

Mémoire d'actuariat

Optimisation de grilles de gestion pilotée d'un PER sous contraintes de volatilité.

Lucas LIEGE

Tuteur professionnel : M. QUACH David

Tuteur académique : M. BERARD Jean

14/09/2023

Résumé

Mots clefs : Loi PACTE, Plan d'Épargne Retraite, Black & Scholes, Vasicek, Calcul stochastique, Algorithme génétique, Optimisation, Fonds euro, Unité de comptes, SRRI, SRI, Volatilité, VaR, Performance, Taux de remplacement, Grille de gestion pilotée, Gestion financière, Allocation.

En 2019, la loi PACTE a permis le développement des grilles de gestion pilotée au sein des différents Plans d'Épargne Retraite (PER), notamment par l'introduction des minimums d'allocation dans les PEA-PME. La réglementation sur la dénomination des grilles de gestion pilotée n'est pas une réelle contrainte sur le risque réel de toute la grille de gestion pilotée. En effet, la restriction ne porte que sur une partie des unités de comptes qui la composent, ainsi le risque pris par l'assuré ne correspond pas forcément à ses attentes en fonction de l'assureur chez qui il s'adresse. Ainsi, dans ce mémoire, nous proposons une méthode de construction de grilles sous contrainte de volatilité. Les allocations et la nature des fonds sont fixées au préalable et nous tentons de maximiser la performance en utilisant un algorithme génétique. Par la suite, après avoir décrit des phénomènes comme la diminution de la corrélation entre les fonds lors de la sélection, nous projetons par des méthodes stochastiques les fonds que nous avons sélectionnés pour voir les évolutions des performances et de la volatilité tout au long d'une carrière. Cela permet d'étudier l'impact des différents paramètres, comme l'âge de départ à la retraite et la fréquence d'investissement, sur les rentes nettes et les taux de remplacement réels qui en résultent.

Abstract

Keywords: PACTE law, Retirement Savings Plan, Black & Scholes, Vasicek, Stochastic Calculus, Genetic Algorithm, Optimization, Euro Funds, Unit of Accounts, SRRI, SRI, Volatility, VaR, Performance, Replacement Rate, Managed Grid, Financial Management, Allocation.

The PACTE law has allowed the development of managed management grids within different Retirement Savings Plans (PER), notably through the introduction of minimum allocations in PEA-PMEs. The regulation on the naming of managed management grids is not a real constraint on the actual risk of the entire managed management grid. Indeed, the restriction only applies to a part of the units of account that compose it, so the risk taken by the policyholder does not necessarily correspond to his expectations depending on the insurer he is addressing. Thus, in this paper, we propose a method for building grids under volatility constraint. The allocations and nature of the funds are fixed beforehand and we try to maximize performance using a genetic algorithm. Subsequently, after describing phenomena such as the decrease in correlation between funds during selection, we project by stochastic methods the funds that we have selected to see the evolution of performance and volatility throughout a career. This makes it possible to study the impact of different parameters, such as retirement age and investment frequency, on net pensions and actual replacement rates resulting from them.

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à la bonne réalisation de ce mémoire.

M. Quach David mon tuteur d'alternance a été d'une grande aide de par son expertise et son expérience.

Je remercie tout le corps enseignant de l'université de Strasbourg et en particulier M. Bérard Jean, responsable de la filière et tuteur académique de ce mémoire.

La réalisation de ce mémoire n'aurait pas non plus été possible sans les conseils avisés et le très agréable accueil que mes collègues m'ont réservé.

Un dernier merci, à ma famille et mes amis pour leurs relectures et leurs soutiens.

Introduction

Historiquement, la notion de régime de retraite, en tant que mécanisme systématique et organisé sur une base légale ou réglementaire d'octroi de prestations aux personnes âgées, est relativement récente. Qu'il s'agisse de régimes de sécurité sociale mis en place au niveau de l'ensemble d'un pays, de régimes de retraite professionnels s'adressant à tous les membres d'une profession ou encore de plans complémentaires créés au sein des entreprises, on peut affirmer qu'il s'agit essentiellement de créations du XX^{ème} siècle.

De manière générale, les régimes de retraite permettent de confier son épargne à un assureur afin de se constituer un supplément de rente viagère. Cela permet, plutôt que d'épargner soi-même et de ne pas être sûr d'avoir assez d'argent jusqu'à sa mort d'obtenir une certaine somme d'argent tout au long de sa vie peu importe sa longévité. En France, l'Etat a mis en place un système de retraite de base obligatoire de façon à ce que chaque personne puisse avoir un minimum pour vivre à partir de l'âge de départ à la retraite. Néanmoins pour certains, le passage de la rémunération d'un salaire à une rente de retraite peut s'avérer trop abrupt. Les assureurs proposent donc des produits qui permettent, à ceux qui le veulent, de cotiser plus pour avoir une rente de retraite plus importante.

En plus des produits individuels souscrits au libre choix de chacun, il existe des produits collectifs tel que le Plan Epargne Retraite (PER) Obligatoire. Dans ce cas, le souscripteur est une entreprise qui met en place le produit pour le bénéfice de tous ses salariés ou une partie d'entre eux. Tous les salariés doivent y adhérer mais conservent une part de choix dans les supports où sont investies leurs cotisations. Ce choix de support se fait parmi un panel de fonds d'investissements prévu au contrat et proposé par l'assureur sous forme de grilles de gestion pilotée.

En effet, les grilles de gestion pilotée sont des stratégies d'allocation d'actifs qui changent en fonction du nombre d'années restantes avant le départ à la retraite. Leur but est de réduire le risque pris par le salarié au fur et à mesure du rapprochement de la retraite.

Cependant, tous les salariés n'étant pas des experts de la finance, la réglementation prévoit que les assureurs proposent au moins trois types de grille de gestion pilotée pour aider l'assuré à faire son choix en fonction du risque qu'il est prêt à prendre. Malgré cela il est difficile pour l'assuré de connaître la véritable signification des dénominations de grilles, à savoir : prudentes, équilibrées et dynamiques.

Lorsque l'on regarde un peu plus dans le détail, on remarque que pour qu'une grille soit prudente plutôt que dynamique, il faut qu'il y ait une proportion plus élevée d'actifs moins risqués parmi le total investi. On peut donc se questionner sur la façon dont les assureurs choisissent le reste de la composition de la grille qu'ils proposent dans leurs produits et quelles sont les principales différences.

Des informations sont fournies à l'assuré pour l'aider dans son choix de grille. Les grilles sont composées de supports : fonds euros, unités de comptes et euro-croissance. Les Documents d'Information Clé (DIC) de chaque unité de comptes permettent d'obtenir des informations sur chaque support individuellement, mais pas sur leur combinaison au sein d'un même portefeuille ou d'une même grille.

Toutes ces questions nous interrogent sur la portée des règles de composition des grilles de gestion pilotée à leur ensemble, à l'uniformisation et à la cohérence de l'offre disponible sur le marché entre les assureurs. Ainsi, on peut se demander comment composer la gestion financière en pilotant le risque général, c'est-à-dire la volatilité de toute la grille, tout en essayant de maximiser la performance qu'elle délivrera dans le futur pour l'assuré.

Ce faisant, pour répondre à la problématique, on se propose en un premier chapitre de présenter le système de retraite en France ainsi que les produits sur lesquels porteront cette étude afin de délimiter le cadre et notre marge de manœuvre. Puis, en un deuxième chapitre, nous étudierons les limites de la réglementation, établirons un comparatif des offres du marché et proposerons une méthode pour sélectionner les fonds sous contrainte de volatilité de la grille. Et enfin, dans le troisième et dernier chapitre, nous projeterons les unités de comptes sélectionnées de façon à voir l'impact de notre sélection sur toute la durée de vie d'un Plan d'Épargne Retraite Obligatoire.

Table des matières

1	Chapitre 1 : Présentation de la retraite en France	9
1.1	Définition de la retraite.....	9
1.1.1	Les trois piliers	9
1.1.2	Les prestations d'un régime de retraite	10
1.1.3	Les méthodes de financement	10
1.1.4	Les grandes dates des régimes de retraite obligatoire	13
1.2	Le pilier 1 et la retraite obligatoire en France.....	15
1.2.1	Panorama des régimes de retraites.....	15
1.2.2	Fonctionnement de la CNAV	16
1.2.3	Fonctionnement de l'AGIRC-ARRCO.....	17
1.3	Le passage de la retraite obligatoire à la retraite individuel et collective	17
1.4	Les produits de retraite collective	20
1.4.1	Panorama des produits de retraite collective	20
1.4.2	Précisions sur le PERO	22
1.5	Conclusion.....	28
2	Chapitre 2 : Les enjeux de la réglementation des grilles de gestion pilotée et la prise en compte de leur volatilité dans la sélection des fonds	29
2.1	Les limites de la réglementation d'une grille de gestion pilotée	29
2.1.1	Présentation de la réglementation.....	29
2.1.2	Le passage du SRRI au SRI.....	33
2.1.3	Les contraintes de construction des grilles limitent-elles la volatilité et les performances ?.....	36
2.2	Etat des lieux des grilles de gestion pilotée du marché.....	39
2.2.1	Présentation des données	39
2.2.2	Analyse de la volatilité.....	40
2.2.3	Analyse des performances.....	42
2.3	Optimisation de la performance des grilles sous contrainte de volatilité	45
2.3.1	Présentation des données	45
2.3.2	Traitement et nettoyage de la base	47
2.3.3	Définition des contraintes	49
2.3.4	Sélection des fonds.....	49
2.4	Conclusion.....	63
3	Chapitre 3 : Projections des unités de comptes et résultats au sein d'un PERO	64

3.1	Projections à long terme.....	64
3.1.1	Projections des fonds actions.....	64
3.1.2	Projections des fonds obligataires.....	66
3.1.3	Matrice de corrélation de Cholesky (pour la projection des grilles)	69
3.1.4	Projection des autres fonds.....	70
3.1.5	Projection du fonds euros	70
3.2	Application sur les grilles optimisées.....	71
3.2.1	Les frais	71
3.2.2	Projection sur une carrière complète.....	73
3.2.3	Calcul de la rente ou du montant de capital de sortie	86
3.2.4	Taux de remplacement.....	90
3.3	Sensibilité.....	91
3.3.1	Impact de l'âge de départ à la retraite (sensibilité du αx)	91
3.3.2	Impact du passage de 62 à 64 ans : allongement de carrière de 2 ans.....	92
3.3.3	Impact de la fréquence de paiement des primes.....	95
3.3.4	Impact de l'inflation.....	97
3.4	Conclusion.....	98
4	Conclusion	99
5	Bibliographie.....	101
6	Annexes	102

1 Chapitre 1 : Présentation de la retraite en France

1.1 Définition de la retraite

1.1.1 Les trois piliers

La conception moderne en matière de régimes de retraite repose sur trois piliers. Un régime évolué de retraite repose sur trois composantes, complémentaires et de nature très différente :

- Un premier pilier : la sécurité sociale organisée au niveau général d'un pays et permettant d'octroyer un premier niveau de base en matière de pension.
- Un second pilier : les régimes professionnels organisés au sein d'une entreprise ou d'un secteur d'activité, octroyant à chacun des affiliés de ces régimes un complément à la sécurité sociale.
- Un troisième pilier : l'épargne individuelle organisée au libre choix de chacun.

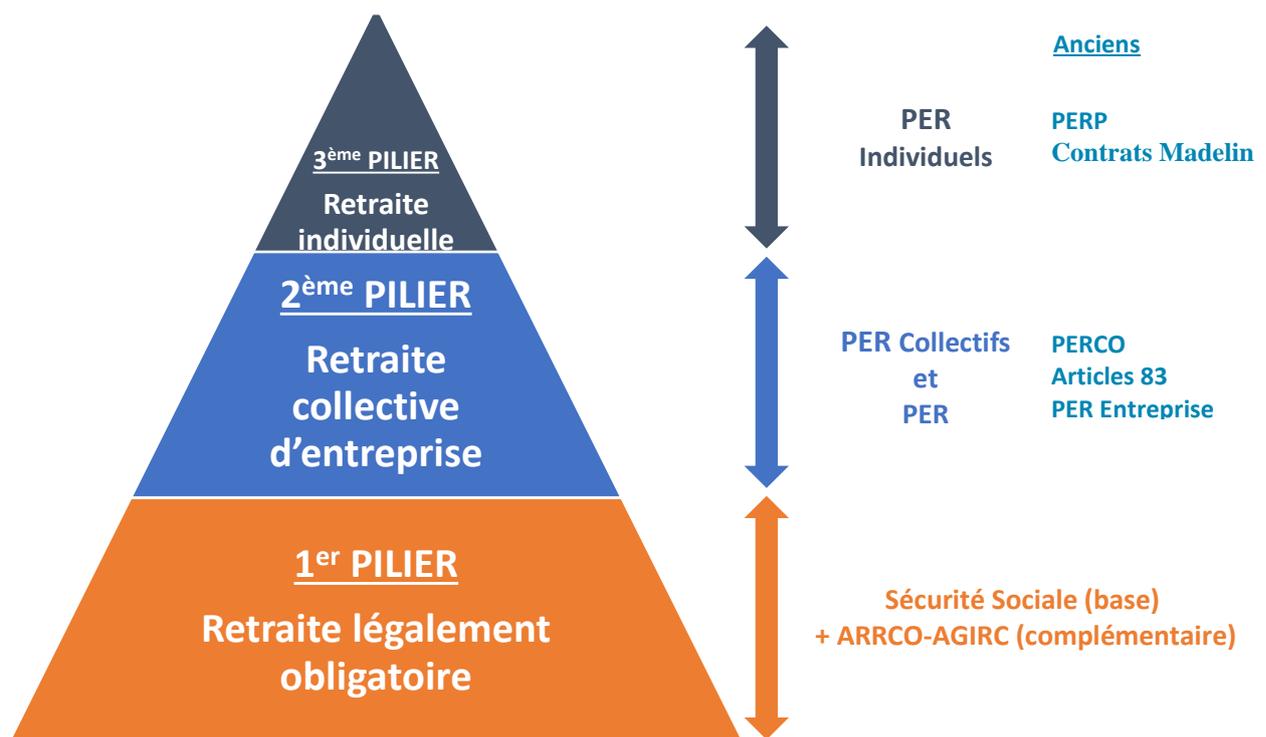


Figure 1 - Pyramide de l'organisation des différents régimes de retraite en France

1.1.2 Les prestations d'un régime de retraite

On distingue deux grands systèmes qui diffèrent dans la façon dont les avantages à la retraite sont calculés au profit des affiliés :

- les régimes à prestations définies
- les régimes à cotisations définies

Il existe aussi des systèmes intermédiaires hybrides mais nous ne nous y attarderons pas.

1.1.2.1 Les régimes à prestations définies

Ces régimes, basés sur une optique de revenu de remplacement, définissent explicitement les prestations octroyées en fonction de différents paramètres tels que la durée d'affiliation et les salaires d'activité.

Les prestations étant ainsi définies, il s'agit de les financer. Le financement des régimes à prestations définies est l'un des aspects les plus importants de la théorie actuarielle des pensions.

L'avantage de ces régimes est la transparence vis-à-vis des affiliés, parfaitement au fait du niveau des prestations qu'ils recevront. Inversement, le coût est à priori inconnu, par exemple en cas de changement de table de mortalité.

1.1.2.2 Les régimes à cotisations définies

Ces régimes, basés plutôt sur une optique d'épargne, définissent les cotisations qui seront versées au régime. Les prestations obtenues en découlent selon des règles définies. C'est donc ici le niveau du financement qui est défini à priori, les prestations devant être adaptées afin d'assurer l'équilibre du régime.

L'avantage de tels régimes est bien sûr la maîtrise du coût, connu dès le début. Le prix à payer est une relative insécurité pour les affiliés sur le niveau des prestations octroyées par le régime.

1.1.3 Les méthodes de financement

Dans un plan à prestations définies, une fois les prestations fixées, il s'agit de définir la façon de les financer, autrement dit de calculer les cotisations à verser en vue d'honorer les promesses du régime. De même dans un plan à cotisations définies, il y a lieu, à partir des cotisations, de déterminer les prestations dues.

La liaison entre prestations et cotisations dans un régime de retraite est basée sur deux notions fondamentales qui sont la communauté de risque et la relation d'équivalence actuarielle.

La communauté de risque est un sous-ensemble de la population rendu solidaire dans le financement de la retraite.

La relation d'équivalence actuarielle exprime alors pour chacune des communautés de risque, l'équilibre entre prestations et cotisations : la valeur actuelle des cotisations pour la communauté est égale à la valeur actuelle des prestations pour la communauté.

On peut déjà remarquer que, contrairement aux principes actuariels classiques utilisés en assurance vie, on ne demande nullement nécessairement un équilibre moyen cotisation/prestation au niveau de chaque individu. L'équivalence est jugée au niveau d'un collectif à définir.

Pour visualiser les communautés de risque, un outil utile est le diagramme de Lexis, il s'agit d'un graphique à deux dimensions, l'abscisse représentant le temps courant, l'ordonnée l'âge.

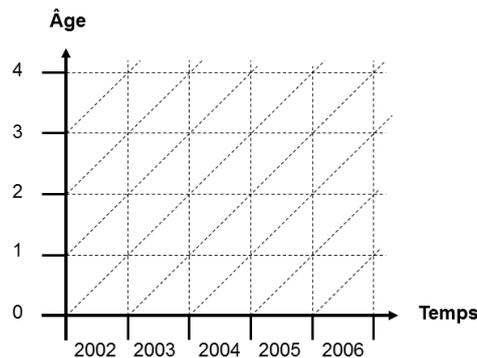


Figure 2 – Diagramme de Lexis vide¹

Dans ce graphe une ligne de vie représente l'évolution d'un individu au cours du temps.

On peut distinguer deux classes de méthodes extrêmes engendrées par des communautés de risques très différentes.

