		476 416
$\int_1^{PSAP}$	1,5741	1,2396	1,1161	1,0527	1,0124	0,9990	1,0052	0,9867	0,9893	0,9826	0,9932	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	$\hat{R}^{PSAP}$		26 204
$\hat{\sigma}_j^{PSAP}$	487,523	405,160	380,471	243,961	195,443	119,378	97,228	177,550	133,185	90,164	57,153	87,633	58,566	55,882	61,681	89,156	33,694	12,734	4,813	$\sqrt{MSEP(\hat{R}^{PSAP})}$		14 955

L'application du modèle de Mack au triangle PSAP permet d'obtenir les coefficients initiaux pour les premières étapes de la procédure bootstrap. Le résultat prédit un stock total d'ultimes à 476 M€ pour un total réserve IBNR de 26,2 M€.

Figure V.2 – Coefficients de développement par année de survenance sur la branche RCD



Les coefficients présentent une forte volatilité dans les survenances les plus anciennes, une variation de sensibilité avec élimination des diagonales les plus anciennes permet d'avoir des volumes d' IBNR pouvant atteindre le double du montant sorti par ce modèle qui inclut toutes les diagonales et toutes les survenances.

$$R^{PSAP} = 26\ 203\ 630\ €$$

Pour l'évaluation du stock de PSNEM, une ventilation des IBNR de PSAP a été effectuée avant afin de disposer de triangles de PSNEM prenant en compte les survenances déjà manifestées.

Figure V.3 – RCD: Triangle cumulé de PSNEM avant ventilation des IBNR

en k€	Survenances																		
	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m	216m	228m
2002	206	1 237	2 558	5 101	6 530	9 649	10 791	12 013	12 916	14 295	16 113	16 865	17 320	17 574	17 594	17 642	17 668	17 697	
2003	146	1 671	2 920	4 193	6 702	8 466	9 795	10 898	12 310	13 450	14 831	15 935	16 543	16 842	16 968	17 098	17 234	17 248	
2004	177	1 008	2 816	3 990	5 935	8 214	9 880	13 014	14 800	15 983	19 055	21 074	22 056	22 888	23 003	23 238	23 282		
2005	76	1 391	2 938	4 923	8 251	10 344	14 018	15 961	18 075	20 878	22 531	26 424	27 850	28 555	28 637	28 693			
2006	141	1 135	3 661	6 362	8 109	10 276	13 092	16 162	20 189	22 576	24 617	26 654	27 672	28 330	28 593				
2007	211	2 135	4 825	7 509	10 826	12 650	15 565	18 255	20 404	22 918	25 216	27 946	29 398	30 111					
2008	208	1 959	5 261	7 278	11 641	14 155	16 987	19 633	21 876	23 818	26 151	27 695	28 666						
2009	364	1 648	3 866	7 127	9 083	12 624	15 041	16 270	18 207	20 465	22 503	23 658							
2010	639	2 093	6 444	10 863	17 406	19 541	21 610	24 338	27 189	29 860	32 190								
2011	322	2 157	7 072	14 492	17 348	20 711	23 684	26 736	30 707	34 026									
2012	216	1 241	3 822	6 158	8 493	12 309	15 807	18 657	21 322										
2013	206	3 022	6 071	8 426	11 406	14 761	17 195	19 364											
2014	990	3 061	4 764	7 144	9 791	12 542	14 453												
2015	459	2 236	4 609	7 300	9 826	12 046													
2016	792	2 488	4 741	7 253	9 629														
2017	308	1 674	3 089	5 150															
2018	251	1 294	2 722																
2019	208	1 220																	
2020	319																		

Le vecteur des IBNR par survenance donné par les  $R^{PSAP}$  est ventilé suivant la méthode au définie plus haut, les coefficients de passage à l'ultime  $\hat{f}_j^{PSAP}$  ont servi comme clé de répartition. Et en guise de contrôle, nous nous avons assuré que l'écart entre les somme du triangle avant ventilation et celui après ventilation soit égal au stock des IBNR.

Figure V.4 – RCD: Triangle cumulé de PSNEM après ventilation des IBNR

en k€ DOC	Survenances																		
	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m	216m	228m
2002	206	1237	2558	5101	6530	9649	10791	12013	12910	14265	16063	16805	17263	17517	17537	17537	17590	17623	17668
2003	146	1671	2920	4193	6702	8466	9795	10890	12278	13406	14768	15878	16485	16788	16921	17066	17234	17257	
2004	177	1008	2816	3990	5935	8214	9868	12948	14715	15882	18971	20988	21982	22857	22986	23277	23347		
2005	76	1391	2938	4923	8251	10329	13940	15862	17948	20766	22417	26359	27859	28646	28748	28836			
2006	141	1135	3661	6362	8097	10226	13013	16041	20090	22474	24541	26685	27821	28636	29050				
2007	211	2135	4825	7490	10750	12555	15431	18135	20281	22827	25246	28293	30093	31215					
2008	208	1959	5238	7220	11536	14017	16864	19508	21779	23823	26426	28341	29869						
2009	364	1640	3819	7045	8975	12534	14949	16193	18233	20753	23279	25097							
2010	635	2063	6368	10728	17305	19438	21533	24405	27586	30898	34565								
2011	316	2132	6981	14440	17294	20698	23828	27234	32156	37381									
2012	214	1225	3820	6154	8518	12534	16438	19972	24166										
2013	203	3034	6080	8464	11601	15346	18363	21777											
2014	995	3064	4788	7294	10248	13659	16667												
2015	459	2258	4755	7759	10890	14385													
2016	802	2588	5102	8216	11956														
2017	325	1849	3602	6847															
2018	280	1573	3821																
2019	258	1850																	
2020	501																		

L'application du modèle de Mack nous a permis à ce niveau d'estimer les paramètres qui serviront dans la procédure bootstrap. En outre, le modèle prédit un total des charges ultimes de 573,7 M€ avec une erreur de prédiction de 31,3 M€.

Figure V.5 – Application du modèle de Mack au triangle PSNEM des charges sur la branche RCD