1.1.3.1 La capitalisation

L'équilibre cotisation/prestation est réalisé au niveau de chaque ligne de vie d'un individu. On peut donc dire que chacun finance sa propre retraite. S'il y a solidarité c'est au niveau de la cohorte de tous les individus nés la même année au travers de l'utilisation d'une table de mortalité.

Dans un diagramme de Lexis une communauté de risque est alors une diagonale dans le diagramme de Lexis.

¹ https://fr.wikipedia.org/wiki/Diagramme_de_Lexis

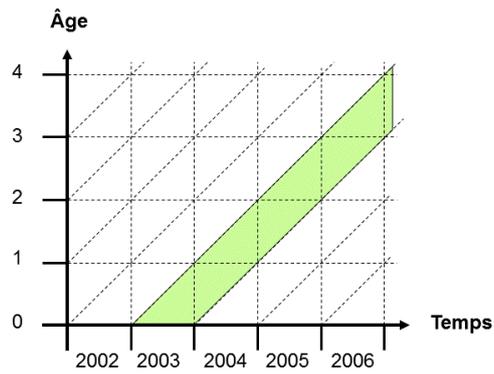


Figure 3 – Diagramme de Lexis illustrant la capitalisation²

1.1.3.2 La répartition

L'équilibre cotisation/prestation est réalisé à chaque instant, en mettant en parallèle les cotisations versées par les actifs et les prestations à verser aux retraités. La communauté de risque est donc constituée de l'ensemble des cotisants et bénéficiaires existant à un même instant. Elle est représentée par une verticale dans le diagramme de Lexis.

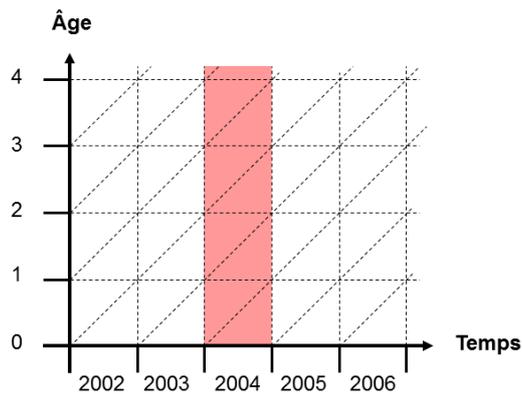


Figure 4 – Diagramme de Lexis illustrant la répartition³

² https://fr.wikipedia.org/wiki/Diagramme_de_Lexis

³ https://fr.wikipedia.org/wiki/Diagramme_de_Lexis

1.1.3.3 Caractéristiques des méthodes de financement

Les deux méthodes de financement que nous avons vu répondent à des problématiques différentes et ne s'adaptent pas aux mêmes situations.

Critère	Répartition	Capitalisation
Inflation	Résistance à l'inflation	Dépendance forte à l'inflation
Evolution démographique	Dépendance forte à l'évolution démographique	Résistance à l'évolution démographique
Solidarité	Solidarité intergénérationnelle	Equité au niveau individuel
Pérennité	Hypothèses sous-jacente de pérennité du système	Pérennité non indispensable
Rétroactivité	Rétroactivité facile en cas de création d'un régime	Rétroactivité difficile en cas de création d'un régime
Provisions	Peu de provisions	Provisions importantes
Mise en place	Effet immédiat de la rente	Inertie de la mise en place de la rente

Tableau 1 - Caractéristiques des méthodes de financement

Le tableau ci-dessus présente donc des caractéristiques plutôt opposées entre les deux méthodes de financement. Notre régime de retraite obligatoire a été mis en place dans l'après-guerre et nous voyons bien que, dans ce contexte, c'était le régime de répartition qui répondait aux problématiques de l'époque, surtout par l'effet immédiat de la rente. Depuis, ces régimes ont évolué au fur et à mesure de la promulgation de nouvelles lois.

1.1.4 Les grandes dates des régimes de retraite obligatoire

Les dates les plus marquantes depuis la fin de la seconde guerre mondiale sont les suivantes :

- Ordonnance du 4 octobre 1945 : naissance de la Sécurité Sociale :
 - Age de départ initial : 65 ans / Calcul sur les 10 meilleures années
 - Les professions déjà couvertes conservent leurs particularités (artisans, commerçants, etc)
- 14 mars 1947 : instauration d'une retraite complémentaire pour les cadres (AGIRC)
- 8 décembre 1961 : Accord National instaurant une retraite complémentaire pour tous les salariés (ARRCO)
- 4 juillet 1975 : loi généralisant à l'ensemble de la population active, l'assurance vieillesse obligatoire
- Ordonnance du 26 mars 1982 : instauration d'un départ possible dès 60 ans
- 21 août 2003 : loi "Fillon" portant sur la réforme des retraites :
 - Augmentation progressive de la durée de cotisation des régimes de base pour bénéficier du taux plein
 - Dispositif "Carrières longues" (avant 60 ans)
 - Réduction fiscale pour les PERP et les dispositifs de retraite
- 9 novembre 2010 ; recul progressif de l'âge légal de départ à la retraite de 60 à 62 ans

- 1er janvier 2019 : fusion des régimes AGIRC et ARRCO

- Application d'un coefficient de minoration/majoration sur l'AGIRC-ARRCO

- Loi de financement de la sécurité sociale du 14 avril 2023 : Réforme des retraites : recul de l'âge de départ à la retraite de 62 à 64 ans en 2030 et suppression de certains régimes spéciaux

Par cette frise chronologie des évolutions règlementaires des régimes de retraite obligatoire, nous observons globalement au fil du temps le durcissement de la fiscalité et des règles, qui poussent petit à petit à augmenter l'âge de départ à la retraite, et non à diminuer le montant de la rente. Ce durcissement a donc tendance à pousser les produits du pilier 2 de la Figure 1 pour compenser les pertes règlementaires sur le montant de la rente ou le taux de remplacement.

1.2 Le pilier 1 et la retraite obligatoire en France

Nous avons vu le fonctionnement général des régimes de retraite. Cette partie se focalisera sur le cas de la France.

1.2.1 Panorama des régimes de retraites

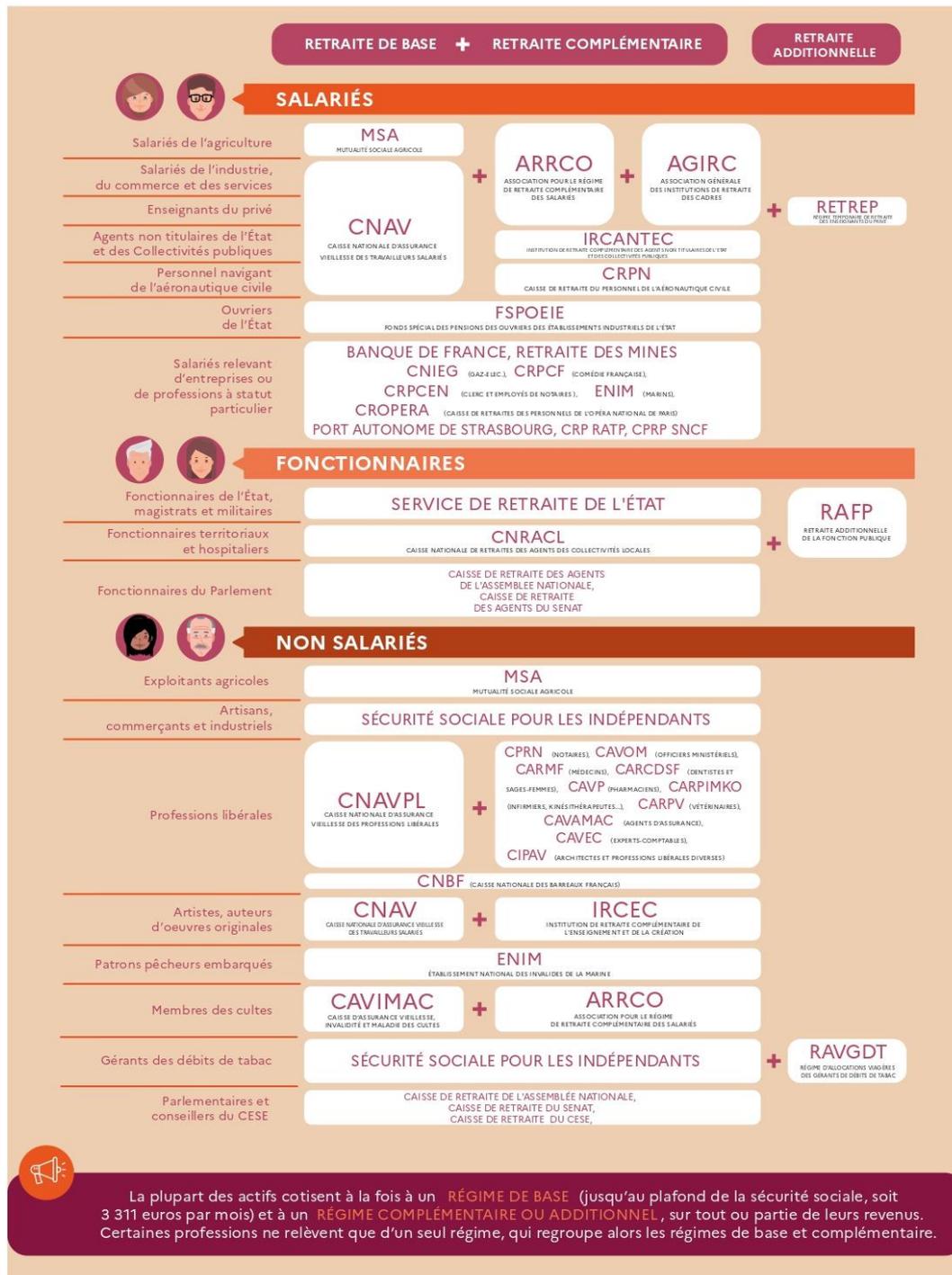


Figure 5 - Les différents régimes de base de retraite en France

La Figure 5 met en valeur la complexité et la diversité des régimes obligatoires de retraite. Historiquement la plupart des régimes sont issus de d'avantage sociaux mis en place par les entreprises, d'où la présence d'autant de régimes différents.

D'après l'édition 2022 du recueil statistique du régime général, il y a 14,9 millions de retraités au régime général. Egalement, 80% des résidents en France de 62 ans ou plus perçoivent une pension du régime général. Il y a beaucoup de régimes diverses, nous décidons d'expliquer uniquement la CNAV (Caisse Nationale d'Assurance Vieillesse) et l'AGIRC-ARRCO (Association Générale des Institutions de Retraite des Cadres – Association pour le Régime de Retraite Complémentaire des Salariés) qui sont les plus représentés.

1.2.2 Fonctionnement de la CNAV

La CNAV est la caisse de la sécurité sociale qui s'occupe de la retraite obligatoire du régime général.

1.2.2.1 Calcul de la rente

Voici comment se calcule la rente de la CNAV au moment de la liquidation de la retraite :

$$Rente = SAM * Taux * \frac{Min(DA, N)}{N} * (1 + surcote) * (1 + majoration)$$

Avec :

- SAM = Salaire Annuel Moyen : Moyenne en euros brut des 25 meilleurs salaires plafonnés au PASS et revalorisés
- Taux = pourcentage octroyé selon les trimestres tous régimes (50% maximum)
- $\frac{Min(DA, N)}{N}$: Prorata de durée d'assurance : ratio compris entre 0 et 1 selon les trimestres CNAV acquis :
 - o DA : Durée d'assurance, nombre de trimestres acquis par le salarié auprès de la CNAV
 - o N : nombre de trimestres requis selon l'année de naissance
- Surcote : pourcentage selon l'âge atteint et le nombre de trimestres supplémentaires
- Majoration : pourcentage de majoration pour enfants (10% à partir de 3 enfants, puis 5% supplémentaire par enfant)

Premièrement, on remarque que cette rente a un maximum égal à la moitié du Salaire Annuel Moyen sans prendre en compte les surcotes et les majorations. L'objectif de la CNAV est de gérer le régime de retraite de base des salariés du secteur privé. La formule de calcul de la rente encourage fortement la complétion du nombre de trimestres. La valeur $\frac{Min(DA, N)}{N}$ applique une décote de plus de 2% par année de départ anticipé par rapport au taux plein si l'on considère une carrière complète de 43 ans.

1.2.3 Fonctionnement de l'AGIRC-ARRCO

Le régime AGIRC-ARRCO est un régime à cotisations définies fonctionnant par points. Il s'agit du complément de la retraite de base pour les salariés de l'agriculture, les salariés de l'industrie, du commerce et des services et les enseignants du privé. Cela représente une très grande partie du secteur privé. Tout au long de sa carrière, le salarié acquiert des points sur son compte individuel au prix de la valeur d'achat du point qui est, à titre indicatif, de 17,4316⁴ euros en 2023. Au moment de son départ en retraite, le total de points est converti en rente viagère selon la valeur de service du point qui est fixé à 1,3498⁵ pour 2023. Sans compter le taux d'appel, on remarque que la rentabilité pour le bénéficiaire du régime est plutôt faible. En divisant la valeur de service du point par sa valeur d'achat on obtient le rendement plutôt faible de 7,74%. En réalité, ce rendement est plutôt élevé, puisqu'il s'agit d'un taux de rendement instantané.

1.2.3.1 Calcul de la rente

Voici donc la formule de calcul de la rente associée à l'AGIRC-ARRCO

$$\text{Pension annuelle brute} = \text{Nbr total de points} * \text{Coefficient de majoration} * \text{valeur de service du point} + \text{Majoration pour enfants}$$

Les cotisations AGIRC-ARRCO sont payées par le salarié et l'employeur. Elles sont assises sur la rémunération brute du salarié, découpée en 2 tranches : La première jusqu'à 1 PMSS et la seconde de 1 à 8 PMSS.

Les cotisations sociales AGIRC-ARRCO sont composées :

- D'une cotisation légale AGIRC-ARRCO qui sera utilisée pour le calcul des points
- D'une Contribution d'Equilibre Générale (CEG) qui ne donne aucun droit
- D'une Contribution d'Equilibre Technique (CET) qui ne donne aucun droit

Chaque année la valeur d'achat du point AGIRC-ARRCO est revue tout comme la valeur de service du point.

1.3 Le passage de la retraite obligatoire à la retraite individuel et collective

Nous avons présenté les régimes de base les plus courants et nous avons remarqué que la CNAV atteignait rapidement son plafond. Le rendement de l'AGIRC-ARRCO est bon, cependant, la majorité de la retraite est représentée par la CNAV. Ainsi, on commence à voir apparaître l'intérêt de mettre en place des régimes complémentaires pour que les revenus de retraite se rapprochent plus des revenus de la vie active.

Le taux de remplacement d'un individu se définit simplement comme le rapport du montant de la rente de retraite et du dernier salaire touché par cet individu. Il permet de quantifier la baisse de revenu d'un individu à son passage à la retraite.

⁴ <https://www.service-public.fr/particuliers/actualites/A15237>

⁵ <https://www.service-public.fr/particuliers/actualites/A15237>

Regardons historiquement l'évolution de ce taux.

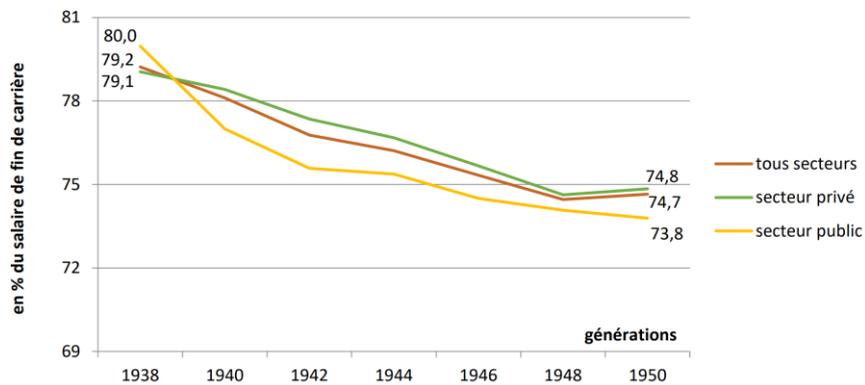


Figure 6 – Taux de remplacement médian par génération pour les retraités, anciens salariés, à carrière complète

A noter que dans la Figure 6 ci-dessus, issue du rapport annuel « Evolutions et perspectives des retraites en France » du Conseil d’Orientation des Retraites⁶ de juin 2023, c’est le régime de fin de carrière qui est retenu et les régimes spéciaux sont comptabilisés dans le secteur public.

Nous remarquons une baisse de l’ordre de 5% de taux de remplacement entre les générations de 1938 et 1950. En effet, nous voyons que le taux de remplacement baisse globalement. Cela a pour effet de rendre encore plus nécessaire les régimes complémentaires individuels ou collectifs.

Plusieurs facteurs expliquent cette baisse du taux de remplacement, et notamment l’allongement de l’espérance de vie, qui est principalement due à un allongement de l’espérance de vie en bonne santé.

Le Conseil d’Orientation des Retraites nous fournit les graphiques suivants :

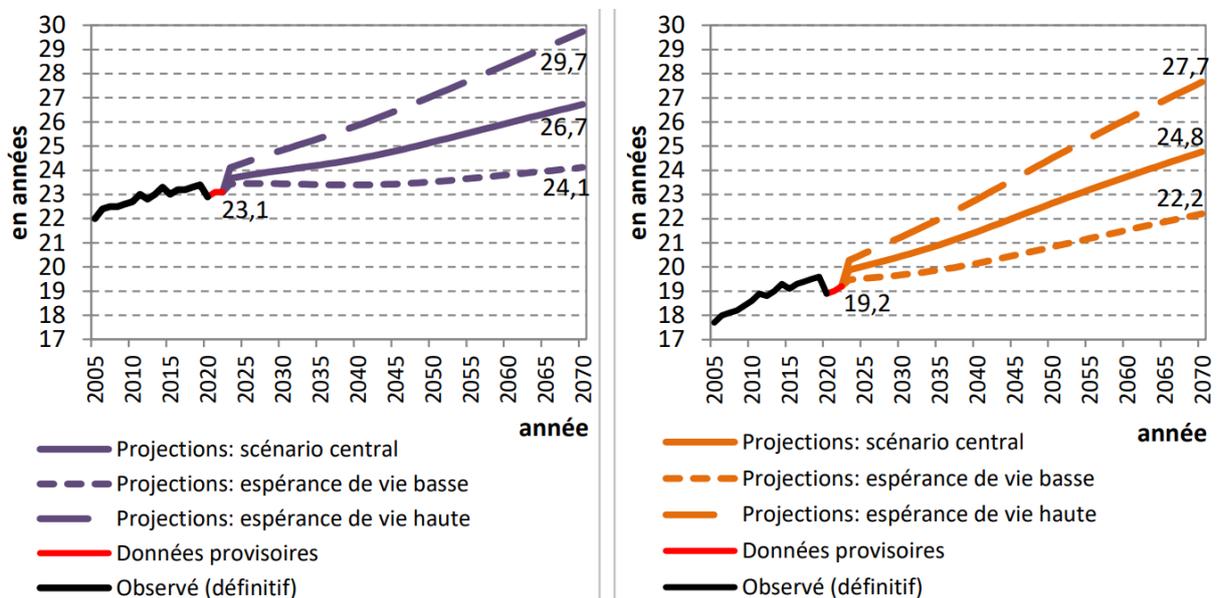


Figure 7 – Espérance de vie instantanée à 65 ans observée puis projetée à gauche pour les femmes et à droite pour les hommes

La Figure 7 nous permet de voir l’évolution de l’espérance de vie instantanée à 65 ans. Nous remarquons une hausse dans les données historiques et donc dans les projections. L’espérance de vie

⁶ https://www.cor-retraites.fr/sites/default/files/2023-08/RA_2023_Def.pdf

instantanée à 65 ans passerait de 23,1 en 2020 à 26,7 en 2070. Sur la période la plus récente nous observons un comportement plutôt proche de la projection basse, mais cela reste en hausse.

C'est ainsi que les produits de retraites collective et individuelle viennent compléter les régimes obligatoires et les rendent de plus en plus attrayants.

1.4 Les produits de retraite collective

1.4.1 Panorama des produits de retraite collective

En 2019, l'encours global sur les produits d'épargne retraite était d'environ 220 milliards d'euros, contre plus de 1700 milliards pour l'assurance vie et plus de 400 milliards pour les différents livrets réglementés. Ces écarts laissent transparaître un besoin d'uniformisation de la retraite supplémentaire. La loi PACTE (Plan d'Action pour la Croissance et la Transformation des Entreprises) a en partie pour but de répondre à ce besoin. Cette loi a été adoptée par le parlement le 11 avril 2019 puis promulguée le 22 mai 2019.

Son objectif est de faciliter la croissance des entreprises, en améliorant la transmission et le partage de la valeur créée, et de développer l'épargne retraite. Elle permet également aux stratégies des entreprises de mieux intégrer les enjeux sociaux et environnementaux. Nous présenterons ici les apports de la loi PACTE sur l'épargne retraite. Avant de présenter les nouveaux produits instaurés par la loi PACTE, qui seront lancés le 1^{er} octobre 2019, regardons tout d'abord les anciens produits de retraite, dont la commercialisation a été arrêtée le 1^{er} octobre 2020.

1.4.1.1 La transformation des produits par la loi PACTE

Les principaux produits de retraite antérieurs à la loi PACTE sont :

- L'article 83
- Le PERCO (Plan d'Epargne Retraite Collectif)
- Le PERP (Plan d'Epargne Retraite Populaire)
- Le contrat Madelin

L'article 83 du Code Général des Impôts est un contrat d'assurance de groupe à adhésion obligatoire. C'est un régime de retraite par capitalisation à cotisations définies. Son but est de fournir aux salariés de l'entreprise souscriptrice un complément de retraite sous forme de rente. Son principal avantage est la déductibilité des primes des impôts. Cela permet de les payer sur la rente et non les primes, comme tous les autres produits PER. Les bénéficiaires d'un tel régime peuvent être tous les salariés d'une entreprise ou simplement une partie d'entre eux, on parle alors de catégorie objective. L'article 83 est alimenté par des versements de l'employeur et potentiellement de l'employé. La liquidation du produit s'effectue uniquement en rente viagère. Un rachat est possible mais uniquement en cas de force majeure.

Le PERCO est également un produit collectif contracté par une entreprise pour l'ensemble de ses salariés, mais l'adhésion n'est pas obligatoire. Ainsi, ce contrat peut être alimenté de multiples manières, parmi lesquelles : des versements volontaires, un Compte Epargne Temps (CET), de l'intéressement et de la participation de la part du salarié, ou encore un complément de l'employeur. Ce produit offre une plus grande liberté dans sa méthode de liquidation que l'article 83 puisqu'il permet une sortie en rente viagère ou en capital. Le déblocage anticipé est possible en cas d'achat d'une résidence principale ou en cas de force majeure.

Le PERP est un produit individuel alimenté par des versements volontaires. Ses possibilités de sortie sont plus spécifiques. Il offre la possibilité d'une sortie en rente viagère ou sous forme de rente viagère

et de capital avec un capital dont le montant ne peut excéder 20% de l'épargne. Comme pour les autres produits, le rachat anticipé du contrat est possible mais seulement dans des cas exceptionnels comme l'invalidité, le décès de l'époux, le surendettement, etc.

Enfin, il vient le contrat Madelin. Il permet aux Travailleurs Non-Salariés (TNS) de se constituer un supplément de retraite. C'est un régime de retraite individuel par capitalisation. Son principal avantage est que le plafond de déduction fiscale est d'autant plus haut que le salaire du TNS est élevé. Il est alimenté par des versements réguliers. Ce contrat offre une grande flexibilité. En effet, il est possible de le transférer vers un autre Madelin, un article 83 ou un PERP. La liquidation d'un contrat Madelin se fait uniquement sous forme de rente viagère.

La loi PACTE a introduit trois nouveaux produits pour remplacer les quatre précédents :

- Le PERIN pour Plan d'Epargne Retraite Individuel,
- Le PERCOL pour Plan d'Epargne Retraite Collectif,
- Le PERO pour Plan d'Epargne Retraite Obligatoire.

Ainsi :

- Le PERIN remplace le PERP et le contrat Madelin,
- Le PERCOL remplace le PERCO,
- Le PERO remplace l'article 83.

Pour le PERCOL et le PERO, qui sont des produits collectifs, ils se déclinent en deux catégories : les PER compte-titres et les PER assurantiels. La différence majeure entre les deux provient de la présence ou non du fonds euros. Les PER assurantiels sont proposés par les assureurs et intègrent dans leur gestion pilotée un fonds euro, qui a la spécificité d'avoir le capital garanti par l'assureur, tandis que les PER compte-titres sont, de manière générale, proposés par les gestionnaires d'actifs et n'intègrent pas de fonds euros dans leur gestion pilotée.

C'est le PER assurantiel qui va nous intéresser dans la suite du mémoire.

1.4.1.2 Fonctionnement des PER PACTE

Pour les trois PER présentés dans la partie précédente, à savoir le PERIN, le PERCOL et Le PERO, l'alimentation des régimes se scinde en trois compartiments présentant le même fonctionnement pour l'ensemble des produits :

- Le compartiment des versements volontaires :

Il contient tous les versements volontaires du bénéficiaire du régime, qu'ils soient ponctuels ou programmés. Il reçoit également les transferts d'autres PER. Le PERIN est le seul compartiment qui peut être alimenté directement sans transfert.

- Le compartiment de l'épargne salariale

Ce compartiment recueille tous les versements issus de l'intéressement, de la participation et des jours de congés placés sur le CET. L'abondement⁷ permet également d'alimenter ce compartiment, mais uniquement pour le PERCOL.

- Le compartiment des versements obligatoires

L'alimentation directe du compartiment des versements obligatoires concerne uniquement le PERO puisque c'est le seul PER dont l'adhésion et donc les cotisations sont obligatoires. En plus de l'entreprise, le salarié peut alimenter ce compartiment en fonction de la répartition de la charge entre ces deux entités.

Voici un tableau qui résume les transferts possibles entre les compartiments et les méthodes d'alimentation de chaque :

	PERIN	PERCOL	PERO
Compartiment des versements volontaires	-Versements ponctuels ou programmés -Transfert depuis le compartiment des versements volontaires d'un autre PER	-Versements ponctuels ou programmés -Transfert depuis le compartiment des versements volontaires d'un autre PER	-Versements ponctuels ou programmés -Transfert depuis le compartiment des versements volontaires d'un autre PER
Compartiment de l'épargne salariale	-Transfert depuis le compartiment de l'épargne salariale d'un autre PER	-Intéressement, participation, abondement et CET -Transfert depuis le compartiment de l'épargne salariale d'un autre PER	-Intéressement, participation et CET -Transfert depuis le compartiment de l'épargne salariale d'un autre PER
Compartiment des versements obligatoires	-Transfert depuis le compartiment des versements obligatoires d'un autre PER	-Transfert depuis le compartiment des versements obligatoires d'un autre PER	-Cotisations obligatoires versées par l'employeur et le salarié -Transfert depuis le compartiment des versements obligatoires d'un autre PER

Tableau 2 - Transferts entre les différents compartiments des PER

1.4.2 Précisions sur le PERO

1.4.2.1 Fonctionnement et mise en place

Le PERO (Plan Epargne Retraite Obligatoire) est un contrat d'épargne retraite collectif, à long terme, à cotisations définies et par capitalisation. Il s'agit pour chaque adhérent du régime d'un compte individuel bloqué jusqu'à l'âge de départ à la retraite. Il est principalement alimenté par les versements obligatoires. On peut également y ajouter des versements volontaires, de la participation ou de l'intéressement. Les sommes bloquées jusqu'au départ à la retraite sont investies sur un portefeuille de valeurs mobilières en euros ou en unités de compte.

⁷ L'abondement est un versement effectué par l'employeur pour compléter les versements des salariés sur un plan d'épargne salariale de retraite.

Le PERO n'est pas forcément destiné à l'ensemble des salariés d'une entreprise. Si tel est le cas, pour que l'employeur profite des bénéfices fiscaux du dispositif, les catégories de bénéficiaires, dites objectives, doivent être choisies parmi les 5 suivantes :

- Catégorie définie par référence à l'appartenance aux catégories de cadres et de non-cadres, par référence aux définitions des articles 4, 4 bis et 36 de l'annexe I de la convention sur les régimes de retraite complémentaire AGIRC.
- Catégorie définie par référence aux seuils de rémunération déterminés par référence aux tranches de rémunération AGIRC-ARRCO. La seule référence à une classification interne de rémunération ne peut suffire à constituer une catégorie objective de salariés.
- Catégorie définie par référence dans les classifications professionnelles des conventions de branche ou les accords professionnels ou interprofessionnels.
- Catégorie définie par référence au niveau de responsabilité, le type de fonctions ou le degré d'autonomie dans le travail des salariés correspondant aux sous-catégories des conventions de branche, ou les accords professionnels ou interprofessionnels.
- Catégorie définie par référence au critère de l'appartenance aux catégories définies clairement et de manière non restrictive à partir des usages constants, généraux et fixes en vigueur dans la profession.

En plus de l'intérêt de la forme de la rente viagère le produit a également un intérêt fiscal.

1.4.2.2 Fiscalité

Nous présentons ici la fiscalité applicable à un contrat PERO. L'atout majeur est le report du paiement des impôts au moment de la sortie en capital ou à chaque versement de rente.

La part de l'épargne retraite issue de l'épargne salariale a des limites d'exonération fiscale. Tout dépassement de cette limite est considéré comme « non exonéré ». Ainsi, le traitement fiscal à la sortie sera différent.

		Sortie en capital		Sortie en rente
		Fiscalité sur la part issue des versements	Fiscalité sur la part issue des plus-values	
Versements obligatoires de l'entreprise	Impôts sur le revenu	Sortie en capital uniquement si la rente est inférieure à 100€ par mois		La rente est soumise à l'impôt sur le revenu et bénéficie de l'abattement de 10% sur les revenus
		Ajout aux revenus à déclarer, soumis au barème progressif	Prélèvement Forfaitaire Unique de 12,8% ou ajout de la plus-value aux revenus à déclarer, soumis au barème progressif	
	Prélèvements sociaux	Application d'une retenue de 10,1%	Application d'une retenue de 17,2% sur la part de plus-value	Application d'une retenue de 10,1% sur l'intégralité de la rente
Epargne salariale exonérée	Impôts sur le revenu	Exonérée		Seule une fraction(*) de la rente est soumise à l'impôt sur le revenu
	Prélèvements sociaux	Exonérée	Application d'une retenue de 17,2% sur la part de plus-value	Application d'une retenue de 17,2% sur une fraction de la rente
Epargne salariale non exonérée	Impôts sur le revenu	Exonérée	Prélèvement Forfaitaire Unique de 12,8% ou ajout de la plus-value aux revenus à déclarer, soumis au barème progressif	Seule une fraction(*) de la rente est soumise à l'impôt sur le revenu
	Prélèvements sociaux	Exonérée	Application d'une retenue de 17,2% sur la part de plus-value	Application d'une retenue de 17,2% sur une fraction(*) de la rente

Tableau 3 – Fiscalité de sortie du PERO

(*) la fraction dépend de l'âge au moment de la liquidation de la rente :

Moins de 50 ans	Entre 50 et 59 ans	Entre 60 et 69 ans	Plus de 69 ans
70%	50%	40%	30%

Tableau 4 – Fractions dépendantes de l'âge de départ à la retraite

1.4.2.3 Les grilles de gestion pilotée

Le but d'un Plan Epargne Retraite n'est pas seulement d'optimiser fiscalement une épargne pour sa retraite. Il y a un enjeu sur les sommes investies. Au total, à fin mars 2023, l'encours total des PER est de 51,4 milliards, d'après FRANCE ASSUREURS. Cela représente presque le double de l'encours en octobre 2021 qui était de 26,1 milliards d'euros. Historiquement, la plupart des PER étaient investis dans des fonds monétaires, et cela a perduré un certain temps même si l'investissement en unités de comptes était possible. Nous allons voir ici ce qui a été mis en place pour que les sommes investies profitent à toutes les entreprises.

Les fonds financiers qu'offrent le gestionnaire ont des niveaux de performances et de risque variés. Afin de guider le salarié dans ses investissements, l'assureur et le gestionnaire financier proposent une ou plusieurs grilles d'allocation.

Une grille d'allocation définit, selon l'âge du bénéficiaire, ou plutôt le nombre d'années restantes avant son départ à la retraite, les parts à investir dans les différents fonds proposés. Les bénéficiaires du PERO peuvent choisir librement la grille qu'ils souhaitent, en fonction de leurs préférences en matière d'exposition au risque. Les trois compartiments, que nous avons vus dans la partie 1.4.1.2, sont investis sur les supports financiers choisis.

L'assureur propose généralement au moins trois grilles dénommées prudente, équilibrée et dynamique, pour adapter trois profils de risques différents aux préférences de l'assuré. Par défaut, la grille équilibrée est choisie.

L'arrêté du 7 août 2019 portant application de la réforme de l'épargne retraite précise les conditions d'appellation de prudente, équilibrée et dynamique pour une grille de gestion pilotée. Nous verrons plus en détail ces conditions dans la partie sur les limites de la réglementation des grilles de gestion pilotée (Partie 2.1.1.2). Toutefois, notons que, dans ces conditions, il y a, en fonction du nombre d'années avant la retraite, des minimums d'allocation des primes dans des fonds qui investissent en PEA-PME, c'est-à-dire, des entreprises non-cotées. Cela permet d'éviter que l'intégralité des versements dans les PER finance uniquement les très grandes entreprises et ainsi cela permet de soutenir l'économie locale. Ces conditions ont aussi pour effet d'inciter à la diversification pour améliorer le rapport rendement/risque.

Proposer des grilles qui respectent les conditions de l'arrêté sur la réduction progressive du risque et sur les allocations minimums de fonds PEA-PME permet la réduction du forfait social de 20% à 16%. Cette réduction incite donc les assureurs à proposer des grilles investissant dans les PEA-PME. Le forfait social est une cotisation de l'employeur pour la Sécurité Sociale. Il est prélevé sur l'intéressement, la participation et l'abondement.

Au sein des contrats PERO les allocations des actifs au sein des grilles sont définies par des tableaux. Mais il est courant de les représenter à l'aide d'histogrammes cumulés, cela permet de voir plus facilement l'évolution des allocations entre les différents types d'actifs.

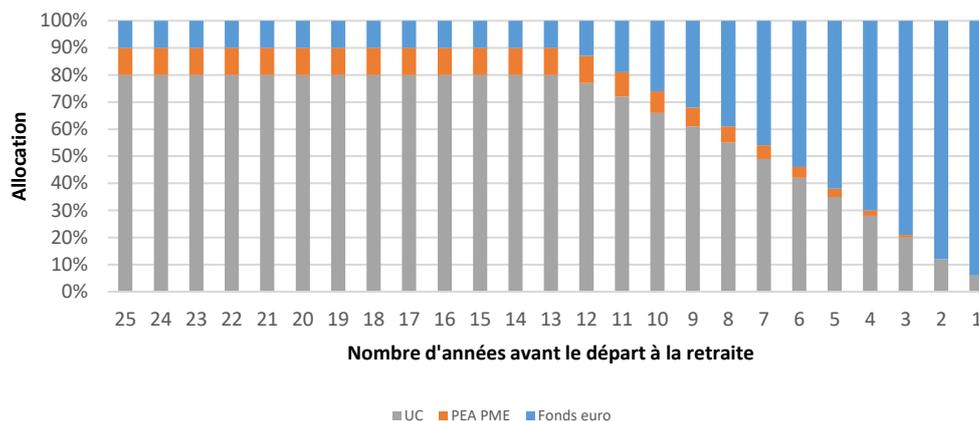


Figure 8 – Illustration d'une grille de gestion pilotée

La Figure 8 est un exemple de grille. En abscisse nous avons le nombre d'années restantes avant la liquidation de la retraite et en ordonnée l'allocation des actifs. Nous voyons une désensibilisation du risque des UC vers le fonds euros. En effet, plus l'échéance du départ à la retraite est proche plus le besoin de sécurisation de l'épargne est important.