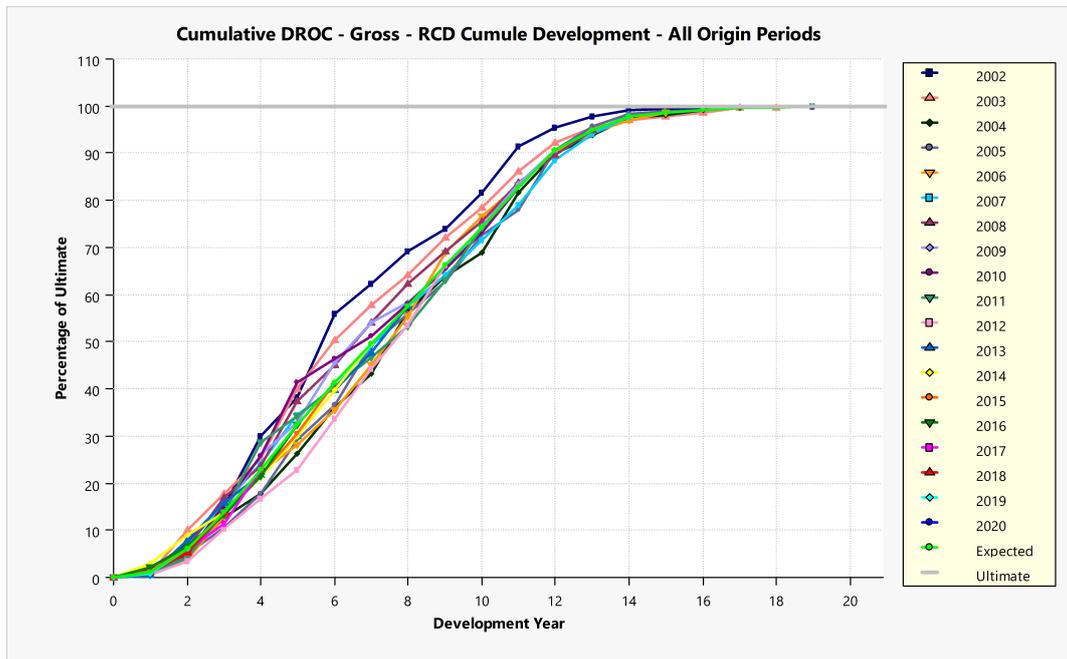
en k€ DOC	Survenances																	Ultimes	$\hat{R}^{PSNEM}$	$MSEP(\hat{R}^{PSNEM})$
	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m			
2002 Actual	196	1236	2550	5037	6434	9423	10504	11644	12480	13757	15407	16083	16499	16722	16740	16740	16788	16817	16862	
2003 Actual	139	1587	2754	3941	6236	7830	9014	9988	11236	12806	14047	15057	15591	15853	15974	16104	16255	16277		
2004 Actual	168	944	2630	3705	5461	7491	8963	11733	13281	14976	17786	19561	20422	21216	21331	21591	21661	21695	21753	
2005 Actual	71	1298	2713	4505	7470	9318	12567	14250	16064	19392	20846	24257	25618	26326	26417	26504	26635	26677	26748	
2006 Actual	131	1041	3322	5728	7271	9187	11627	14260	17776	20720	22510	24454	25475	26204	26618	26775	26908	26950	27022	
2007 Actual	193	1931	4327	6697	9630	11210	13711	16059	17862	20916	23110	25850	27458	28579	28783	28954	29097	29142	29220	
2008 Actual	188	1748	4664	6448	10227	12384	14856	17077	18953	21709	24050	25761	27288	28087	28287	28455	28596	28640	28717	
2009 Actual	324	1459	3420	6245	7923	11014	13042	14070	15836	18856	21112	22929	24042	24745	24922	25070	25194	25233	25301	
2010 Actual	565	1850	5619	9410	15122	16913	18644	21131	23861	27956	31621	34624	36304	37366	37633	37856	38043	38103	38205	
2011 Actual	284	1874	6090	12568	14965	17778	20488	23411	27608	34144	38016	41626	43645	44923	45244	45512	45737	45809	45931	
2012 Actual	187	1066	3320	5280	7234	10711	14062	17074	21075	24803	27615	30237	31704	32632	32865	33060	33223	33276	33365	
2013 Actual	185	2760	5441	7505	10350	13717	16412	19824	22771	25580	28481	31185	32698	33655	33896	34097	34265	34319	34410	
2014 Actual	864	2602	4027	6196	9147	12193	15200	17670	20297	22801	25386	27796	29145	29998	30212	30392	30542	30590	30671	
2015 Actual	385	1872	4034	6612	9723	13216	15868	18446	21189	23803	26502	29018	30426	31317	31540	31727	31884	31934	32019	
2016 Actual	662	2208	4366	7021	11094	14151	16991	19751	22688	25487	28377	31071	32579	33532	33772	33972	34140	34193	34285	
2017 Actual	281	1590	3084	6180	9151	11673	14015	16292	18714	21023	23406	25629	26872	27659	27856	28022	28160	28204	28280	
2018 Actual	252	1406	3654	6041	8539	10893	13078	15203	17463	19618	21842	23916	25076	25810	25995	26149	26278	26319	26389	
2019 Actual	231	1822	4227	6988	9878	12601	15129	17587	20201	22694	25267	27666	29008	29857	30071	30249	30398	30446	30527	
2020 Actual	501																			
2020 Expected		2846	6603	10917	15432	19685	23635	27474	31559	35452	39472	43220	45317	46644	46977	47255	47489	47563	47690	
$\hat{f}_j^{PSNEM}$	1,2698	1,1106	1,0602	1,0398	1,0134	0,9938	1,0188	0,9973	1,0069	0,9893	0,9932	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
$\hat{f}_i^{PSNEM}$	1,5741	1,2396	1,1161	1,0527	1,0124	0,9990	1,0052	0,9867	0,9893	0,9826	0,9932	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	
$\hat{R}_i^{PSNEM}$	1803,891	708,756	452,153	385,809	342,639	247,511	217,165	180,050	142,935	133,307	158,714	59,922	49,304	27,405	23,690	14,934	1,037	12,734	1,037	
Total Ultimes																			573 717	
$\hat{R}^{PSNEM}$																			227 369	
$MSEP(\hat{R}^{PSNEM})$																			31 329	

Le montant total des réserves de PSNEM pour la branche RCD est:

$$R^{PSNEM} = 227\,369\,018 \text{ €}$$



Figure V.6 – Développement des charges par année de DOC sur la branche RCD



De la même façon que pour la RCD, nous estimerons dans la suite, les paramètres propres à la branche dommage ouvrage. En appliquant le modèle de Mack sur le triangle DO de PSAP brut de recours, nous arrivons à un total des ultimes qui se chiffre à 202 M€.

Figure V.7 – Application du modèle de Mack au triangle PSAP des charges (brut de recours) sur la branche DO

en k €	Developpements																		Ultimes	$\hat{R}_{PSAP}$	$\sqrt{MSEP(\hat{R}_{PSAP})}$	
	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m	216m				228m
2002 Actual	0	0	0	15 234	14 949	15 512	15 443	16 304	15 491	15 625	15 137	14 823	14 220	14 443	14 395	14 830	14 740	14 576	14 547	4 985	0	0
2002 Expected																			15 587			
2003 Actual	0	0	15 307	15 512	15 356	15 224	15 158	15 772	15 598	16 587	15 995	15 610	16 378	16 400	16 336	16 250	15 570	15 587		6 141	7	4
2003 Expected																			15 587			
2004 Actual	0	13 884	15 456	15 054	15 769	15 353	15 098	15 467	15 221	15 078	14 482	14 399	15 171	15 185	14 962	15 008	15 001			6 056	5	5
2004 Expected																			15 001 15 001			
2006 Actual	10 371	13 728	15 029	14 900	15 311	15 785	16 333	16 346	17 129	17 647	17 357	17 603	18 766	18 302	17 664	17 655				5 871	-2	14
2006 Expected																			17 655 17 655 17 655			
2006 Actual	10 599	12 126	13 021	14 631	16 179	16 181	16 060	16 049	15 282	15 484	15 554	15 610	15 961	15 718	15 637					9 102	-25	35
2006 Expected																			15 637 15 637 15 637 15 637			
2007 Actual	10 899	13 404	14 888	15 143	15 244	14 980	15 546	16 350	16 268	15 956	16 180	16 179	16 508	16 553						7 917	-22	45
2007 Expected																			16 553 16 553 16 553 16 553			
2008 Actual	10 624	13 337	14 775	15 218	15 286	15 688	15 230	15 174	16 646	17 400	17 128	16 755	17 684							11 593	-21	76
2008 Expected																			17 684 17 684 17 684 17 684 17 684			
2009 Actual	11 564	14 962	17 747	18 235	19 271	19 023	18 980	19 707	20 108	19 347	19 724	19 672								11 513	-20	116
2009 Expected																			20 608 20 608 20 608 20 608 20 608 20 608			
2010 Actual	10 489	14 944	15 846	16 978	16 570	18 442	18 836	19 488	18 738	19 253	19 187									10 085	74	399
2010 Expected																			19 056 19 056 19 056 19 056 19 056 19 056 19 056			
2011 Actual	12 499	16 546	19 486	22 002	22 515	23 477	23 929	24 087	23 856	25 178										12 893	-133	586
2011 Expected																			24 909 24 739 24 739 24 739 24 739 24 739 24 739 24 739			
2012 Actual	12 041	16 397	19 616	23 103	25 036	27 117	26 267	26 062	25 894											12 090	-104	581
2012 Expected																			27 313 27 022 26 837 26 837 26 837 26 837 26 837 26 837 26 837			
2013 Actual	15 559	20 308	22 684	24 848	30 253	29 830	28 385	28 708												15 109	369	1 157
2013 Expected																			28 631 28 827 28 520 28 325 28 325 28 325 28 325 28 325 28 325 28 325			
2014 Actual	20 774	26 632	33 138	40 243	44 854	43 691	43 316													16 044	427	1 209
2014 Expected																			44 130 44 011 44 313 43 841 43 542 43 542 43 542 43 542 43 542 43 542			
2016 Actual	14 849	21 698	26 938	26 510	27 766	27 886														15 950	815	1 300
2016 Expected																			27 715 28 236 28 160 28 353 28 050 27 859 27 859 27 859 27 859 27 859 27 859 27 859			
2016 Actual	17 889	26 356	27 820	27 176	28 490															14 334	940	1 274
2016 Expected																			28 872 28 694 29 234 29 155 29 355 29 042 28 844 28 844 28 844 28 844 28 844 28 844 28 844			
2017 Actual	25 244	29 839	28 739	29 036																12 657	971	1 285
2017 Expected																			31 629 32 053 31 856 32 454 32 367 32 589 32 242 32 022 32 022 32 022 32 022 32 022 32 022 32 022			
2018 Actual	28 155	31 581	32 038																	11 739	1 094	1 248
2018 Expected																			33 968 35 320 35 793 35 573 36 242 36 144 36 392 36 004 35 758 35 758 35 758 35 758 35 758 35 758 35 758			
2019 Actual	25 820	29 219																		10 431	1 581	1 571
2019 Expected																			32 452 34 407 35 776 36 255 36 032 36 710 36 611 36 862 36 469 36 220 36 220 36 220 36 220 36 220 36 220 36 220			
2020 Actual	25 373																			7 546	2 043	1 915
2020 Expected																			32 220 35 785 37 941 39 450 39 979 39 733 40 480 40 371 40 648 40 215 39 940 39 940 39 940 39 940 39 940 39 940 39 940			
$\hat{R}_{PSAP}$	1,2698	1,1106	1,0602	1,0398	1,0134	0,9938	1,0188	0,9973	1,0069	0,9893	0,9932	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	Total Ultimes		202 059
$\hat{R}_{PSAP}$	1,5741	1,2396	1,1161	1,0527	1,0124	0,9990	1,0052	0,9867	0,9893	0,9826	0,9932	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	$\hat{R}_{PSAP}$		8 000
$\sigma_{\hat{R}_{PSAP}}$	490,895	310,465	53,972	129,095	87,992	115,627	37,640	232,065	37,191	92,003	112,946	23,530	13,110	9,903	8,402	4,571	0,952	0,198	0,041	$\sqrt{MSEP(\hat{R}_{PSAP})}$		5 306

Avec un risque d'erreur quantifié à 6,3 M€, le montant des réserves de PSAP sur cette branche est:

$$R^{PSAP} = 7\,999\,924 \text{ €}$$

Contrairement à la branche RCD où les recours sont peu importants compte tenu de leurs montants, en DO, le caractère de garantie de préfinancement fait que les recours sont assez importants. Ainsi, par la méthode de Chain Ladder, nous avons estimé les provisions pour recours à encaissés.

Figure V.8 – Estimation des PRAE sur la branche DO

en k€	Developpements																						PRAE	Ultimes de recours	Taux de recours
	Survenances	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m	216m	228m					
2002	0	0	0	1 651	1 725	1 834	1 927	1 938	1 996	1 999	2 019	2 019	2 019	2 022	2 022	2 022	2 051	2 051	2 054	0	2 054	41,19%			
2003	0	0	1 742	1 946	2 239	2 463	2 511	2 652	2 766	2 770	2 776	2 776	2 776	2 776	2 776	2 776	2 776	2 776	2 776	2 776	2 776	2 781	45,28%		
2004	0	810	1 085	1 349	1 590	1 641	1 814	1 898	1 924	1 928	1 963	2 064	2 449	2 449	2 449	2 449	2 600	2 600	2 600	2 600	2 604	2 604	43,00%		
2005	150	562	1 285	2 127	2 277	2 405	2 431	2 504	2 504	2 505	2 505	2 505	2 505	2 617	2 638	2 638	2 648	2 648	2 652	14	2 652	45,17%			
2006	242	831	1 172	2 131	2 267	2 319	2 348	2 374	2 377	2 426	2 426	2 434	2 732	2 902	2 928	2 928	2 973	2 984	2 984	2 989	60	2 989	32,84%		
2007	303	812	1 169	1 385	1 775	1 897	1 964	2 009	2 009	2 121	2 121	2 183	2 145	2 159	2 168	2 201	2 210	2 210	2 213	54	2 213	27,95%			
2008	112	608	1 099	1 397	1 544	1 642	1 789	1 798	1 874	2 402	2 681	2 709	2 782	2 866	2 878	2 922	2 934	2 934	2 938	156	2 938	25,34%			
2009	206	852	1 580	1 953	2 235	2 374	3 809	3 836	3 865	3 999	4 086	4 095	4 234	4 361	4 380	4 447	4 464	4 464	4 471	376	4 471	38,83%			
2010	603	1 626	2 457	2 797	2 984	3 149	3 277	3 337	3 522	3 665	3 701	3 736	3 862	3 979	3 996	4 057	4 073	4 073	4 079	378	4 079	40,45%			
2011	331	1 372	2 017	2 680	3 063	4 102	4 300	4 938	5 114	5 128	5 297	5 347	5 528	5 694	5 720	5 807	5 829	5 829	5 838	710	5 838	45,28%			
2012	261	1 707	2 764	3 336	3 672	3 890	4 208	4 422	4 506	4 763	4 919	4 966	5 134	5 289	5 312	5 393	5 414	5 414	5 422	916	5 422	44,85%			
2013	272	2 195	3 537	4 353	4 851	5 238	5 547	5 682	5 845	6 178	6 381	6 441	6 660	6 860	6 891	6 996	7 023	7 023	7 033	1 351	7 033	46,55%			
2014	1 003	2 871	4 139	4 657	5 784	6 193	6 266	5 997	6 170	6 521	6 736	6 799	7 030	7 242	7 274	7 385	7 413	7 413	7 424	1 158	7 424	46,27%			
2015	594	2 294	3 582	5 460	6 104	6 198	6 242	5 974	6 146	6 496	6 710	6 773	7 003	7 214	7 245	7 356	7 384	7 384	7 395	1 197	7 395	46,36%			
2016	769	2 597	4 362	5 034	5 591	5 548	5 587	5 348	5 502	5 815	6 006	6 063	6 268	6 457	6 486	6 585	6 610	6 610	6 620	1 029	6 620	46,18%			
2017	456	1 950	2 928	3 802	4 896	4 859	4 893	4 683	4 818	5 092	5 260	5 310	5 490	5 655	5 680	5 767	5 789	5 789	5 797	1 996	5 797	45,80%			
2018	602	2 834	4 042	3 511	4 522	4 487	4 519	4 325	4 450	4 703	4 858	4 903	5 070	5 222	5 245	5 325	5 346	5 346	5 354	1 311	5 354	45,61%			
2019	541	2 011	3 655	3 174	4 088	4 057	4 085	3 910	4 023	4 252	4 392	4 433	4 583	4 721	4 742	4 815	4 833	4 833	4 840	2 830	4 840	46,40%			
2020	330	1 458	2 651	2 302	2 965	2 942	2 963	2 836	2 918	3 084	3 185	3 215	3 324	3 424	3 439	3 492	3 505	3 505	3 510	3 180	3 510	46,52%			
Total																				16 724	86 013	42,57%			

Les taux de recours par année de survenance sont résultats des ultimes de recours sur les ultimes brut, le taux moyen est de 42% c'est-à-dire, en moyenne, un peu moins de la moitié de la charge est récupéré après recours.

La provision de recours PRAE est 16,7 M€.

Figure V.9 – Application du modèle de Mack au triangle PSNEM des charges sur la branche DO