Construire des grilles est un exercice complexe puisqu'il y a une assez grande liberté dans l'allocation des actifs et le choix des fonds.

1.4.2.4 La construction des grilles

1.4.2.4.1 Le fonds en euros

Les fonds en euros sont des fonds mis en places par les assureurs dans le but de créer un actif peu risqué pour l'assuré en lui proposant une performance convenable. La composition et la stratégie derrière ces fonds dépendent beaucoup des assureurs. Le fonds en euros utilisé dans ce mémoire est celui de Crédit Agricole Assurances.

Le fonds en euros de Crédit Agricole Assurances Retraite s'inscrit dans une perspective de diversification pour maintenir la solvabilité de l'assureur et sa capacité à résister aux chocs. La gestion financière mutualisée du fonds euros vise à couvrir les engagements réglementaires et contractuels envers tous les assurés.

L'actif général du fonds euros comprend les options et les garanties financières suivantes :

- La garantie en capital à tout moment : la performance cumulée ne peut pas être négative
- L'effet cliquet : le rendement servi est définitivement acquis sur le fonds en euros
- La garantie de liquidité à tout moment pour les rachats
- Le recyclage de la provision pour participation aux excédents tous les 8 ans

La PPE (Provision pour Participation aux Excédents) correspond à une réserve de participation aux bénéfices versée chaque année et qui permet de lisser le rendement du fonds en euros. Il est important de rappeler que cette provision appartient aux assurés et que l'assureur est obligé de la reverser sous 8 ans.

Pour avoir une idée plus précise de ce qu'est le fonds en euros voici la composition d'un exemple de portefeuille de placement d'un fonds en euros :

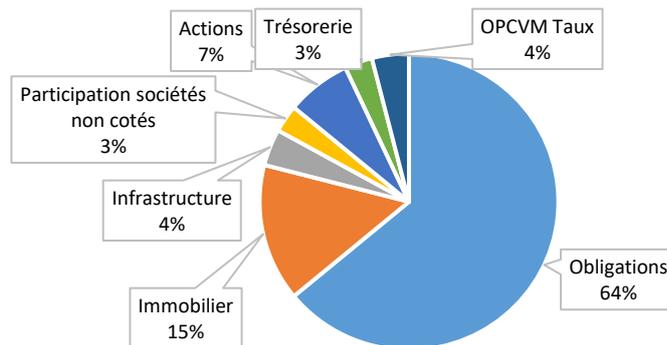


Figure 9 – Composition d'un exemple de fonds euros

On remarque, sur la Figure 9, que la composition du fonds en euros se rapproche d'un fonds obligataire, mais les principales différences sont la garantie en capital et la constitution de la PPE.

Depuis le 1^{er} Janvier 2022, les encours retraite de Crédit Agricole Assurances ont été logé dans un Fonds de Retraite Professionnelle Supplémentaire (FRPS). Le FRPS a permis d'obtenir un meilleur adossement actif-passif de la gestion en euro et un pilotage fin de la dilution des flux entrants et sortants grâce à une meilleure maîtrise des passifs. La poche de diversification a été renforcée et élargie avec un recours plus important aux actifs physiques et non cotés afin de mieux capter la prime d'illiquidité.

Cette approche a permis de générer une performance supérieure dans le temps, notamment dans le contexte de remontée des taux actuels.

1.4.2.4.2 La construction de grille chez Crédit Agricole

La construction d'une grille de gestion pilotée s'avère très complexe, elle repose sur une analyse approfondie des différents actifs ou fonds éligibles afin de mesurer et éprouver sur le long terme la robustesse du couple rendement/risque. Le processus de construction des grilles et les paramètres à prendre en compte sont détaillés ci-après. Ce que propose Amundi, la filiale Asset Management de Crédit Agricole, pour la construction des grilles de gestion pilotée, est présenté ci-dessous.

Dans un premier temps nous pouvons citer le calibrage normatif. Les hypothèses de long terme retenues sont décrites dans le tableau suivant, en considérant une corrélation entre les actions et obligations de 20% et un taux sans risque sur le long terme de 2%.

	Volatilité	Ratio de Sharpe
Actions Euro et Europe	20%	0,25
Actions internationales	16%	0,27
Obligations	3,5%	0,25
Monétaire	0%	-

Tableau 5 – Hypothèses du couple rendement/risque des différents types de supports pour la construction des grilles

Pour rappel, le ratio de Sharpe d'un actif est le rapport entre le gain de performance par rapport au taux sans risque et sa volatilité.

Les grilles sont construites de façon à maximiser le rendement sous contrainte de préservation du capital. Elles sont définies de façon à ce qu'en tout point de la grille pour un versement, les niveaux de préservation de capital soient respectivement de 98%, 95% et 90% pour les profils prudents, équilibrés et dynamiques.

Le niveau des actifs dans les grilles est en outre capé afin de conserver un « max DrawDown » (perte maximale) cohérent avec le niveau d'aversion au risque de l'épargnant, y compris avant la période de désensibilisation. La perception d'un risque trop élevé dans l'investissement lors d'un choc de marché pourrait, en effet, être extrêmement préjudiciable pour l'efficacité du dispositif à long terme, notamment si elle remettait en cause la dynamique des flux réguliers futurs ou occasionnait une réduction du profil de risque, voire un basculement vers une gestion libre sécurisée à un moment inopportun. Les niveaux maximum d'allocation Actions/Obligations sont respectivement de 50%/55%, 80%/60% et 100%/60% pour les profils prudents, équilibre et dynamique.

Deuxièmement, il y a la transparence des briques et le contrôle des axes de risque. L'approche repose également sur l'utilisation de véhicules diversifiés. On ventile donc les allocations stratégiques largement diversifiées des fonds afin de visualiser et d'encadrer les principaux axes de risque au niveau des grilles.

Et pour finir, des simulations de Monte Carlo sont utilisées. Sur la base de la ventilation des actifs réalisée, on produit des simulations de Monte Carlo pour vérifier la cohérence et la robustesse des grilles dans un cadre prospectif qui diffère des hypothèses normatives utilisées lors de la première étape. De la part d'Amundi, cette vérification se fait au moins annuellement.

1.5 Conclusion

Les produits de retraite complémentaire portent bien leurs noms et existe bien en appui des régimes obligatoires tel que la CNAV et l'AGIRC-ARRCO par exemple. L'arrivée de la loi PACTE a changé l'approche aux grilles de gestion pilotée. Elle a permis de rendre les produits plus flexibles. Et également de diversifier les investissements et même de prendre en compte des enjeux sociaux et environnementaux. Il existe divers produits qui permettent de prendre en compte différemment les différentes sources d'alimentation.

2 Chapitre 2 : Les enjeux de la réglementation des grilles de gestion pilotée et la prise en compte de leur volatilité dans la sélection des fonds

Nous présentons dans ce chapitre, les obligations réglementaires qui contraignent la construction des grilles de gestion pilotée et proposons une méthode pour sélectionner efficacement les fonds.

2.1 Les limites de la réglementation d'une grille de gestion pilotée

2.1.1 Présentation de la réglementation

2.1.1.1 Le SRRRI et le SRI

Le SRRRI (Synthetic Risk and Reward Indicator) est un indicateur de risque qui était obligatoire pour les DICI (Document d'Information Clé pour l'Investisseur). Il correspond à la catégorisation selon 7 tranches de la volatilité d'un fonds. Voici la répartition :

Volatilité d'un fonds :	SRRRI correspondant
Inférieure à 0,5%	1
Entre 0,5% et 2% exclu	2
Entre 2% et 5% exclu	3
Entre 5% et 10% exclu	4
Entre 10% et 15% exclu	5
Entre 15% et 25% exclu	6
Supérieure ou égale à 25%	7

Tableau 6 - Les intervalles de volatilités de chaque SRRRI

Depuis le 1^{er} janvier 2023, le DIC (Document d'Information Clé) remplace le DICI conformément à la réglementation européenne PRIIPS (Packaged Retail Investment and Insurance-based product). Le but annoncé de ce changement vise à protéger l'investisseur à travers une amélioration de l'information des placements financiers ainsi que son harmonisation pour l'ensemble des acteurs financiers de l'Union Européenne.

L'indicateur de risque SRRRI est aussi changé pour donner le SRI (Synthetic Risk Indicator) qui est toujours une catégorisation de la volatilité de 1 à 7 mais qui prend en compte une mesure de risque de crédit appelé CRM en plus d'une mesure de risque de marché dit MRM qui correspond à la classification de la volatilité comme dans le SRRRI mais avec des catégories différentes.

Mesure du risque de marché (MRM) :

Le MRM correspond à la Value-at-Risk (VaR) à 97,5% calculée sur la période de détention de 5 ans en se basant sur les performances logarithmiques.

Rappel de la formule de la Value-at-risk :

Si X est une variable aléatoire représentant un montant de perte (perte négative = gain), on définit, pour $\alpha \in]0,1[$, la « value-at-risk » de niveau de risque α associé à X comme le quantile :

$$VaR_{\alpha}(X) = F_X^{[-1]}(1 - \alpha)$$

Voici la classe de risque associée à chaque volatilité équivalente à la $VaR_{97,5\%}$:

Volatilité	MRM
Inférieure à 0,5%	1
Entre 0,5% et 5% exclu	2
Entre 5% et 12% exclu	3
Entre 12% et 20% exclu	4
Entre 20% et 30% exclu	5
Entre 30% et 80% exclu	6
Supérieure ou égale à 80%	7

Tableau 7 - Les intervalles de volatilité de chaque MRM

On remarque que, par rapport au SRRI, la répartition de la volatilité est moins concentrée sur les petites valeurs.

Des règles de stabilités ont été définies pour le MRM. Ainsi le MRM doit être calculé régulièrement. Le MRM officiel correspond à la valeur la plus représentée sur les quatre derniers mois.

Mesure du risque de crédit (CRM) :

La méthode de détermination du risque de crédit dépend des notations des crédits octroyés à l'émetteur. Elle est définie par des agences de notation agréées.

Le CRM correspond à une VaR, fonction des paramètres suivants :

- La distribution des gains et des pertes du portefeuille
- Le niveau de confiance : 99,9%
- L'horizon de capital : 1 an
- L'horizon de liquidité : 1 an, flooré 3 mois

De plus, les facteurs de risque pris en compte pour son calcul sont :

- Les migrations de ratings et défauts,
- Spreads de crédit,
- Taux de recouvrement,
- Corrélations de base.

Le SRI :

Finalement pour obtenir le SRI, il faut croiser les deux notations MRM et CRM selon le tableau de correspondances suivant :

CRM	MRM						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	1	2	3	4	5	6	7
3	3	3	3	4	5	6	7
4	5	5	5	5	5	6	7
5	5	5	5	5	5	6	7
6	6	6	6	6	6	6	7

Tableau 8 – Table de correspondance du SRI en fonction des différentes valeurs du CRM et du MRM

Par exemple, un fonds de MRM 2 et de CRM 4 aura un SRI de 5.

2.1.1.2 Contraintes des grilles

Maintenant que les SRRI et SRI sont définis, nous pouvons définir les contraintes des trois appellations réglementaires des grilles de gestion pilotée.

D'après l'article L224-3 du code monétaire et financier « Sauf décision contraire et expresse du titulaire, les versements sont affectés selon une allocation de l'épargne permettant de réduire progressivement les risques financiers pour le titulaire ».

L'assureur peut proposer trois profils d'investissement qualifiés de prudent horizon retraite, équilibré horizon retraite et dynamique horizon retraite dans les documents remis au titulaire. Ces appellations sont règlementées par des contraintes.

Selon l'article 1 de l'arrêté du 7 août 2019 portant application de la réforme de l'épargne retraite, apportant des limites sur les proportions des fonds à faible risque, et l'article D137-1 du code la sécurité sociale, définissant les contraintes d'investissement dans les PME et ETI.

Voici les contraintes de construction des grilles de gestion pilotée pour les trois appellations réglementaires :

Les trois tableaux suivants présentent les proportions minimums de fonds dont le SRRI/SRI est inférieur ou égal à 3 et de fonds qui investissent dans des PME et ETI :

Grille prudente :

Durée avant départ à la retraite	Indicateur synthétique < 3	PEA-PME	Autre
16 ans et +	30,00%	10,00%	60,00%
15 ans	30,00%	8,50%	61,50%
14 ans	30,00%	8,50%	61,50%
13 ans	30,00%	8,50%	61,50%
12 ans	30,00%	7,00%	63,00%
11 ans	30,00%	7,00%	63,00%
10 ans	60,00%	3,00%	37,00%
9 ans	60,00%	3,00%	37,00%
8 ans	60,00%	3,00%	37,00%
7 ans	60,00%	0,00%	40,00%
6 ans	60,00%	0,00%	40,00%
5 ans	80,00%	0,00%	20,00%
4 ans	80,00%	0,00%	20,00%
3 ans	80,00%	0,00%	20,00%
2 ans	90,00%	0,00%	10,00%
1 an	90,00%	0,00%	10,00%

Tableau 9 - Proportions minimum légales de fonds d'indicateur synthétique inférieur ou égal à 3 et de fonds investissant dans les PME pour la construction d'une grille prudente

Grille équilibrée :

Durée avant départ à la retraite	Indicateur synthétique < 3	PEA-PME	Autre
16 ans et +	0,00%	10,00%	90,00%
15 ans	0,00%	8,50%	91,50%
14 ans	0,00%	8,50%	91,50%
13 ans	0,00%	8,50%	91,50%
12 ans	0,00%	7,00%	93,00%
11 ans	0,00%	7,00%	93,00%
10 ans	20,00%	3,00%	77,00%
9 ans	20,00%	3,00%	77,00%
8 ans	20,00%	3,00%	77,00%
7 ans	20,00%	0,00%	80,00%
6 ans	20,00%	0,00%	80,00%
5 ans	50,00%	0,00%	50,00%
4 ans	50,00%	0,00%	50,00%
3 ans	50,00%	0,00%	50,00%
2 ans	70,00%	0,00%	30,00%
1 an	70,00%	0,00%	30,00%

Tableau 10 - Proportions minimum légales de fonds d'indicateur synthétique inférieur ou égal à 3 et de fonds investissant dans les PME pour la construction d'une grille équilibrée

Grille dynamique :

Durée avant départ à la retraite	Indicateur synthétique < 3	PEA-PME	Autre
16 ans et +	0,00%	10,00%	90,00%
15 ans	0,00%	8,50%	91,50%
14 ans	0,00%	8,50%	91,50%
13 ans	0,00%	8,50%	91,50%
12 ans	0,00%	7,00%	93,00%
11 ans	0,00%	7,00%	93,00%
10 ans	0,00%	3,00%	97,00%
9 ans	0,00%	3,00%	97,00%
8 ans	0,00%	3,00%	97,00%
7 ans	0,00%	0,00%	100,00%
6 ans	0,00%	0,00%	100,00%
5 ans	30,00%	0,00%	70,00%
4 ans	30,00%	0,00%	70,00%
3 ans	30,00%	0,00%	70,00%
2 ans	50,00%	0,00%	50,00%
1 an	50,00%	0,00%	50,00%

Tableau 11 - Proportions minimum légales de fonds d'indicateur synthétique inférieur ou égal à 3 et de fonds investissant dans les PME pour la construction d'une grille dynamique

Toujours selon l'arrêté du 7 août 2019, « Les actifs présentant un profil d'investissement à faible risque sont ceux dont l'indicateur synthétique de risque, mentionné à l'article 3 du règlement délégué (UE) n° 2017/653 de la Commission du 8 mars 2017⁸, est inférieur ou égal à 3. ». C'est cet article 3 qui impose l'échelle numérique de 1 à 7 pour l'indicateur de risque, et qui impose la présence de l'indicateur dans le DIC.

2.1.2 Le passage du SRRI au SRI

Les conditions que nous venons de voir sur les proportions de fonds à faibles risques sont fortement conditionnées au calcul de l'indicateur synthétique.

On peut se demander quel serait l'impact sur la notation de 1 à 7 du passage du SRI au SRRI.

Pour cela nous disposons de 812 fonds que Crédit Agricole Assurances peut utiliser dans ses constructions de grilles de gestion pilotée pour les différents PER ou en gestion libre.

⁸ <https://www.cssf.lu/fr/Document/reglement-delegue-ue-2017-653-de-la-commission-du-8-mars-2017/>

Voici la nature des fonds à disposition :

Catégories	Nombre
Actions Europe	163
Actions thèmes et secteurs	130
Actions internationales	65
Obligations euro	55
Diversifiés internationaux	49
Performance Absolue - stratégies directionnelles	45
Obligations internationales	45
Actions Amérique	42
Actions Asie / Pacifique	41
Trésorerie euro	28
Performance Absolue - arbitrage	25
Performance Absolue - multi stratégies	22
Obligations pays émergents	20
Obligations haut rendement	19
Fonds à horizon	16
Diversifiés euro	14
Diversifiés Europe	11
Autres	22
Total	812

Tableau 12 - Classification EPF niveau 2 de la base de données de fonds

La plupart des fonds que nous regarderons sont des actions européennes et à thèmes et quelques actions internationales, d'après la classification Europerformance de classe 2.