en k €	Survénances																				Ultimes	$\bar{R}_k^{PSNEM}$	$MSEP(\bar{R}_k^{PSNEM})$
DOC	12m	24m	36m	48m	60m	72m	84m	96m	108m	120m	132m	144m	156m	168m	180m	192m	204m	216m	228m				
2002 Actual	16	220	606	1 366	2 610	3 325	5 200	6 938	7 434	8 226	8 872	9 325	9 409	9 422	9 429	9 468	9 468	9 468	9 922	9 922	0	0	
2002 Expected																							
2003 Actual	3	273	641	2 073	3 046	3 780	4 375	5 408	6 209	7 435	8 445	9 942	10 452	10 635	10 648	10 656	10 662	10 664	10 667	3	2		
2003 Expected																							
2004 Actual	3	482	3 775	5 495	7 598	9 013	10 525	11 739	13 938	15 619	18 410	22 047	23 020	23 592	23 725	23 816	23 850		24 996	10	5		
2004 Expected																							
2005 Actual	51	140	936	2 607	4 901	6 408	9 234	10 843	13 032	15 057	17 251	19 765	22 617	22 746	22 906	22 933			24 057	31	18		
2005 Expected																							
2006 Actual	2	253	1 777	2 976	4 329	5 842	7 222	9 362	11 031	14 024	16 337	18 779	19 622	20 132	20 386				20 464	78	39		
2006 Expected																							
2007 Actual	4	722	1 708	3 166	4 291	5 465	8 131	10 861	12 489	14 081	15 566	18 709	19 416	19 535					19 737	202	100		
2007 Expected																							
2008 Actual	18	60	456	1 633	3 111	4 695	5 844	7 115	8 188	8 966	10 413	12 031	12 333						12 641	309	186		
2008 Expected																							
2009 Actual	11	91	415	1 253	2 119	2 946	3 695	5 067	5 791	6 578	8 056	9 615							10 419	804	637		
2009 Expected																							
2010 Actual	27	106	406	1 160	2 216	3 108	3 969	5 624	6 917	8 030	9 162								11 826	2 227	899		
2010 Expected																							
2011 Actual	23	161	859	1 894	2 677	4 197	4 954	6 310	7 404	8 351									11 810	3 460	1 016		
2011 Expected																							
2012 Actual	44	176	438	828	1 337	1 689	2 195	2 898	3 506										5 706	2 200	824		
2012 Expected																							
2013 Actual	31	222	415	880	1 264	1 891	2 853	3 530											6 708	3 178	963		
2013 Expected																							
2014 Actual	26	61	300	608	1 205	2 134	2 664												6 360	3 696	1 178		
2014 Expected																							
2015 Actual	12	157	475	1 202	1 929	2 546													7 910	5 364	1 740		
2015 Expected																							
2016 Actual	47	382	656	1 025	1 665														6 913	5 249	1 900		
2016 Expected																							
2017 Actual	27	292	577	877															5 922	5 003	2 179		
2017 Expected																							
2018 Actual	43	101	216																2 801	2 585	2 353		
2018 Expected																							
2019 Actual	0	8																	392	384	1 577		
2019 Expected																							
2020 Actual	33																		16 437	16 404	39 071		
2020 Expected																							
$\bar{f}_i^{PSNEM}$	10,1130	3,7608	2,0114	1,5516	1,3369	1,3011	1,2565	1,1676	1,1507	1,1479	1,1370	1,0571	1,0146	1,0065	1,0025	1,0009	1,0001	1,0003	1,0006	Total Ultimes		215 687	
$\bar{f}_i^{PSNEM}$	492,945	48,7439	12,961	6,4438	4,1531	3,1065	2,3877	1,9002	1,6274	1,4143	1,2321	1,0836	1,0251	1,0103	1,0038	1,0013	1,0004	1,0003	1,0006	$\bar{R}^{PSNEM}$		23 326	
$\sigma_i^{PSNEM}$	4 393,2	1 128,2	604,81	319,77	242,50	290,96	226,54	112,13	166,71	128,29	167,26	185,54	45,09	18,80	6,93	2,90	0,39	0,05	0,01	$MSEP(\bar{R}^{PSNEM})$		39 498	

Pour avoir les réserves de PSNEM nettes de recours, nous appliquerons au vecteur des réserves brutes, le vecteur des taux moyens de recours calculé à partir du triangle de PSAP. Les réserves de PSNEM nettes de recours sur la branche DO est:

$$R^{PSNEM} = 23\ 325\ 790\ €$$

Ainsi, le montant agrégé des réserves sur le périmètre construction est donné par la somme des réserves calculées sur les deux branches RCD et DO en soustrayant le stock de PRAE:

$$R = 268\ 174\ 357\ €$$

Au terme de l'application de la procédure bootstrap, nous proposons sur une base de 1000 itérations, les vecteurs moyens des ultimes et réserves d'IBNR et PSNEM pour la RCD et DO:

Figure V.10 – Application de la procédure bootstrap sur les triangles PSAP et PSNEM des charges sur les branches RCD et DO

en k€	PSAP		PSNEM	
	RCD	DO	RCD	DO
Mean ultimate	423 926	185 343	576 525	227 483
Mean Reserve	19 529	8 026	230 177	62 982

Figure V.11 – Application de la procédure bootstrap sur les triangles PSAP et PSNEM des charges sur les branches RCD et DO

en k€	RCD PSAP		RCD PSNEM		DO PSAP		DO PSNEM	
	Ultimes	IBNR	Ultimes	PSNEM	Ultimes	IBNR	Ultimes	PSNEM
2002	-688	0	16 862	0	-442	0	9 922	0
2003	-449	0	16 315	37	137 27	0	10 667	2
2004	456	0	21 760	99	734	0	24 996	13
2005	17 655	0	26 757	253	5 873	0	24 057	36
2006	15 755	118	27 039	421	9 113	-14	20 464	86
2007	16 447	-106	29 210	630	7 934	-6	19 737	203
2008	17 562	-121	28 754	1 466	11 663	49	12 641	306
2009	20 249	-359	25 286	2 357	11 532	-1	10 419	810
2010	18 736	-450	38 247	6 626	10 046	35	11 826	2 262
2011	24 305	-873	45 951	11 807	12 897	-129	11 810	3 531
2012	26 490	-637	33 375	11 296	12 099	-96	5 706	2 185
2013	27 771	-937	34 469	14 645	15 120	380	6 708	3 144
2014	42 668	-648	30 558	15 358	16 099	482	6 360	3 729
2015	27 350	-536	32 042	18 825	15 945	809	7 910	5 367
2016	28 203	-287	34 511	23 417	14 287	893	6 913	5 248
2017	31 439	1 021	28 155	21 681	12 658	972	5 922	5 109
2018	35 254	3 215	26 356	22 702	11 656	1 011	2 801	2 518
2019	35 553	6 334	31 128	29 307	10 401	1 551	392	383
2020	39 171	13 797	49 750	49 249	7 591	2 087	16 469	28 048

Ainsi, le montant moyen des simulations de provisions brutes relatives aux branches RCD et DO est donné par la somme PSNEM + PSAP:

$$\hat{R}^* = 320\,714\,529 \text{ €}$$

### V.3 Risque de réserve à un an

Le module de calcul du risque de réserves à un an consiste à évaluer la volatilité induite par une ré-estimation des ultimes 1 an après. Les étapes de la procédure sont les suivantes :

- L'évaluation des BE de PSAP et de PSNEM déterministes en  $t = 0$ ,
- La simulation des paiements ou charges des sinistres constatés entre  $t = 0$  et  $t = 1$  relatifs aux sinistres survenus avant  $t = 0$  (PSAP) et aux sinistres survenus entre  $t = 0$  et  $t = 1$  (PSNEM)
- Enfin, la ré-estimation de l'ultime en  $t = 1$  de PSAP et de PSNEM conditionnellement aux données initiales et aux paiements ou charges de première période précédemment simulés.

Dans un premier temps, nous reprenons les deux premières étapes de la procédure bootstrap de la section précédente jusqu'à l'obtention des résidus ajustés  $\{\hat{r}_{i,j}^{PSAP} | 1 \leq i \leq N-1, 1 \leq j \leq N-i\}$ .

#### V.3.1 Simulation de l'ultime de PSAP en $t = 1$

Il s'agit dans un premier temps de simuler les flux de première période du triangle de PSAP, puis conditionnellement à cette information de réévaluer l'ultime de PSAP en  $t = 1$ . Nous reprenons les étapes 3 et 4 du bootstrap et l'estimation des cadences de développement  $(\hat{f}_j^{b*,PSAP,0})_{j \in \{1, \dots, N-1\}}$  partir des pseudo facteurs de développement individuels et du triangle

initial de PSAP :

$$\hat{f}_j^{b^*, PSAP, 0} = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}^{PSAP} \times F_{i,j}^{b^*, PSAP}}{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i,j}^{PSAP}} \quad (1.33)$$

Nous simulons les flux de charges relatifs aux sinistres déjà survenus (triangle de PSAP) en date  $t = 1$ .

Cette simulation réalisée à partir du triangle cumulé de PSAP permet d'obtenir une nouvelle diagonale incrémentale du triangle de PSAP tout en prenant en compte l'erreur d'estimation et de la variance process

Les cadences de développement du triangle de PSAP en  $t = 1$  vues un an après,  $(\hat{f}_j^{b^*, PSAP, 1})_{j \in \{1, \dots, N-1\}}$  sont ré-estimées à chaque itération de la procédure bootstrap à partir du triangle cumulé initial de PSAP  $\{C_{i,j}^{PSAP} | 1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq N - i + 1\}$  et de la diagonale supplémentaire  $\{\hat{C}_{i, N-i+2}^{b^*, PSAP} | 2 \leq i \leq N\}$ :

$$\hat{f}_j^{b^*, PSAP, 1} = \frac{\sum_{i=1}^{N-j} C_{i, j+1}^{PSAP} + \hat{C}_{N-j+1, j+1}^{b^*, PSAP}}{\sum_{i=1}^{N-j+1} C_{i, j}^{PSAP}} \quad \forall 2 \leq j \leq N-1 \quad (1.34)$$

Alors, avec ces nouvelles cadences que nous venons d'obtenir, nous procéderons à la réévaluation des charges ultimes de PSAP en date  $t = 1$ :

$$\hat{C}_{i, N}^{b^*, PSAP, 1} = \hat{C}_{i, N-i+2}^{b^*, PSAP} \times \prod_{j=N-i+2}^{N-1} \hat{f}_j^{b^*, PSAP, 1} \quad \forall 2 \leq i \leq N \quad (1.35)$$

Enfin, on détermine les réserves de PSAP simulés à horizon 1 an :

$$\hat{R}^{b^*, PSAP, 1} = \sum_{i=2}^N \left( \hat{C}_{i, N}^{b^*, PSAP, 1} - C_{i, N-i+1}^{PSAP} \right) \quad (1.36)$$

Et au bout de  $B$  itérations, nous pouvons déduire le montant de réserve de PSAP:

$$\hat{R}^{*, PSAP, 1} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{R}^{b^*, PSAP, 1} \quad (1.37)$$

Les ratios ultimes vus à 1 an par rapport à la dernière diagonale par année de survenance :

$$\frac{\hat{C}_{i, N}^{b^*, PSAP, 1}}{C_{i, N-i+1}^{PSAP}}$$

seront appliqués sur le triangle initial de PSNEM pour obtenir le triangle incrémental de PSNEM vu à un an  $(\hat{X}_{k, i}^{b^*, PSNEM, 1})$

### V.3.2 Simulation de l'ultime de PSNEM en $t = 1$

Constitution du triangle cumulé de PSNEM en vision 1 an,  $\{\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSAP,1} | 1 \leq k \leq N, 1 \leq i \leq N - k + 1\}$  à partir du triangle incrémental de PSNEM vu à 1 an précédemment simulé :

$$\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM,1} = \sum_{l=1}^i \hat{X}_{k,l}^{b\star,PSNEM,1} \quad \forall 1 \leq k \leq N \quad 1 \leq i \leq N - k + 1 \quad (2.38)$$

Une fois le triangle cumulé de PSNEM vu à 1 an constitué, les résidus de Mack associés sont calculés et ré-échantillonnés, afin de tenir compte de l'erreur d'estimation sur les PSNEM. Les paramètres de PSNEM  $(\hat{f}_i^{b\star,PSNEM})_{i=1,\dots,N-1}$  et  $(\hat{\sigma}_i^{b\star,PSNEM^2})_{i=1,\dots,N-1}$  sont calculés de la même manière que précédemment :

$$\hat{f}_i^{b\star,PSNEM} = \frac{\sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i+1}^{b\star,PSNEM,1}}{\sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM,1}}, \quad 1 \leq i \leq N - 1 \quad (2.39)$$

$$\hat{\sigma}_i^{b\star,PSNEM^2} = \frac{1}{N - i - 1} \sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM,1} \left( \frac{\hat{C}_{k,i+1}^{b\star,PSNEM,1}}{\hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM,1}} - \hat{f}_i^{b\star,PSNEM} \right)^2, \quad 1 \leq i \leq N - 2 \quad (2.40)$$

$$\hat{\sigma}_{N-1}^{b\star,PSNEM^2} = \min \left( \frac{\hat{\sigma}_{N-2}^{b\star,PSNEM^4}}{\hat{\sigma}_{N-3}^{b\star,PSNEM^2}}; \min \left( \hat{\sigma}_{N-2}^{b\star,PSNEM^2}; \hat{\sigma}_{N-3}^{b\star,PSNEM^2} \right) \right) \quad (2.41)$$

Le triangle de résidus ajustés sur les facteurs de développement individuels du triangle de PSNEM  $\{\hat{r}_{k,i}^{b\star,PSNEM} | 1 \leq k \leq N - 1, 1 \leq i \leq N - k\}$  et le triangle des pseudo-facteurs de développement individuels  $\{F_{k,i}^{b\star,PSNEM} | 1 \leq k \leq N - 1, 1 \leq i \leq N - k\}$  sont constitués de la même manière que dans le cas du calcul à l'ultime.

Ainsi les cadences de développement sont recalculées en tenant compte de l'erreur d'estimation sur les PSNEM à partir des pseudo facteurs de développement individuels et du triangle de PSNEM :

$$\hat{f}_i^{b\star,PSNEM} = \frac{\sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM,1} \times F_{k,i}^{b\star,PSNEM}}{\sum_{k=1}^{N-i} \hat{C}_{k,i}^{b\star,PSNEM,1}} \quad (2.42)$$

La Simulation des charges ultimes futures par DROC relatives à la nouvelle survenance  $N + 1$ , en date  $t = 1$  permet d'obtenir une nouvelle diagonale dans le triangle cumulé de PSNEM vu à 1 an, qui correspond aux charges ultimes cumulées par DROC en  $t = 1$ .

Ce calcul permet d'intégrer la variance process par année de DROC.

Comme dans la projection à l'ultime, la branche Dommage Ouvrage est traitée spécifiquement compte tenu de l'importance des recours. Ce traitement reste analogue à celui précédemment appliqué.

La réévaluation des charges ultimes de PSNEM en date  $t = 1$  aboutit à :

$$\hat{C}_{i,N}^{b\star,PSNEM,1} = \hat{C}_{i,N-i+2}^{b\star,PSNEM,1} \times \prod_{j=N-i+2}^{N-1} \hat{f}_j^{b\star,PSNEM,1} \quad \forall 2 \leq i \leq N \quad (2.43)$$

Enfin, on détermine les réserves de PSNEM simulés à horizon 1 an :

$$\hat{R}^{b^*, PSNEM, 1} = \sum_{i=2}^N \left( \hat{C}_{i,N}^{b^*, PSNEM, 1} - C_{i,N-i+1}^{PSNEM, 1} \right) \quad (2.44)$$

Et au bout de  $B$  itérations, nous pouvons déduire le montant de réserve de PSNEM:

$$\hat{R}^{*, PSNEM, 1} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{R}^{b^*, PSNEM, 1} \quad (2.45)$$

Les traitements des recours et de la dernière DOC reste analogues à ce qui a été fait dans la projection à l'ultime.

### V.3.3 Application

L'objectif ici est d'avoir une visibilité sur l'exposition à un an à la fois pour la PSAP et pour la PSNEM, l'application sur la base des paramètres déjà évalués de la procédure bootstrap nous a permis de formuler les montants de *claims development result* (CDR) ainsi que les quantiles à 75% et 95% du CDR, permettant ainsi d'avoir une vision plus large du niveau de risque. Le risque de réserve à l'horizon un an est estimé sur la branche RCD à 32 140 832 €. Il faut souligner que ce montant total n'est pas la somme des CDR par année données par le tableau mais plutôt la moyenne sur les 1000 totaux provenant de chaque itération de la procédure bootstrap.

Figure V.12 – CDR PSAP à un an sur la branche RCD

Année	CDR(1): $\widehat{R}^{PSAP,1}$	CDR(1) quantile 75%	CDR(1) quantile 95%
2002	-	-	-
2003	1 796	0	643
2004	1 217	-14	616
2005	1 613	-74	827
2006	1 137	-196	940
2007	1 442	-182	716
2008	1 247	-381	456
2009	1 607	-515	585
2010	1 403	-613	275
2011	1 864	-956	75
2012	1 863	-1 106	574
2013	1 917	-1 136	-114
2014	3 433	-922	2 500
2015	1 967	-655	459
2016	2 012	-493	1 187
2017	2 617	888	3 950
2018	3 397	3 341	7 168
2019	3 521	5 912	10 093
2020	5 279	12 397	18 911

<b>Total</b>	
<b>CDR(1)</b>	<b>32 141</b>
<b>CDR(1) quantile 75%</b>	<b>13 306</b>
<b>CDR(1) an quantile 95%</b>	<b>31 363</b>

Pour la partie PSNEM, le principe reste le même que sur la partie PSAP, le montant des réserve à horizon un an est de 33 495 607 €, et respectivement 75% et 95% des CDR prédits sont égaux ou inférieurs aux valeurs 249 639 333 € et 295 554 637 €.