Regardons parmi ces 812 fonds la répartition par SRRI et SRI :

SRRI	Nombre	Répartition	SRI	Nombre	Répartition
1	31	4%	1	33	4%
2	15	2%	2	117	14%
3	113	14%	3	181	22%
4	139	17%	4	312	38%
5	99	12%	5	155	19%
6	398	49%	6	14	2%
7	17	2%	7	0	0%
Total	812	100%	Total	812	100%

Tableau 13 - Répartition et quantité des fonds de la base de données par SRRI et SRI

Le Tableau 13 présente la répartition des fonds de la base de données selon le SRRI et le SRI. La quantité d'unités de comptes classée dans la 7^{ème} catégorie devient nulle, et celle de la 6^{ème} presque inexistante.

Nous remarquons déjà que la proportion de SRI faible est plus importante que celle de SRRI. Croisons les deux tableaux pour s'en convaincre :

	SRI-1	SRI-2	SRI-3	SRI-4	SRI-5	SRI-6	SRI-7
SRRI-1	31						
SRRI-2	2	13					
SRRI-3		92	19		2		
SRRI-4		12	123	3	1		
SRRI-5			35	56	8		
SRRI-6			4	253	136	5	
SRRI-7					8	9	

	SRI-1	SRI-2	SRI-3	SRI-4	SRI-5	SRI-6	SRI-7
SRRI-1	3,8%						
SRRI-2	0,2%	1,6%					
SRRI-3		11,3%	2,3%		0,2%		
SRRI-4		1,5%	15,1%	0,4%	0,1%		
SRRI-5			4,3%	6,9%	1,0%		
SRRI-6			0,5%	31,2%	16,7%	0,6%	
SRRI-7					1,0%	1,1%	

Tableau 14 - Quantités et répartitions des fonds de la base de données en fonction et leurs SRRI et SRI

Le premier tableau donne le nombre de fonds dans chaque catégorie définie par le couple (SRRI, SRI). Le deuxième tableau indique pour chaque catégorie le pourcentage que cela représente par rapport au total des 812 fonds. Toutes les cases vides équivalent à la valeur 0 pour une meilleure lisibilité.

On remarque donc que si l'on ne prend pas en compte les petits pourcentages, c'est-à-dire ceux inférieurs à 1%, alors toutes les valeurs sont situées à gauche de la diagonale, c'est-à-dire que l'indice SRI est presque toujours inférieur ou égal à l'indice SRRI. La réglementation sur la construction des grilles étant des proportions minimales de fonds d'indice synthétique inférieur ou égal à 3 en fonction du nombre d'années avant le départ à la retraite, le passage du SRRI au SRI confère une plus grande marge de manœuvre à Crédit Agricole dans ce cas si, mais cela peut s'étendre aux assureurs français de manière générale.

Il y a 20% des fonds qui ont un SRRI inférieur ou égal à 3 alors que plus du double soit 41% des fonds ont un SRI inférieur ou égal à 3. Même sans prendre en compte le risque de crédit cela est plutôt cohérent avec la nouvelle définition des intervalles de volatilité. Pour avoir un SRRI de 3 ou moins il faut que le fonds ait une volatilité inférieure à 5% alors que pour le MRM il faut qu'elle soit inférieure à 12%, sachant que 12% se situe dans l'intervalle du SRRI 5. Cette corrélation du SRI avec le MRM est plutôt bon signe dans le sens où la communication aux investisseurs ou assurés est principalement axée sur la volatilité, il est ainsi plus facile de comprendre la nouvelle notation. Par contre cette donnée n'est pas disponible dans les nouveaux DIC, en effet seule la note de 1 à 7 est communiquée et grâce à nos observations précédentes nous pouvons dire que cela a tendance à faire prendre plus de risque à l'investisseur.

Dans la suite, nous utiliserons principalement le SRRI, puisque le SRI est rentré en vigueur dans les DIC le 1^{er} janvier 2023, donc les grilles de gestion pilotée que nous allons comparer ont été construites avec la réglementation antérieure.

2.1.3 Les contraintes de construction des grilles limitent-elles la volatilité et les performances ?

2.1.3.1 Calcul des performances d'une grille

Nous rappelons que nous travaillons dans le cadre d'un PERO et pour simplifier nous allons prendre l'exemple d'une cotisation périodique annuelle investie le 1^{er} janvier chaque année.

Dans un PERO les sommes investies sont arbitrées trimestriellement, soit fin mars, fin juin, fin septembre et fin décembre selon le nombre d'années avant la liquidation de la retraite. Cela signifie qu'à chaque fin de trimestre les sommes sont désinvesties puis réinvesties, on dit qu'il y a un rebalancement, selon la répartition indiquée sur la grille de gestion de l'année concernée.

Nous allons prendre l'exemple de cette grille d'investissement :

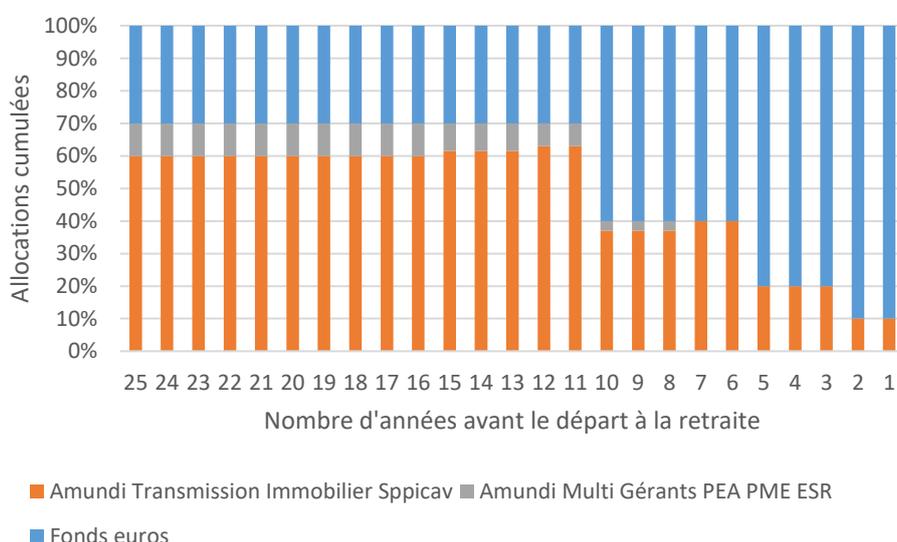


Figure 10 – Grille de gestion pilotée composée d'un fonds euros et de deux unités de compte

Cette grille propose une allocation entre trois fonds : le fonds euros de SRRI 1, le Amundi Transmission Immobilier Sppicav un fonds Immobilier de SRRI 4 et le Amundi Multi Gérants PEA PME ESR qui est un fonds d'actions européennes d'entreprises de petites et moyennes capitalisations de SRRI 5.

Pour calculer la performance d'une grille sur une période, que nous fixons à 3 ans dans cet exemple (2020, 2021 et 2022), il faut définir l'âge de l'assuré au début de la période ainsi que l'année correspondante. Pour un individu de 50 ans soit 14 avant son départ en retraite si l'on considère que l'âge de son départ à la retraite est 64 ans, les encours de chaque fonds à la fin de chaque trimestre pour un investissement périodique annuel de 1000€ sont les suivants :

Nombre d'années avant la retraite	Trimestre	Fonds euros	Amundi Transmission Immobilier Sppicav	Amundi Multi Gérants PEA PME ESR	Total	Cumul somme totale investie
14	1	302 €	623 €	65 €	990 €	1 000 €
14	2	299 €	611 €	107 €	1 017 €	1 000 €
14	3	307 €	629 €	93 €	1 029 €	1 000 €
14	4	311 €	635 €	101 €	1 047 €	1 000 €
13	1	618 €	1 266 €	184 €	2 069 €	2 000 €
13	2	625 €	1 273 €	186 €	2 085 €	2 000 €
13	3	630 €	1 291 €	189 €	2 109 €	2 000 €
13	4	637 €	1 300 €	190 €	2 127 €	2 000 €
12	1	946 €	1 975 €	183 €	3 105 €	3 000 €
12	2	940 €	1 961 €	188 €	3 088 €	3 000 €
12	3	935 €	1 952 €	192 €	3 078 €	3 000 €
12	4	932 €	1 944 €	235 €	3 111 €	3 000 €

Tableau 15 – Encours des fonds de la Figure 10 en fonction du nombre d'années avant la retraite par trimestre

Ce qui nous permet d'obtenir les performances qui correspondent aux évolutions de l'encours par rapport à la somme investie :

Année	Performances	Performances cumulées
2020	4,67%	4,67%
2021	1,61%	6,36%
2022	-2,50%	3,70%

Tableau 16 - Performance d'un investissement selon la Figure 10 de 2020 à 2022 pour un individu de 50 ans en 2020 investissant avec une périodicité annuelle

2.1.3.2 Calcul de la volatilité d'une grille

Pour une unité de compte :

Selon les recommandations de l'AMF nous devons utiliser les cotations de chaque vendredi pour calculer les volatilités d'unité de compte, desquelles en découle des performances hebdomadaire (quand cela est possible). Voici la formule qui permet le calcul de la volatilité annuelle.

$$\sigma = \sqrt{52} * \sqrt{\sum_{i=1}^{52} (\mu_i - \mu)^2}$$

Où :

- $(\mu_i)_{i=1,\dots,52}$ sont les performances hebdomadaires

- $\mu = \frac{1}{52} \sum_{i=1}^{52} \mu_i$ est la moyenne des performances hebdomadaires sur 1 an

De manière plus générale la volatilité d'une unité de compte est l'écart type des performances de l'unité de compte sur un certain intervalle de temps (journalier, hebdomadaire, etc) multiplié par la racine du nombre de fois que cet intervalle est présent dans l'année. Si par exemple on décide de calculer une volatilité avec les performances journalières, on multiplie l'écart-type des performances journalières par le nombre de jours de cotations pour obtenir la volatilité annuelle.

Pour une grille :

Pour calculer la volatilité d'une grille de gestion pilotée, le principe est le même, simplement on se base sur la performance de la grille. Néanmoins nous prendrons en compte le réinvestissement puisque contrairement à un simple actif, dans le cas d'un PERO les cotisations sont obligatoires et régulières et nous connaissons à l'avance leur périodicité de paiement.

2.1.3.3 Les limites des dénominations des grilles

Nous allons reprendre l'exemple de la grille prudente de la partie 6.3.2.

Prenons l'exemple de trois personnes de 60 ans, 50 ans et 40 ans c'est-à-dire, pour un départ supposé de 64 ans, se situant respectivement à 4 ans, 14 ans et 24 ans avant leurs départs à la retraite.

Année	60 ans			50 ans			40 ans		
	Performance	Performance cumulée	Volatilité	Performance	Performance cumulée	Volatilité	Performance	Performance cumulée	Volatilité
2020	2,91%	2,91%	0,27%	4,67%	4,67%	2,64%	5,01%	5,01%	3,04%
2021	1,17%	4,11%	1,25%	1,61%	6,36%	2,09%	1,80%	6,91%	2,28%
2022	1,99%	6,18%	1,28%	-2,50%	3,70%	3,21%	-3,65%	3,01%	3,92%

Tableau 17 – Performances annuelles et cumulées d'un investissement selon la Figure 10 pour trois profil d'âge : 60 ans, 50 ans et 40 ans, ainsi que la volatilité annuelle (prime périodique annuelle)

Le tableau ci-dessus présente, pour les trois individus, les performances annuelles et cumulées ainsi que la volatilité annuelle, s'ils avaient commencé à investir il y a trois ans en 2020. On considère que la cotisation est annuelle.

On remarque que plus l'individu est âgé plus la volatilité de la grille diminue, en effet plus un assuré est proche de la retraite plus la proportion de fonds euros augmente ce qui réduit le risque.

Maintenant si l'on remplace dans cette même grille, en gardant les mêmes proportions pour chaque actif, le fonds Amundi Transmission Immobilier SPPICAV par le fonds LCL Actions Or Monde qui est un fond de SRRI 7 alors nous obtenons les résultats suivants :

Année	60 ans			50 ans			40 ans		
	Performance	Performance cumulée	Volatilité	Performance	Performance cumulée	Volatilité	Performance	Performance cumulée	Volatilité
2020	6,52%	6,52%	9,60%	12,90%	12,90%	31,01%	13,03%	13,03%	30,56%
2021	-1,40%	5,03%	6,39%	-5,09%	7,15%	17,75%	-4,72%	7,69%	17,41%
2022	1,89%	7,01%	3,65%	-3,89%	2,98%	19,92%	-4,88%	2,44%	19,39%

Tableau 18 - Performances annuelles et cumulées d'un investissement selon la Figure 10 en remplaçant le fonds Amundi Transmission Immobilier SPPICAV par le fonds LCL Actions Or Monde pour trois profil d'âge : 60 ans, 50 ans et 40 ans, ainsi que la volatilité annuelle (prime périodique annuelle)

Le fonds LCL Actions Or Monde a volontairement été choisi dans le but d'obtenir des performances relativement similaires pour les trois individus, il y a à chaque fois moins de 1% de performance d'écart entre les individus (entre le Tableau 17 et le Tableau 18 sur la performance cumulée). Pourtant lorsque l'on regarde les volatilités, elles varient entre fois 3 et fois 6 selon le rapprochement avec l'âge de départ à la retraite. Malgré ces constats les deux grilles sont appelées prudentes. Cet exemple a été choisi pour montrer que la réglementation utile pour éviter les abus impose des minimums d'actifs non risqués mais laisse en réalité le choix aux assureurs de proposer le triplet de grille de son choix.

Nous pouvons obtenir les mêmes types de résultats avec les restrictions des grilles équilibrée et dynamique puisqu'elles sont moins contraignantes.

2.2 Etat des lieux des grilles de gestion pilotée du marché

2.2.1 Présentation des données

2.2.1.1 Les données

Nous avons vu que la réglementation sur les grilles d'investissement laisse une certaine liberté aux assureurs, il est donc intéressant dans un premier temps d'analyser les grilles d'acteurs importants du marché de la retraite. Par soucis de confidentialité, et le but n'étant pas de les critiquer, nous nommerons les assureurs par les lettres A, B, C, D et E.

Notre échantillon de grille se compose à la fois de grille PERO et PERI mais elles sont toutes soumises aux mêmes contraintes réglementaires donc nous les considérerons comparables.

Nous disposons ainsi de trois types de grille de PER, à savoir prudent, équilibre et dynamique, pour 5 assureurs.

Puisque nous ne disposons pas des fonds euros de tous les assureurs nous utiliserons pour chaque grille le fonds euros Crédit Agricole.

Nous disposons également des historiques des cours des fonds composant chaque grille. Les retraitements effectués sur les valeurs liquidatives des différents fonds, de manière générale, seront présentés dans la partie suivante.

2.2.1.2 Les ajustements sur les données

Malheureusement nous ne disposons pas des cours historiques de tous les fonds, or pour les calculs de performances et de volatilité qui vont suivre nous allons avoir besoin d'au moins 5 ans de recul. Ainsi pour remplacer les fonds dont nous n'avons pas les valeurs liquidatives nous allons utiliser les benchmarks associés. Un benchmark est un indice de référence utilisé pour évaluer la performance d'un investissement.

Au total les 15 grilles des 5 assureurs utilisent 38 fonds différents, dont 7 fonds que nous devons remplacer par leurs benchmarks.

2.2.2 Analyse de la volatilité

Regardons dans un premier temps les volatilités des 5 grilles prudentes sur les 5 dernières années pour nos trois profils types.

Pour un individu de 40 ans en 2022 :

Année	A	B	C	D	E	Moyenne
2018	8,61%	2,14%	4,17%	8,30%	8,40%	5,59%
2019	5,34%	1,94%	3,25%	6,10%	6,15%	4,02%
2020	13,70%	6,49%	7,58%	16,67%	15,48%	10,67%
2021	2,42%	1,00%	1,55%	3,57%	3,52%	2,15%
2022	9,34%	5,36%	5,81%	12,66%	11,93%	8,00%

Tableau 19 – Volatilités annuelles de 2018 à 2022 des grilles prudentes des 5 assureurs

Le tableau ci-dessus présente pour chaque assureur la volatilité annuelle de l'allocation de la grille de 2018 à 2022. Nous remarquons une forte hausse de volatilité en 2020 qui s'explique par les suites de la Covid-19, et une autre un peu plus faible en 2022 qui s'explique par la hausse des taux d'intérêts pour contrer la forte inflation.

Il y a tout de même de fortes disparités des volatilités entre assureurs qui peut aller jusqu'à un facteur 4 par exemple entre A et B.

	A	B	C	D	E
A	100,00%	90,02%	98,08%	96,82%	97,75%
B	90,02%	100,00%	96,38%	98,01%	97,16%
C	98,08%	96,38%	100,00%	99,48%	99,80%
D	96,82%	98,01%	99,48%	100,00%	99,88%
E	97,75%	97,16%	99,80%	99,88%	100,00%

Tableau 20 – Corrélation des volatilités annuelles des 5 assureurs de 2018 à 2022

Le tableau ci-dessus présente les coefficients de corrélations des vecteurs de volatilités du tableau précédent deux à deux. Toutes les corrélations sont supérieures à 90% ce qui signifie que les disparités de volatilités ne sont pas seulement dues à des fluctuations de marché différentes entre les fonds sélectionnés par les différents assureurs, mais plutôt à un choix de l'assureur sur le risque pris par son portefeuille qu'est la grille. En effet comme pour chaque assureur la variation de la volatilité d'une année à l'autre est très similaire en pourcentage, nous pouvons en déduire qu'il y a une vraie hiérarchie de risque entre les différentes grilles. Ainsi en faisant varier les parts euros et UC de chaque grille il serait possible d'aligner les grilles sur des volatilités très proches, nous le verrons dans le chapitre suivant.

Regardons maintenant la cohérence des volatilités dans le passage d'une grille prudente à équilibrée et d'une grille équilibrée à dynamique. Nous devrions observer une hausse.

Année	A	B	C	D	E	Moyenne
2018	12,91%	7,79%	6,27%	11,56%	7,61%	8,18%
2019	9,12%	6,42%	4,86%	8,28%	5,98%	6,11%
2020	21,19%	15,47%	11,42%	22,79%	13,38%	15,08%
2021	3,93%	3,37%	2,32%	5,82%	2,84%	3,25%
2022	13,49%	10,92%	8,70%	14,84%	10,35%	10,44%

Tableau 21 - Volatilités annuelles de 2018 à 2022 des grilles équilibrées des 5 assureurs

Année	A	B	C	D	E	Moyenne
2018	13,89%	11,56%	8,38%	13,89%	9,24%	10,14%
2019	9,88%	10,30%	6,46%	9,97%	7,15%	7,74%
2020	22,63%	22,71%	15,29%	27,78%	14,40%	18,52%
2021	4,31%	5,49%	3,09%	7,85%	3,85%	4,37%
2022	14,06%	16,70%	11,57%	16,95%	13,27%	13,06%

Tableau 22 - Volatilités annuelles de 2018 à 2022 des grilles dynamiques des 5 assureurs

Les deux tableaux ci-dessus montrent les mêmes résultats pour le même individu mais pour les grilles équilibrées et dynamiques de chaque assureur. Les résultats de corrélation sont similaires aux résultats de la grille prudente.

On remarque que certaines grilles dynamiques sont moins risquées que des grilles prudentes.

Vérifions la croissance des volatilités historiques avec la dénomination de risque des grilles.

Année	A	B	C	D	E	Moyenne
2018	4,29%	5,65%	2,10%	3,26%	-0,79%	2,58%
2019	3,77%	4,48%	1,61%	2,18%	-0,17%	2,09%
2020	7,48%	8,98%	3,84%	6,12%	-2,10%	4,40%
2021	1,51%	2,36%	0,77%	2,24%	-0,68%	1,10%
2022	4,16%	5,56%	2,89%	2,19%	-1,58%	2,44%

Tableau 23 – Différence entre le tableau 18 et le tableau 16

Lorsque l'on passe des grilles prudentes aux grilles équilibrées on remarque que toutes les volatilités augmentent sauf pour l'assureur E. Les résultats sont donc plutôt cohérents pour les assureurs A, B, C, D et E.

En réalité pour F, le fait que la grille équilibrée soit plus risquée que la grille prudente dépend de l'âge. Pour les autres assureurs nous illustrons une tendance générale avec un assuré de 40 ans c'est-à-dire 25 ans avant sa retraite, mais cela reste vrai pour tous les autres âges.

Année	A	B	C	D	E	Moyenne
2018	0,98%	3,77%	2,11%	2,34%	1,63%	1,97%
2019	0,77%	3,88%	1,60%	1,69%	1,17%	1,63%
2020	1,44%	7,24%	3,87%	4,99%	1,02%	3,44%
2021	0,38%	2,12%	0,77%	2,03%	1,01%	1,12%
2022	0,56%	5,78%	2,87%	2,10%	2,92%	2,62%

Tableau 24 – Différence entre le tableau 18 et le tableau 17

Le Tableau 24 présente la différence entre les volatilités des grilles dynamiques et équilibrées. Ici, on voit clairement que, pour chaque année, les grilles dynamiques sont plus risquées que les grilles équilibrées. A noter que pour l'assureur E la grille dynamique reste plus risqué que la grille prudente sur les cinq dernières années peu importe l'âge de l'assuré.

2.2.3 Analyse des performances

Nous nous intéresserons ici aux performances des grilles des 5 assureurs en regardant dans un premier temps uniquement les performances de l'allocation sans prendre en compte un investissement périodique.

Pour la grille prudente :

		A	B	C	D	E
40 ans	Performances cumulées 1 an	-10,61%	-1,59%	-1,14%	-10,83%	-6,02%
	Performances cumulées 3 ans	1,38%	7,92%	16,91%	3,90%	18,09%
	Performances cumulées 5 ans	-3,10%	4,28%	19,79%	-3,38%	13,85%
50 ans	Performances cumulées 1 an	-10,42%	-1,51%	-0,58%	-7,68%	-6,02%
	Performances cumulées 3 ans	0,60%	7,80%	14,98%	5,07%	18,09%
	Performances cumulées 5 ans	-4,04%	4,80%	20,14%	-7,08%	13,85%
60 ans	Performances cumulées 1 an	-6,12%	0,48%	2,18%	-1,03%	-3,21%
	Performances cumulées 3 ans	1,60%	7,78%	9,98%	5,71%	8,20%
	Performances cumulées 5 ans	8,77%	12,73%	17,25%	12,55%	4,03%

Tableau 25 – Performances cumulées des grilles prudentes pour trois individus de 40 ans, 50 ans et 60 ans (départ à la retraite à 64 ans)

Les performances diffèrent beaucoup entre les grilles des assureurs mais cela est lié au fort risque de marché qui est difficilement prédictible. Nous remarquons la désensibilisation des grilles au risque UC avec l'évolution de l'âge. En effet plus l'âge augmente plus la performance se resserre autour de la performance du fonds euros qui est d'environ 3,14% sur les 5 dernières années pour le PERO. Pour l'assureur E les grilles ne contiennent pas directement un fonds euros mais intègrent des fonds investissant sur des obligations euro et grâce à sa sélection de 14 fonds permet de beaucoup diversifier et ainsi réduire sa volatilité. Cela est plus efficace pour les grilles équilibrées et dynamique que pour la grille prudente.

Nous mettons ici pour information les résultats du Tableau 25 appliqués aux grilles équilibrées et dynamique.

		A	B	C	D	E
40 ans	Performances cumulées 1 an	-13,31%	-6,35%	-3,23%	-14,02%	-3,92%
	Performances cumulées 3 ans	5,57%	12,18%	20,17%	1,68%	19,62%
	Performances cumulées 5 ans	7,74%	11,66%	20,48%	0,85%	15,23%
50 ans	Performances cumulées 1 an	-13,31%	-4,69%	-2,39%	-11,45%	-3,92%
	Performances cumulées 3 ans	5,12%	10,94%	17,45%	3,54%	19,62%
	Performances cumulées 5 ans	3,54%	9,86%	21,42%	-2,46%	15,23%
60 ans	Performances cumulées 1 an	-6,89%	-0,67%	1,76%	-3,48%	-4,95%
	Performances cumulées 3 ans	1,38%	7,84%	10,22%	6,01%	14,40%
	Performances cumulées 5 ans	8,96%	12,77%	17,49%	13,14%	9,52%

Tableau 26 - Performances cumulées des grilles équilibrées pour trois individus de 40 ans, 50 ans et 60 ans (départ à la retraite à 64 ans)

		A	B	C	D	E
40 ans	Performances cumulées 1 an	-14,10%	-10,45%	-5,34%	-16,26%	-4,34%
	Performances cumulées 3 ans	5,45%	13,18%	23,06%	-0,51%	24,28%
	Performances cumulées 5 ans	9,64%	6,49%	20,57%	4,29%	15,39%
50 ans	Performances cumulées 1 an	-14,10%	-7,77%	-4,50%	-14,63%	-4,34%
	Performances cumulées 3 ans	5,45%	12,30%	20,58%	1,06%	24,28%
	Performances cumulées 5 ans	8,42%	1,21%	22,01%	1,37%	15,39%
60 ans	Performances cumulées 1 an	-8,35%	-4,12%	-0,31%	-4,93%	-5,33%
	Performances cumulées 3 ans	2,37%	5,16%	13,98%	5,52%	19,12%
	Performances cumulées 5 ans	10,46%	9,97%	19,19%	12,37%	13,97%

Tableau 27 - Performances cumulées des grilles dynamiques pour trois individus de 40 ans, 50 ans et 60 ans (départ à la retraite à 64 ans)

En regardant les performances des grilles des différents assureurs nous notons beaucoup de différences entre elles.

Quant à la volatilité, l'évolution du risque entre les trois grilles est la même, mais l'étalonnage de la volatilité diffère.

Finalement il y a une forte amplitude sur la dénomination des grilles.

2.3 Optimisation de la performance des grilles sous contrainte de volatilité

Dans cette partie, nous essaierons en gardant les mêmes proportions dans les grilles, pour chaque année, de venir sélectionner les meilleurs fonds disponibles, en se fixant pour chaque type de grille une volatilité maximum

2.3.1 Présentation des données

Notre base de données se compose des valeurs liquidatives de début 2018 à fin 2022 de 927 fonds, c'est-à-dire 5 ans d'historique arrêté à fin 2022. Les dates de valorisation dépendent de la périodicité de valorisation et sont donc différentes pour chaque fonds. Nous allons décrire notre base de données et voir tous les nettoyages effectués afin d'obtenir les cours exploitables pour notre étude des 927 fonds. La base de données brut non exploitable se compose de 1273 fonds que nous allons écrémée au fur et à mesure des retraitements. Cependant, nous présentons la nature des fonds, la classification des fonds et la fréquence de valorisation sur la base des 927 fonds pour avoir plus d'informations sur la base de données que nous allons réellement exploiter.

2.3.1.1 Nature des fonds

Voici un résumé de la nature des fonds au 2 juin 2023 :

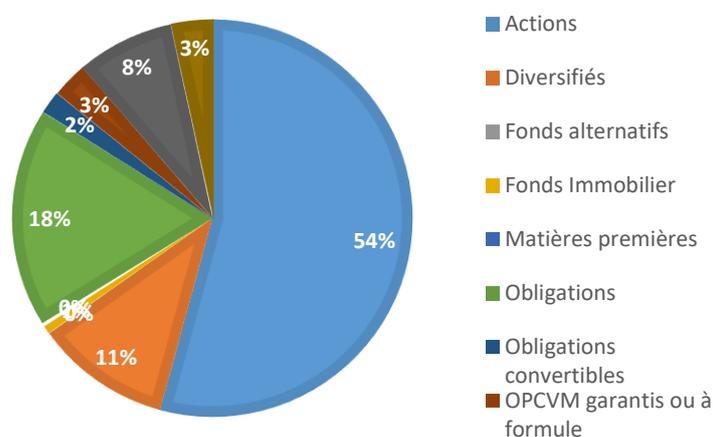


Figure 11 – Camembert de classification des fonds de la base de données

54% donc un peu plus de la moitié des fonds sont des fonds actions, 18% sont des fonds obligataires, et 11% sont des fonds mixtes actions et obligations.

Plus en détail :

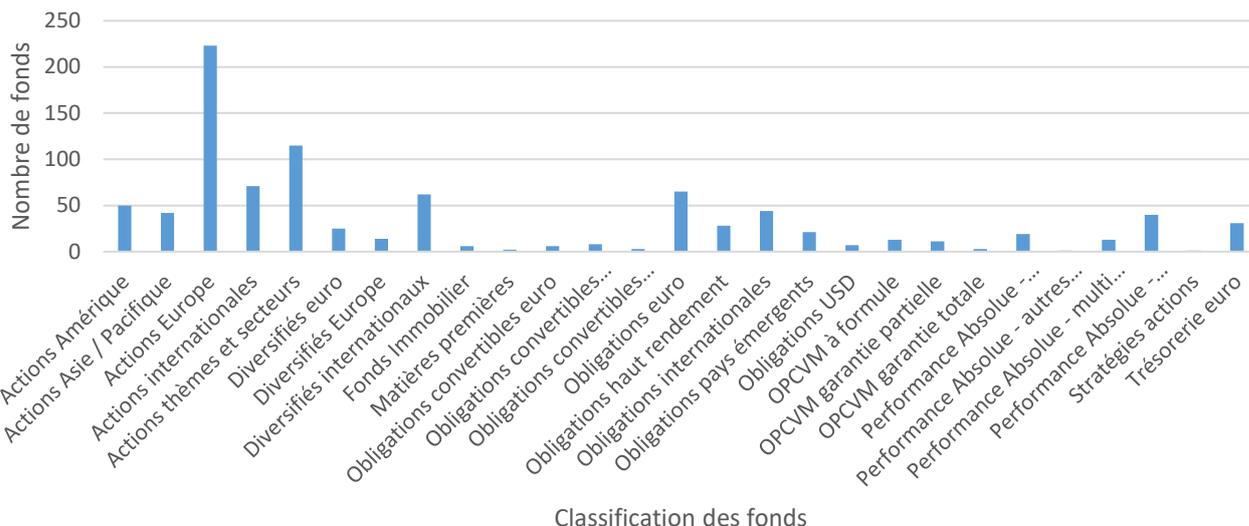


Figure 12 - Classification EPF2 des fonds de la base de données

Cet histogramme correspond à la classification Europerformance de classe 2 des fonds de notre base de données. Nous voyons que parmi les fonds actions et obligations nous disposons de plus de fonds européens qu'internationaux.

2.3.1.2 Date de création des fonds

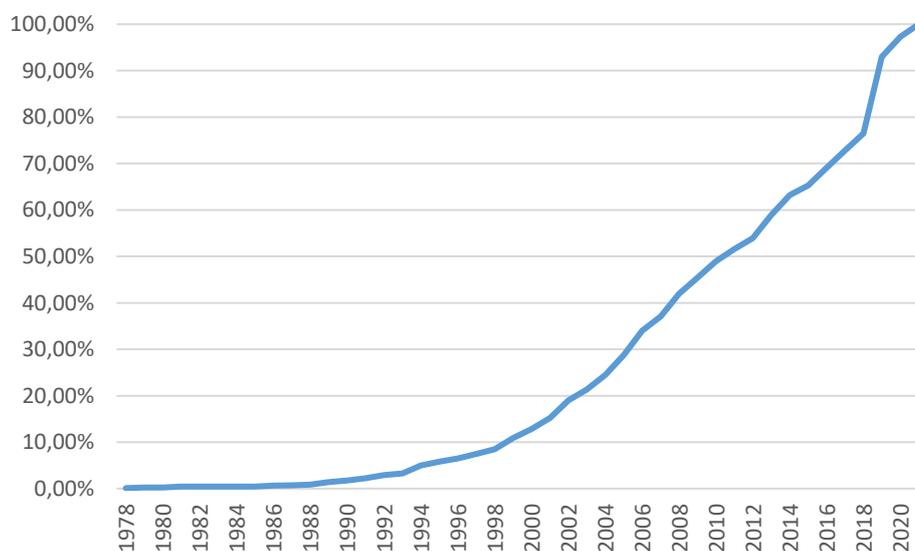


Figure 13 – Fonction de répartition de la date de création des unités de compte de la base de données

La date de création d'un fonds est une donnée importante pour la sélection d'unité de compte dans une grille de gestion pilotée. Principalement pour les fonds actions, un trop petit historique des valorisations rend le cours futur du fonds en question trop aléatoire, il est alors difficile de calculer des indicateurs fiables tels que le SRRI, le SRI ou la performance. Pour nos calculs, il nous faut un historique de 5 ans. La Figure 13 nous montre que 72,82% des fonds ont été créés avant 2018 ce qui nous laisse une bonne marge de manœuvre. Nous décidons donc de ne pas prendre en compte les fonds ne présentant pas 5 ans d'historiques.

Dans cette base les changements de gérants ou de noms ne sont pas pris en compte donc en moyenne les dates de création des unités de compte sont un peu surestimées.

2.3.1.3 Fréquence de valorisation des fonds

La fréquence de valorisation est importante pour le calcul des performances ou de la volatilité, puisque le nombre de jours de valorisation dans une année change. Aussi cela peut poser des problèmes de liquidité lors des arbitrages trimestriels de la grille du PERO.

Fréquence de valorisation	Nombre d'unités de compte
Quotidienne	910
Hebdomadaire	9
Toutes les deux semaines	8
Total	927

Tableau 28 – Fréquences de valorisation des fonds de la base de données

Le Tableau 28 nous permet de voir que la valorisation ne va pas être une contrainte importante et que nous pourrions privilégier les fonds ayant une fréquence de valorisation quotidienne. Et donc, au vu des 17 fonds qui ne cotent pas quotidiennement, nous décidons de ne pas les prendre en comptes pour la suite de nos calculs.

2.3.2 Traitement et nettoyage de la base

Avant de choisir les fonds il faut s'assurer que la base de travail ne comporte pas d'anomalies. Nous présentons ici les différents retraitements nécessaires aux calculs qui vont suivre.

2.3.2.1 Complétion des valorisations manquantes

Dans la base de données des valeurs liquidatives des fonds, quelques données sont manquantes. Comme cela ne concerne que peu de valeurs et que la majorité des données manquantes ne représente qu'une seule journée de cotation, on décide de garder la valorisation précédente lorsque l'on n'a pas l'information.

A titre informatif, la base de données utilisées est la base initiale en ne gardant que les fonds qui cotent quotidiennement avec au moins 5 ans d'historique comme précisé dans les parties 2.3.1.2 et 2.3.1.3. Ainsi la complétion des valeurs manquantes concerne 73 fonds sur 910.

2.3.2.2 Traitement des Opérations Sur Titres

Les OST (Opérations Sur Titres) désignent les événements qui interviennent dans la vie d'un titre, il en existe une multitude. Notre base de données contient uniquement les valeurs liquidatives réelles en valeur absolue sans aucun retraitement. Par exemple un changement dans la composition du fonds ou

la division du prix d'un actif présent dans le fonds peut conduire à des discontinuités sur le cours du fonds.

Pour pouvoir détecter les discontinuités des fonds nous décidons de faire tourner un petit programme itératif qui observe les variations des valeurs liquidatives d'un fonds et qui nous retourne si dans l'historique du cours dont nous disposons la différence entre deux valeurs consécutives a dépassé un certain seuil que nous fixons. Par exemple si notre seuil est un facteur deux, nous allons récupérer tous les fonds qui ont une discontinuité plus grande qu'une multiplication par deux dans leur cours.