Figure V.13 – CDR PSNEM à un an sur la branche RCD

Année	CDR(1): $\hat{R}^{PSNEM,1}$	CDR(1) quantile 75%	CDR(1) quantile 95%
2002	-	-	-
2003	141	45	313
2004	141	122	357
2005	236	361	705
2006	254	514	884
2007	298	807	1 213
2008	499	1 701	2 382
2009	554	2 682	3 383
2010	1 008	7 183	8 319
2011	1 249	12 471	13 782
2012	1 121	11 819	13 209
2013	1 329	15 314	16 883
2014	1 425	16 371	17 821
2015	1 686	19 811	21 988
2016	2 202	24 479	27 171
2017	2 859	23 677	27 024
2018	4 007	25 195	29 909
2019	7 939	33 628	43 605
2020	30 772	65 171	111 346
<b>Total</b>			
<b>CDR(1)</b>		<b>33 496</b>	
<b>CDR(1) quantile 75%</b>		<b>249 639</b>	
<b>CDR(1) quantile 95%</b>		<b>295 555</b>	

Ainsi, le CDR associé au risque de réserve à horizon un an sur la branche RCD relative à la PSNEM est de: 33 496 439 €.

## Conclusion

Un modèle interne permet de retranscrire d'une manière cohérente les caractéristiques propres à l'activité exercée par la société d'assurance, ainsi que l'organisation et la politique mise en place. Si la phase de conception du modèle est cruciale, celle de mise en œuvre est tout aussi importante, elle doit être impérativement découpée en trois chantiers bien identifiés pour aboutir à un succès dans des délais raisonnables à savoir une phase de traitement des données, une phase de calibrage et une dernière consistant à l'implantation.

Notre objectif dans cette étude était de voir les spécificités présentées par l'assurance construction par rapport aux branches plus fréquentées en actuariat. En récapitulant les différentes étapes, nous pouvons dire que le modèle interne non vie consiste à construire un compte de résultat prospectif (pour l'année N+1) stochastique sur la base des éléments suivants :

1. Les cash-flows futurs des provisions pour sinistres en stock (risque de réserves)
2. Les cash-flows futurs de la sinistralité en brut de réassurance :
  - Les sinistres attritionnels,
  - Les sinistres graves dépassant un certain seuil ;
  - Les sinistres catastrophes;
3. Les frais de gestion de sinistres qui en découlent;
4. Les autres frais associés à l'activité (acquisition, administration, etc.);
5. L'application des traités de réassurance ;
6. L'inflation future et l'escompte au taux sans risque S2;
7. Les primes reçues et les primes cédées en réassurance;

Le modèle interne peut être vu comme un compte de résultat économique où les provisions sont évaluées en best estimate et la sinistralité future est en vision ultime (sans marge de prudence).

Le SCR de souscription correspond au quantile 99,5% de la distribution de ce résultat. suite a une agrégation avec les autres branches constituant la LoB (*line of Business*) en utilisant les structures de corrélations enseignées par les copules.

Dans l'organisation interne de GAN Assurances, Les sinistres graves sont modélisés individuellement au-delà d'un certain seuil pour prendre en compte les effets de la réassurance XS. Ainsi le périmètre modélisé se réduit aux sinistres attritionnels.

En construction, le risque de réserve porte sur l'ensemble des engagements relatifs aux contrats déjà souscrits à la date d'évaluation. ainsi, l'assureur détient en contrepartie de ces engagements les provisions PSAP et PSNEM, les méthodes usuelles n'étant pas adaptées, il est nécessaire d'utiliser des méthodes spécifiques alternatives permettant de calculer la volatilité à la fois sur les PSAP et la PSNEM d'où l'importance de tester des méthodes que celles utilisées dans le cadre de ce mémoire.

# Bibliographie

- [1] INSTITUT DES ACTUAIRES <https://www.institutdesactuaires.com/>
- [2] FREDERIC PLANCHET  
<http://http://www.ressources-actuarielles.net/>
- [3] ELNET EDITIONS LÉGISLATIVES. Assurance construction\_Elnet  
<https://jurisguide.fr/fiches-documentaires/elnet-editions-legislatives/?version=pdf>
- [4] Fédération Française du Bâtiment. *Responsabilité et Assurance Construction.*  
Août 2007
- [5] ACPR BANQUE DE FRANCE. *Solvabilité II : Principaux enseignements de la cinquième étude quantitative d'impact (QIS5).*  
*Analyses et Synthèses.*  
2011.
- [6] ACPR BANQUE DE FRANCE. *Quelques statistiques concernant le marché français de l'assurance construction (garanties dommages-ouvrage et RC décennale).*  
Février 2018
- [7] BOURRY C. *Évaluation des provisions techniques et du capital économique associé au risque de réserve en assurance construction.*  
*Mémoire d'actuaire*  
ISFA 2016
- [8] ACPR BANQUE DE FRANCE. EUROPEAN COMMISSION. *QIS5 Technical Specifications.*  
2010
- [9] YIU-KUEN TSE *International Series on Actuarial Science : Nonlife actuarial models : Theory, Models and Evaluation.*  
Cambridge University Press 2009
- [10] Fédération Française du Bâtiment. *Vers une crise majeure de l'assurance construction ? Les propositions de la FFB pour l'éviter* Août 2007
- [11] GUIRGUIS I. DUTANG C. *Introduction à l'assurance construction : Analyse de la Sinistralité, Tarification, Provisionnement.*  
2021
- [12] CHARPENTIER A. DUTANG C. *L'Actuariat avec R.*  
*Version numérique*  
Décembre 2012

- [13] DEPLANTE B. *Provisionnement et tarification en Dommages-Ouvrage. Mémoire d'actuaire ISFA 2010*
- [14] ROBERT C. *Notes de cours : théorie des valeurs extrêmes. ISFA 2018*
- [15] CHARPENTIER A. DENUIT M. *Mathématiques de l'assurance non-vie – tome 1 : Principes fondamentaux de théorie du risque. Éditions Economica 2004*
- [16] CHARPENTIER A. DENUIT M. *Mathématiques de l'assurance non-vie – tome 2 : Tarification et provisionnement. Éditions Economica 2005*
- [17] DEGIOVANNI E. *Modélisation du risque de provision engendré par les sinistres graves de l'assurance-construction. Mémoire d'actuaire ISFA 2014*
- [18] L'ARGUS DE L'ASSURANCE. *Albingia assurance construction Argus. Mai 2014*
- [19] Fédération Française des Sociétés d'Assurances. *Séminaire de 2 Octobre 2007 : Assurance Construction 2007*
- [20] CAMBON A. *Elaboration d'un modèle interne partiel concernant le risque de souscription non-vie pour tenir compte des spécificités d'une société spécialisée dans les branches longues. Mémoire d'actuaire ISUP 2010*
- [21] ACPR BANQUE DE FRANCE. *NOTICE « Solvabilité II » Provisions techniques (y compris mesures « branches longues »). 2015*
- [22] INSTITUT DES ACTUAIRES. *Conférence IA : Best Estimate Non-Vie. 2015*
- [23] MILLIMAN WHITE PAPER. *Assurance construction : Comment maîtriser ses risques dans un contexte de vive concurrence et de sinistralité élevée ? 2018.*
- [24] Journal officiel de l'Union européenne. *DIRECTIVE 2009/138/CE DU PARLEMENT EUROPÉEN ET DU CONSEIL du 25 novembre 2009 sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II) 2009.*
- [25] XAVIER MILHAUD. *Notes de cours : Bootstrap ISFA 2018.*
- [26] JurisClasseur Construction - Urbanisme. *Synthèse - Assurances construction. Octobre 2019*