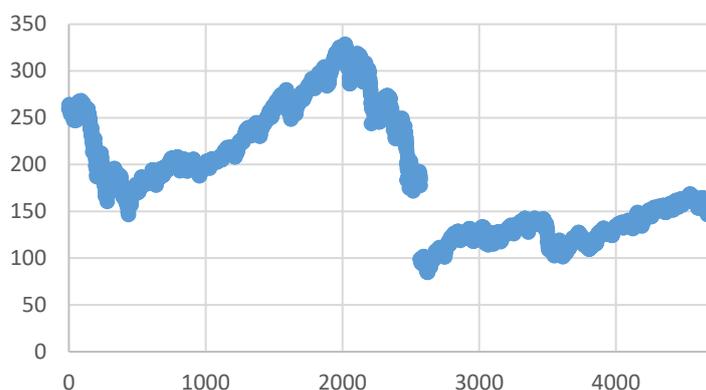


Figure 14 – Extrait de l'historique du cours de Insertion Emploi Dynamique RC – EUR

Le graphique ci-dessus est un exemple de cours d'une unité de comptes ayant une discontinuité de l'ordre d'une baisse instantanée de son cours de 50%, chaque unité représente un jour. Ces sauts créent des pics de performance et de volatilité non désirables s'ils ne sont pas traités.

Regardons pour différents seuils combien de fonds sont concernés par ces discontinuités :

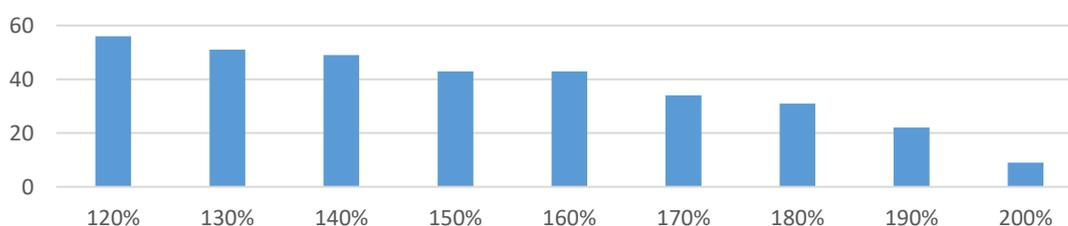


Figure 15 – Nombre d'unité de comptes discontinues en fonction des tailles de saut

Le tableau ci-dessus illustre donc, dans notre base de données, le nombre de fonds présentant une discontinuité supérieure à chaque seuil. C'est-à-dire que dans la l'historique des valeurs liquidatives, il existe un moment ou, pour passer d'une valeur à la suivante, avec les cotations journalières, il faut multiplier par plus que le seuil. On remarque que même avec un seuil relativement petit (120%) le nombre de fonds reste minime par rapport à la taille de notre base de données. Donc, on décide de ne pas les prendre en compte les 56 fonds et de les enlever de la base de données.

Pour conclure, dans notre base de données (introduit en 2.3.1), les 927 fonds correspondent aux 72,82% fonds ayant 5 ans d'historique et aux fonds ne présentant pas de discontinuités dans leurs cours (initialement il y avait 1273 fonds). Ainsi, le nombre total de fonds que nous utiliserons dans cette étude s'élève à 910 en se restreignant finalement aux fonds qui cotent quotidiennement parmi les 927.

2.3.3 Définition des contraintes

2.3.3.1 Les contraintes de volatilités

En plus des contraintes légales nous allons définir pour chaque grille une limite de volatilité qui va dépendre du nombre d'années restantes avant le départ à la retraite mais aussi de la performance générale du marché. Si l'on reprend les volatilités de nos 5 assureurs pour une grille prudente (Tableau 19), nous remarquons que 2022 est beaucoup plus volatile que 2018, 2019 ou 2021, cela est dû à une importante baisse générale des cours des actifs financiers.

Le but étant de composer avec les meilleurs fonds de notre base de données nous pouvons imposer une limite de volatilité sous forme de majoration de la volatilité moyenne de tout le portefeuille de 2018 à 2022.

2.3.4 Sélection des fonds

2.3.4.1 En remplaçant fonds par fonds

Détaillons la sélection des fonds pour l'assureur A, puis nous présenterons les mêmes résultats pour les autres assureurs.

Voici comment se présente la grille prudente de l'assureur A :

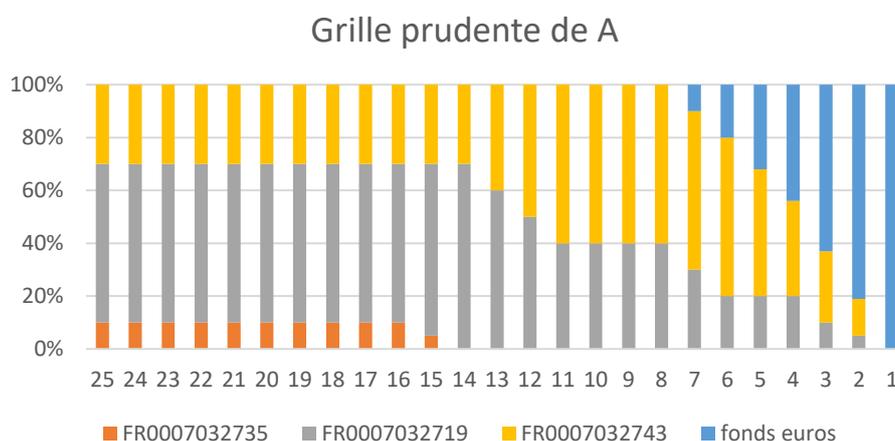


Figure 16 – Grille prudente de l'assureur A

Cette grille se compose de trois fonds à savoir Ofi Invest Dynamique Monde, Ofi Invest Equilibre Monde, Ofi Invest ISR Patrimoine et le fonds euros. Ce sont les mêmes fonds qui composent les autres grilles

Voici les informations sur les fonds :

ISIN	Libellé long	Indicateur de risque 02/06/2023	Classif EPF niveau 1 : Famille 02/06/2023	Classif EPF niveau 2 : Sous-Famille 02/06/2023
FR0007032735	Ofi Invest Dynamique Monde	6	Diversifiés	Diversifiés internationaux
FR0007032719	Ofi Invest Equilibre Monde	4	Diversifiés	Diversifiés euro
FR0007032743	Ofi Invest ISR Patrimoine Monde	3	Diversifiés	Diversifiés euro

Tableau 29 – Informations sur les fonds composants les grilles de l'assureur A

Dans un premier temps nous allons chercher les meilleurs fonds en termes de performance cumulée sur 5 ans qui conservent les mêmes caractéristiques de classification et de SRRI. Nous utilisons le SRRI plutôt que le SRI, car, le changement d'indicateur étant relativement récent, les grilles utilisées dans cette étude ont été construites selon le SRRI.

Dans la mesure du possible nous essayons de garder les fonds avec la même classification EPF de niveau 4.

Nous obtenons ces fonds-ci :

ISIN	Libellé long	Indicateur de risque 02/06/2023	Classif EPF niveau 1 : Famille 02/06/2023	Classif EPF niveau 2 : Sous-Famille 02/06/2023
FR0007034327	LCL Actions Diversification	6	Diversifiés	Diversifiés internationaux
LU1444115874	Goldman Sachs Patrimonial Balanced Europe Sustainable P Cap	4	Diversifiés	Diversifiés euro
FR0010526061	Alienor Alter Euro A	3	Diversifiés	Diversifiés euro

Tableau 30 – Informations sur les fonds sélectionnés pour l'assureur A

En remplaçant simplement les fonds dans les trois grilles prudente, équilibrée et dynamique de l'assureur A voici l'évolution des performances et de la volatilité obtenues pour les trois profils types (40 ans, 50 ans et 60 ans en 2018).

Âge	Différence Volatilité 2018	Différence Volatilité 2019	Différence Volatilité 2020	Différence Volatilité 2021	Différence Volatilité 2022	Différence Performance 1 an	Différence Performance 3 ans	Différence Performance 5 ans
40 ans	-2,21%	-0,39%	0,83%	1,29%	1,69%	-2,47%	-2,03%	10,44%
50 ans	-2,30%	-0,59%	1,35%	1,23%	2,09%	1,48%	1,05%	13,16%
60 ans	-1,36%	0,25%	1,52%	0,24%	0,00%	9,72%	7,85%	5,16%

Tableau 31 – Différence entre les performances et volatilités de la grille prudente avec les nouveaux fonds de l'assureur A de la grille prudente initiale

Pour l'analyse des volatilités et des performances les résultats ne sont pas représentatifs des 5 assureurs donc voici les mêmes informations mais sur la moyenne des 5 assureurs au lieu de l'assureur A.

Âge	Différence Volatilité 2018	Différence Volatilité 2019	Différence Volatilité 2020	Différence Volatilité 2021	Différence Volatilité 2022	Différence Performance 1 an	Différence Performance 3 ans	Différence Performance 5 ans
40 ans	2,10%	3,23%	3,18%	0,98%	3,47%	-6,54%	-3,18%	8,95%
50 ans	1,33%	2,64%	2,67%	0,97%	2,14%	-3,67%	-2,95%	8,12%
60 ans	0,64%	1,27%	1,07%	0,07%	0,13%	2,93%	1,80%	1,68%

Tableau 32 – Différence entre les performances et volatilités de la grille prudente avec les nouveaux fonds de la moyenne des 5 assureurs de la grille prudente initiale

Dans le Tableau 32 nous remarquons que plus l'on se rapproche de l'âge de départ à la retraite plus le gain de performance est faible et plus l'augmentation de la volatilité est faible. On s'attendait à un gain de performance sur 5 ans avec la sélection puisque c'était notre critère de choix. On voit qu'excepté lorsqu'on se retrouve proche de la liquidation de la retraite, la différence de performance 1 an et 3 ans est négative. Cela signifie que les fonds performant sur le plus long terme ont particulièrement été touchés par la baisse de 2022. Ce sont des fonds très volatiles, qui, en période pérenne, performant particulièrement bien, mais qui sont très peu robustes aux périodes de crises.

Finalement, la sélection naïve ne permet pas de gagner beaucoup de performance sur 5 ans, bien que nous observions que l'augmentation du risque à tendance à accroître le rendement. La volatilité augmente quant à elle légèrement mais elle reste limitée par le fait que nous avons gardé les mêmes SRRI.

2.3.4.2 Sous les contraintes de volatilité de la grille

Une grille est un portefeuille de fonds et chaque fonds ne peut pas être sélectionné individuellement sans prendre en compte le reste de la grille. Ce sont les performances et les risques globaux d'une grille d'allocation entière qui comptent. En effet la diversification ne peut que réduire la volatilité. Ici nous allons donc définir un maximum de volatilité sur les 5 dernières années pour les grilles prudente, équilibrée et dynamique afin de sélectionner nos fonds.

Le but ici est de trouver la meilleure combinaison de fonds possible, c'est-à-dire celle avec la plus haute performance sur les 5 dernières années en s'imposant un maximum de volatilité. Notre problème est donc un problème de maximisation sous contrainte d'une fonction à n variables qualitatives, n étant le nombre de fonds d'une grille.

Une première solution naïve serait de tester toutes les combinaisons possibles. Si l'on prend l'exemple d'une grille de 10 fonds avec seulement 10 fonds de remplacements possibles pour chaque fonds, ce qui est moins que dans certains de nos cas, alors il faudrait tester 10^{10} soit 10 milliards de combinaisons avant de trouver la meilleure. Même avec une machine performante cela prendrait trop de temps, il faut donc trouver un algorithme plus efficace qui converge plus rapidement vers le maximum global ou au moins vers un maximum local satisfaisant.

Pour répondre à cette problématique on se propose d'utiliser un algorithme génétique.

2.3.4.2.1 Principe de l'algorithme génétique : la théorie

Un algorithme génétique représente une stratégie de recherche réalisant un compromis équilibré entre l'exploration de l'espace de recherche et l'exploitation des meilleures solutions.

Son principe de fonctionnement provient des mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique de l'évolution. Cet algorithme a été introduit dans les années 70 par le scientifique américain John Henry Holland dans l'ouvrage *Adaptation in Natural and Artificial Systems*.

Un algorithme génétique permet de résoudre des problèmes qu'on ne peut pas résoudre en utilisant une méthode analytique ou algorithmique en un temps raisonnable. Dans cette méthode des milliers de solutions plus ou moins bonnes sont générées puis évaluées selon un critère qui favorise notre solution optimale. Ensuite le principe est de croiser les meilleures solutions obtenues et de les faire muter. En répétant cela plusieurs fois on essaie de tendre vers la solution optimale.

Par analogie, nos différents fonds seront les gènes, et la sélection complète de tous les fonds sera une solution donc un chromosome.

Pour adapter un algorithme génétique à un problème, en plus des données qui changent d'un cas à l'autre, il faut définir trois fonctions :

- La fonction de représentation du problème qui code chaque information définissant une solution possible, chaque information représente un gène et toutes les variantes de ce gène représente les allèles qui sont tous les fonds possibles pour remplacer un fonds dans une grille.
- La fonction inverse qui traduit un chromosome en une solution du problème.
- La fonction qui évalue la qualité d'une solution au problème.

Dans notre cas nous n'aurons pas besoin des deux premières fonctions, qui par exemple peuvent être des fonctions de codage et décodage du binaire. En effet, dans certain cas, représenter les individus par du binaire permet de plus facilement réaliser l'opération de croisement, puisqu'il suffit d'échanger les bits les représentant et de même pour la mutation. Dans notre cas, les grilles sont déjà des ensembles de fonds interchangeable et donc la structure de nos individus est directement adaptée à l'utilisation d'un algorithme génétique.

Voici le principe de fonctionnement d'un algorithme génétique générique :

1. Initialisation de la population initiale : P
2. Evaluation de P
3. Tant qu'il n'y a pas convergence :
 - a. $P' =$ Sélection des parents dans P
 - b. $P'' =$ Application des croisements à P'
 - c. $P''' =$ Application des mutations à P'
 - d. $P = P' \cup P'' \cup P'''$
 - e. Evaluation de P
4. Fin du Tant que

Le rôle de la fonction de croisement la recombinaison des informations présentes dans le patrimoine génétique de la population. Elle permet de diversifier la population au cours des générations et

d'explorer l'espace d'état. L'opérateur de mutation, quant à lui, permet d'atteindre la propriété d'ergodicité. Cette propriété garantie que chaque point de l'espace de recherche peut être atteint.

La fonction d'évaluation permet de sélectionner les individus les plus prometteurs d'une génération, ceux qui vont participer à l'amélioration de notre population.

Il existe plusieurs critères de convergence :

- Une évaluation minimum que l'on souhaite atteindre de la population ou dans la population
- Un certain temps de calcul ou nombre d'itérations à ne pas excéder
- Un mélange de ces deux critères pour ne pas atteindre le maximum de temps de calcul à chaque fois

Dans notre cas, étant donné que le but est d'obtenir la plus grande performance possible sur les 5 dernières années, nous allons utiliser un nombre d'itérations que nous déterminerons en fonction de la stabilité des solutions et des vitesses de convergence.

Il existe de très nombreuses versions des algorithmes génétiques, nous détaillons dans la partie suivante l'application aux grilles de gestion pilotée.

2.3.4.2.2 Le fonctionnement de l'algorithme génétique pour la sélection de fonds : la pratique

Précisons maintenant son fonctionnement dans notre propre cas. L'intégralité de la méthode qui va suivre a été codé en VBA.

Le but est, pour une grille, de trouver les meilleurs fonds de remplacement afin d'obtenir la plus grande performance historique sur 5 ans possible, sans dépasser une limite de volatilité, que l'on s'impose. La définition de cette limite sera précisée plus tard dans la partie 2.3.4.2.4.

Notre fonction d'évaluation des solutions sera la performance cumulée sur 5 ans.

Dans la suite nous notons n le nombre de fonds de la grille que nous cherchons à optimiser avec l'algorithme. Une grille se compose donc de $n+1$ fonds en comptant le fonds euros qui lui, restera le même. L'ordre des fonds dans la grille est important puisque pour chaque fonds une certaine classification est imposée. Nous pouvons alors voir la structure des grilles comme des tableaux où le premier élément, de rang 0, est fixé et correspond au fonds euros, et les autres éléments, de rang 1 à n , seront des fonds d'une certaine classification dépendante de la grille que l'on cherche à optimiser. Ces classifications seront immuables tout au long de notre algorithme.

Comme pour la sélection naïve en remplaçant fonds par fonds (partie 2.3.4.1), chaque fonds ne peut être remplacé que par un fonds de même classification, afin de ne pas dénaturer la structure de la grille. Également, les allocations de la grille entre les différents fonds resteront fixes, le but étant uniquement de sélectionner les meilleurs fonds possibles pour une grille donnée.

Initialisation :

Premièrement, nous devons créer notre population initiale. Nous choisissons de l'initialiser avec 100 grilles. Il n'existe pas de réelle méthode pour choisir la taille de la population initiale. Il faut qu'elle soit suffisamment grande pour obtenir des solutions de bonnes qualités mais également suffisamment petite pour que le temps d'exécution de l'algorithme reste raisonnable. Le temps d'exécution de cet algorithme étant proportionnel à la taille de la population initiale nous verrons par la suite dans

l'analyse du temps d'exécution que 100 est un nombre raisonnable pour nos contraintes de temps d'exécution et pour la stabilité du résultat obtenu.

Ainsi, pour chacun des n fonds composants chacune des 100 grilles, nous sélectionnons aléatoirement un fonds possible parmi tous les fonds de sa classification présents dans notre base de données et ce, avec équiprobabilité.

Si la volatilité d'une grille de la population initiale dépasse la limite que l'on s'est fixée, alors il suffit de ne pas la prendre en compte et de refaire un autre tirage de grille aléatoire jusqu'à en obtenir une avec une volatilité suffisamment faible.