- [27] Fédération Française de l'Assurances. *Tableau de bord de l'assurance en 2017*.  
2017
- [28] EFRON B. *Bootstrap Methods : Another Look at the Jackknife*.  
1979
- [29] MACK T. *Distribution-free calculation of the standard error of Chain Ladder reserve estimates*. *ASTIN Bulletin* 23, pp. 213-225.  
1993
- [30] MERZ M. WÜTHRICH M. *Modelling the claims development result for solvency purposes*.  
*Casualty Actuarial Society E-Forum*.  
2008
- [31] MARCEAU E. *Modélisation et évaluation quantitative des risques en actuariat Modèles sur une période*.  
*Springer*,  
2013
- [32] MASIELLO E. *Notes de cours : Méthodes stochastiques de calcul des réserves en assurance non vie*.  
*ISFA 2018*
- [33] MERZ M. WÜTHRICH M. *Prediction error of the expected claims development results in the Chain Ladder method*.  
2008



## Chapitre VI

# Annexes

### VI.1 Les cotisations en assurances de 2015 à 2019

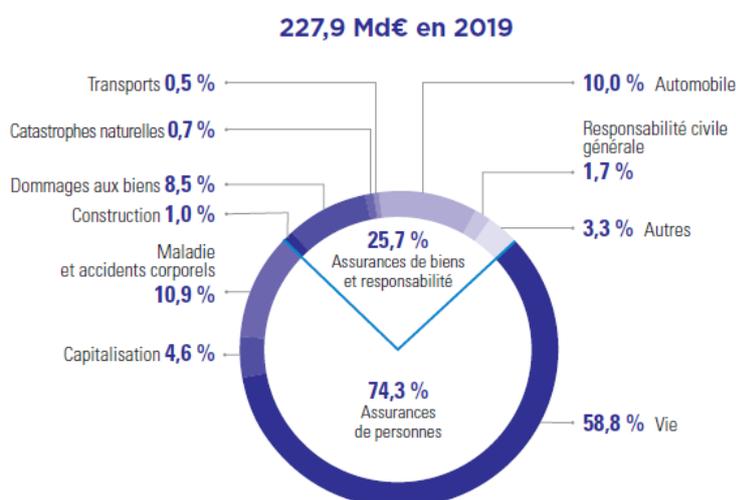
FIGURE VI.1 – Les cotisations en assurances de 2015 à 2019 source FFA

#### Cotisations

Md€	2015	2016	2017	2018	2019	19/18
<b>Ensemble assurance française</b>	<b>208,7</b>	<b>208,7</b>	<b>211,7</b>	<b>219,6</b>	<b>227,9</b>	<b>+ 3,8 %</b>
<b>Assurances de personnes</b>	<b>156,3</b>	<b>155,4</b>	<b>157,1</b>	<b>163,4</b>	<b>169,4</b>	<b>+ 3,7 %</b>
Vie et capitalisation	135,5	133,9	134,6	139,7	144,6	+ 3,5 %
Maladie et accidents corporels	20,8	21,5	22,5	23,7	24,8	+ 4,8 %
<b>Assurances de biens et de responsabilité</b>	<b>52,4</b>	<b>53,3</b>	<b>54,6</b>	<b>56,2</b>	<b>58,6</b>	<b>+ 4,2 %</b>
Automobile	20,4	20,8	21,4	22,1	22,8	+ 3,1 %
Dommages aux biens des particuliers	10,0	10,2	10,5	10,8	11,3	+ 4,3 %
Dommages aux biens des professionnels et agricoles	7,5	7,6	7,6	7,9	8,2	+ 3,8 %
Responsabilité civile générale	3,6	3,6	3,6	3,7	3,8	+ 4,7 %
Autres assurances <sup>(1)</sup>	10,9	11,1	11,4	11,7	12,5	+ 6,4 %

(1) Cat-Nat, P.J, assistance, PP, transports, construction et crédit-caution.

#### Cotisations



## VI.2 Théorème de Pickands :

Soit la densité conditionnelle par rapport au seuil  $u$  de la fonction de répartition  $\mathbb{F}$ . Alors nous avons :

$$\sup_{x \leq \tau - u} |\mathbb{F}_u(x) - \mathbb{G}_{\gamma, \sigma_u}(x)| \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} 0,$$

Où  $G$  est Generalized Pareto Distribution (*GPD*) de la forme :

$$\mathbb{G}_{\gamma, \sigma_u}(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \frac{\gamma x}{\sigma})^{-\frac{1}{\gamma}} & \text{si } 1 + \frac{\gamma x}{\sigma} > 0, \quad \gamma \neq 0 \\ 1 - \exp(-\frac{x}{\sigma}) & \text{si } \gamma = 0 \end{cases}$$

$\gamma$  est l'indice des valeurs extrêmes qui détermine le comportement de la queue de distribution et  $\sigma$  est le paramètre de la dispersion des valeurs extrêmes.

Le théorème de Pickands-Balkema-de Haan donne la forme de la loi limite pour les valeurs extrêmes : sous certaines conditions de convergence, la loi limite pour les valeurs extrêmes est une loi de Pareto généralisée. Autrement dit, la distribution des excès au-delà d'un seuil peut être uniformément approchée par une GPD.

## VI.3 Validation des hypothèses

L'objectif de cette section est de valider les hypothèses sous-jacentes au modèle, savoir les 3 hypothèses sous-jacentes au modèle de Mack, l'hypothèse supplémentaire sous-jacente à l'utilisation d'une méthode de ré-échantillonnage Bootstrap.

Le modèle de Mack repose sur les trois premières hypothèses :

Hypothèse de linéarité ;

Hypothèse de variance ;

Hypothèse d'indépendance des années de survenance ;

Hypothèse d'indépendance des années de survenance.

La vérification de ces hypothèses a été appliquée aux branches RCD et la DO.

FIGURE VI.2 – Vérification des hypothèses pour le triangle de PSAP en RCD

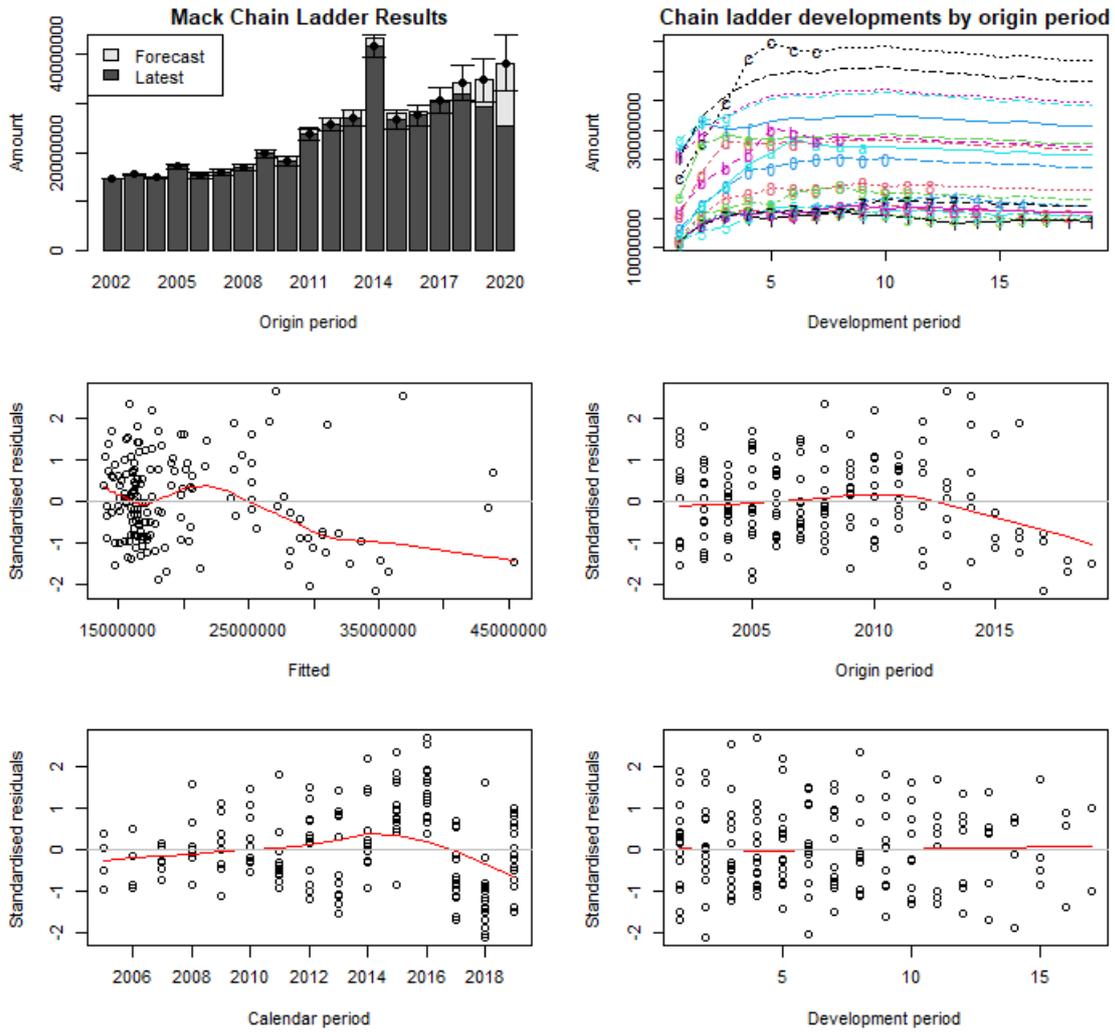


FIGURE VI.3 – Vérification des hypothèses pour le triangle de PSNEM en RCD

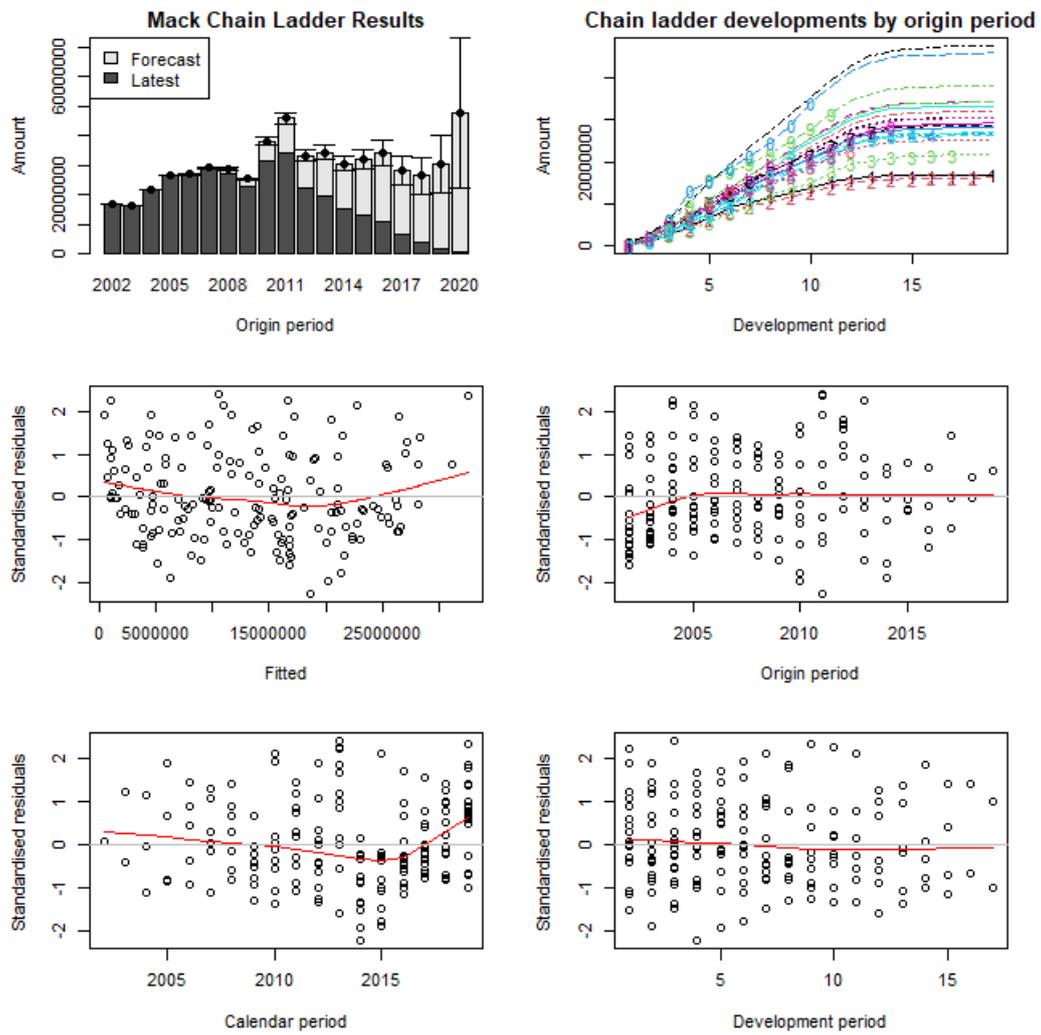


FIGURE VI.4 – Vérification des hypothèses pour le triangle de PSAP en DO

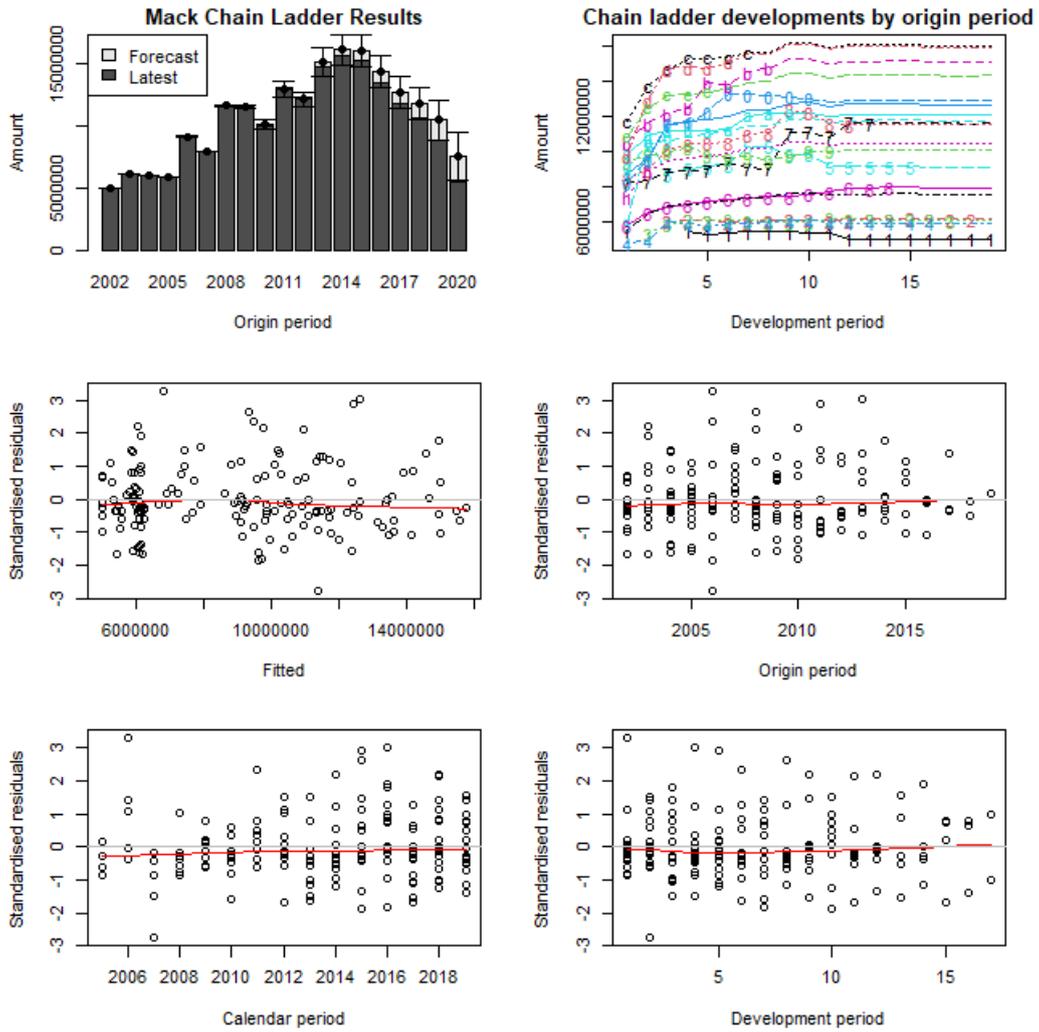


FIGURE VI.5 – Vérification des hypothèses pour le triangle de PSNEM en DO