La fonction de croisement :

A cette étape, le but est de croiser les grilles de la population initiale deux à deux afin d'en créer de nouvelles. Pour cela, nous constituons aléatoirement 50 couples avec les 100 grilles de la population initiale. Ainsi, chaque grille de la population initiale, ou chaque parent, sera sélectionnée une seule fois pour être associée à une autre. Puis, pour chaque couple (Parent 1 et Parent 2), nous allons créer deux nouvelles grilles (Enfant 1 et Enfant 2). Un fonds d'un enfant sera, avec une probabilité de 1/2, composé de celui du parent 1 ou de celui du parent 2 de telle façon à ce que l'ensemble des fonds des deux enfants soit égal à l'ensemble des fonds des deux parents, comme sur la figure ci-dessous.

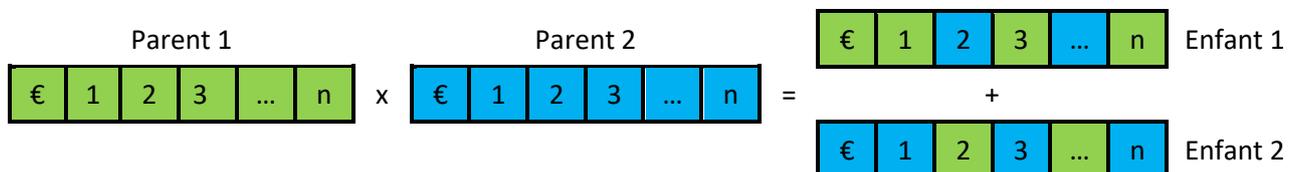


Figure 17 – Illustration du croisement de deux grilles

Ainsi, après les 50 croisements nous obtenons 100 nouvelles grilles. Ensuite on calcule leurs volatilités pour ne garder que les grilles respectant la contrainte.

Il est à noter qu'il est possible que deux parents aient des fonds en communs, dans ce cas les deux enfants auront les mêmes fonds. La forte présence d'un fonds a tendance à signifier qu'il permet aux grilles de maintenir une performance élevée.

Le graphique suivant permet de se rendre compte du nombre de grilles qui, après les croisements, ne respectent pas la contrainte de volatilité.

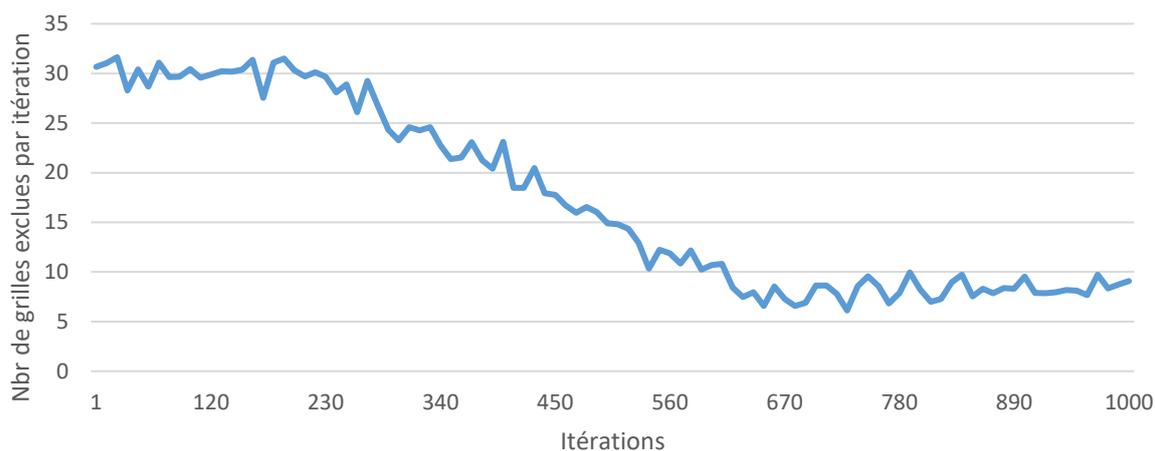


Figure 18 – Moyenne du nombre de grilles exclue à chaque étape croisement pour cause d’une volatilité trop importante pour la grille équilibrée de l’assureur A

La Figure 18 montre, avec une moyenne de 10 essais, le nombre de fonds que l’on exclue à chaque étape croisement jusqu’à 1000 itérations. Nous prenons ici l’exemple de la grille équilibrée de l’assureur A, mais de manière générale toutes les courbes se ressemblent. La tendance générale est décroissante, et devient constante vers la fin.

La fonction de mutation :

Ici, nous repartons des 100 grilles initiales, pour leurs appliquer des mutations. Concrètement, il s’agit pour chaque grille, de sélectionner aléatoirement un fonds (sauf le fonds euros) et de le remplacer par un autre fonds de même classification dans notre base de données.

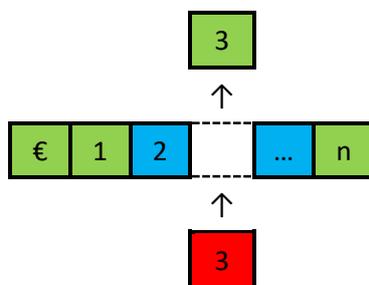


Figure 19 – Illustration de l’opérateur de mutation

Nous obtenons de la même façon un maximum de 100 grilles supplémentaires car comme pour l’étape des croisements on retire parmi les 100 grilles obtenues celles qui ne respecte pas la limite de volatilité.

Tout comme pour l’étape précédente de l’algorithme, nous illustrons le nombre de grilles, parmi les 100 nouvelles à chaque itération, non conservées par l’opération de mutation sur la population initiale à cause d’une volatilité supérieure à la limite.

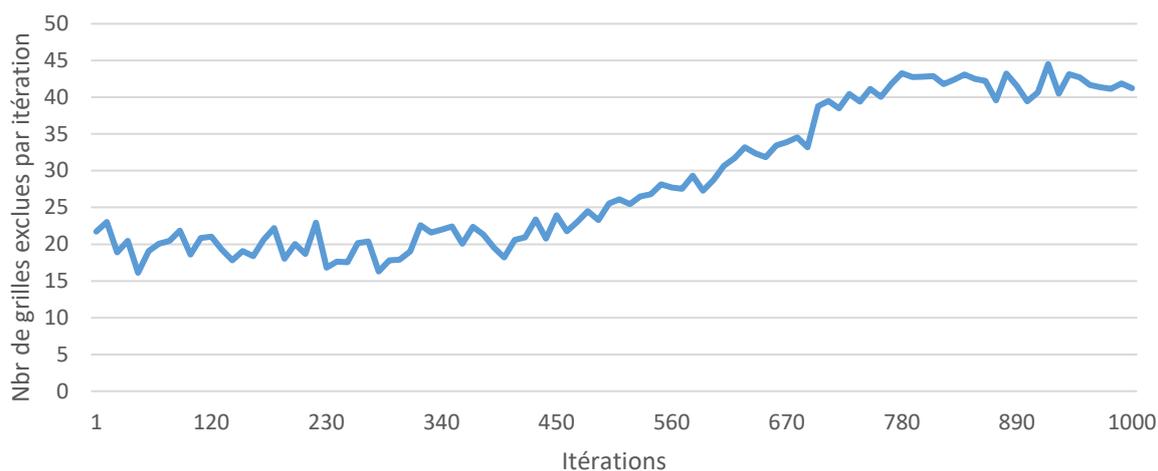


Figure 20 - Moyenne du nombre de grilles exclues à chaque étape mutation pour cause d'une volatilité trop importante pour la grille équilibrée de l'assureur A

La Figure 20 montre, avec une moyenne sur 10 essais, le nombre de fonds que l'on exclue à chaque étape mutation jusqu'à 1000 itérations. Nous remarquons ici, sur l'exemple de la grille équilibrée de l'assureur A, qu'à l'inverse de l'étape croisement, le nombre d'exclusion augmente, en moyenne, au fur et à mesure des itérations pour devenir plutôt stable vers la fin (l'allure est identique pour les autres types de grilles et les autres assureurs mais avec des valeurs de stagnation différentes).

Evaluation :

Après avoir effectué toutes étapes précédentes, nous regroupons en un seul ensemble les 100 grilles initiales, les grilles obtenues par croisements et celles obtenues par mutations : c'est ce que l'on appelle une stratégie de fusion. Nous sélectionnons alors parmi cet ensemble les 100 meilleures grilles en fonction de leurs performances sur les 5 dernières années. Si nous avons atteint le nombre maximal d'itérations (à savoir 1000) alors l'algorithme s'arrête et le résultat final est la grille la plus performante parmi les 100 grilles, sinon on recommence chaque étape en prenant les 100 grilles sélectionnées comme population initiale pour l'itération suivante.

Pour se faire une idée de la convergence de l'algorithme, il est intéressant de regarder l'évolution de la meilleure performance obtenue à chaque itération. Pour ce faire, voici un exemple.

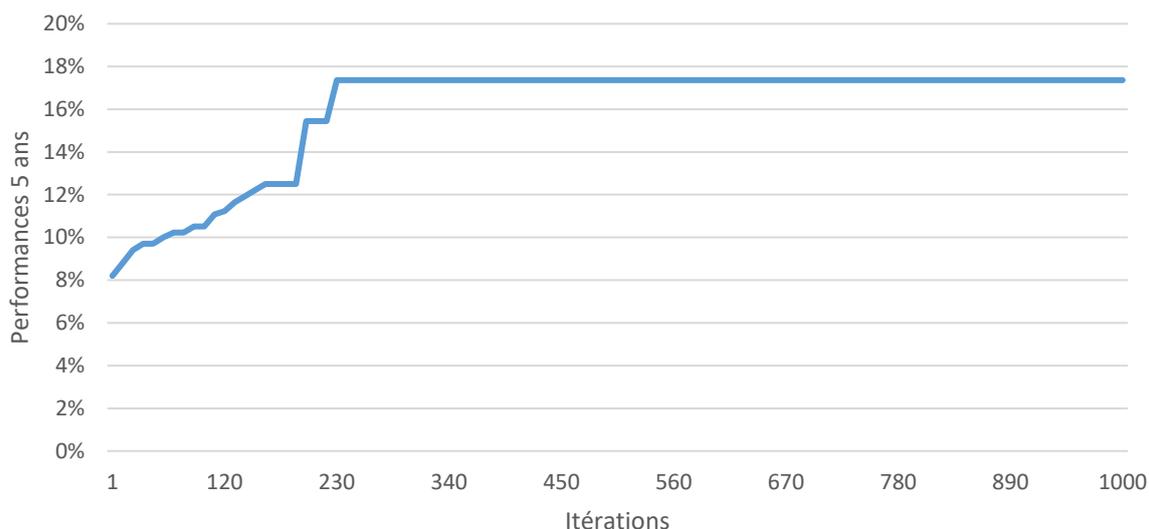


Figure 21 – Evolution de la performance cumulée sur 5 ans de l'allocation de la grille équilibrée de l'assureur A en fonction des itérations de l'algorithme

Pour illustrer la progression de notre algorithme génétique, la Figure 21 présente l'évolution de la performance cumulée sur 5 ans de l'allocation de la grille équilibrée de l'assureur A. On remarque que par rapport aux 1000 itérations, l'algorithme a convergé rapidement vers la performance de 17,36%, atteinte à partir de la 230^{ème} itération. Il est à noter que l'algorithme a été relancé 10 fois et qu'à chaque fois le même maximum de 17,36% a été obtenu, au plus tard à la 339^{ème} itérations.

2.3.4.2.3 Le choix des paramètres et les limites de l'algorithme génétique

Premièrement, l'algorithme génétique nous permet de réduire un temps de calcul trop long si nous testions toutes les grilles possibles. Ce qui serait l'idéal pour obtenir la meilleure solution. Donc même si le résultat peut paraître très satisfaisant pour nos attentes, il n'est pas improbable qu'il y ait mieux.

Nous présentons ici les différentes limites du modèle mais aussi les avantages qu'il présente.

Les inconvénients :

La convergence des algorithmes génétiques est plutôt lente de manière générale, ou autrement dit le temps de calcul est long.

Pour s'en rendre compte, nous présentons ici le temps de calcul pour les grilles équilibrées des différents assureurs.

Assureurs	A	B	C	D	E
Nombre de fonds dans la grille équilibrée	3	6	8	5	14
Temps d'exécution en minutes	7,41 min	13,84 min	17,64 min	12,76 min	31,15 min

Tableau 33 – Temps d'exécution de l'algorithme génétique pour les grilles équilibrées des 5 assureurs

Nous observons ici que le temps de calcul est tout de même relativement long puisqu'il faut l'appliquer à chacune des grilles chaque algorithme.

Nous justifions le choix des 1000 itérations par la longueur d'exécution des algorithmes, en effet, plus de 30 minutes d'exécution commence à être long. Sachant que dans tous les cas, tel que dans la Figure 21, 1000 itérations a été suffisant pour obtenir convergence. Pour information, c'est l'assureur E qui présente la convergence la plus lente (la grille équilibrée plus précisément), du fait du nombre de fonds plus élevé, pour autant l'évolution de la performance au cours des itérations est devenue constante à partir de la 745^{ème}.

Le choix de la taille de la population initiale est elle aussi en partie motivé par le temps d'exécution puis qu'il est proportionnel à la taille de cette dernière.

Taille de la population initiale	Performances sur 5 ans obtenues	Temps d'exécution
25	19,94%	6,52 min
50	25,36%	14,61 min
75	27,22%	23,91 min
100	27,22%	31,15 min
200	27,22%	55,74 min
300	27,22%	1h 27min
400	27,22%	2h 03min
500	27,22%	2h 28min
1000	27,22%	5h 15min

Tableau 34 – Résultats et temps d'exécution de l'algorithme génétique appliqué à la grille équilibrée de l'assureur E pour différente taille de population.

Le Tableau 34 présente les résultats et temps d'exécution de l'algorithme génétique à la grille équilibrée de l'assureur E en fonction de la taille de la population initiale. On observe qu'à partir de la taille 75, la performance résultante de l'algorithme ne s'améliore plus, mais que cependant, le temps d'exécution continue d'augmenter proportionnellement à la taille de la population initiale. Les grilles de l'assureur E étant les plus complexes et donc les grilles qui convergent le moins rapidement par l'algorithme, il paraît raisonnable de fixer 100 comme paramètre pour la taille de la population initiale.

Malgré les paragraphes précédents, il reste difficile d'ajuster correctement les paramètres de ce genre de modèles, surtout que le nombre de paramètres est important. Ici par exemple, il est difficile de se faire une idée de l'allure que peut avoir la fonction qu'on optimise en fonction des fonds. Ainsi il peut y avoir des maximums locaux assez éloignés du véritable maximum. En effet, nous pouvons être confrontés à des problèmes de convergence prématurée ou de diversité réduite.

Également, nous pouvons souligner qu'à chaque étape de l'algorithme, les différents croisements et les mutations n'améliorent pas systématiquement les performances. De plus en sélectionnant aléatoirement la population initiale de la première itération, on ne s'assure pas d'obtenir un résultat meilleur que la grille initiale qu'on cherche à optimiser. En pratique, ce problème n'a pas été rencontré, si ça avait été le cas, alors une solution aurait pu être d'inclure tout simplement dans la population initiale la grille que l'on veut optimiser pour tenter d'obtenir un résultat au moins aussi bon.

Les avantages :

Le long temps de calcul est en réalité un avantage puisque par rapport à tester toutes les grilles possibles, l'algorithme génétique reste beaucoup plus rapide pour obtenir une solution satisfaisante.

De plus ces algorithmes offrent de bonnes capacités de parallélisation, donc ils nécessitent beaucoup de calculs mais qui peuvent se faire plus rapidement.

En réalité l'algorithme ne fournit pas une seule solution mais plusieurs. En effet, à la fin de l'algorithme, nous sélectionnons la grille la plus performante de la dernière génération. Si un critère intéressant, qui ne faisait pas partie de la fonction d'évaluation des individus, se révèle sur un individu et pas un autre, avec des notations (performances dans notre cas) proches, alors il pourrait être judicieux de le choisir.

L'algorithme génétique est également très flexible, il n'est pas nécessaire de connaître la fonction que l'on optimise, c'est d'ailleurs notre cas.

2.3.4.2.4 Définition des contraintes par niveaux de risque

Le choix de la limite de volatilité est arbitraire, mais en regardant les volatilités des assureurs sur les 5 dernières années de 5 assureurs, un calibrage sur une volatilité moyenne peut être effectué. La fréquence d'investissement n'est pas prise en compte. Les volatilités exposées ci-dessous sont calculées dans le cas d'une prime unique initiale.

	A	B	C	D	E	Moyenne	Médiane
prudente	8,18%	3,96%	3,77%	7,56%	10,62%	6,82%	7,56%
équilibrée	12,65%	7,86%	5,67%	11,51%	9,34%	9,40%	9,34%
dynamique	14,81%	11,64%	8,28%	15,24%	11,06%	12,21%	11,64%

Tableau 35 – Volatilité moyenne sur 5 ans annualisée des grilles initiales des 5 assureurs

	A	B	C	D	E	Moyenne	Médiane
Prudente	8,57%	3,68%	3,83%	8,31%	12,00%	7,28%	8,31%
Equilibrée	14,96%	6,09%	5,76%	13,55%	13,00%	10,67%	13,00%
Dynamique	15,86%	4,80%	8,40%	18,53%	15,20%	12,56%	15,20%

Tableau 36 – Volatilité moyenne sur 5 ans annualisée des grilles avec la sélection fonds par fonds des 5 assureurs

Type de grille	Limites choisies
Prudente	8%
Equilibrée	11%
Dynamique	14%

Tableau 37 – Les limites de volatilités choisies pour sélectionner les fonds avec l'algorithme génétique

Le Tableau 37 présente les limites que nous décidons de retenir pour sélectionner les fonds, avec l'algorithme génétique présenté plus haut. Notre but est de choisir la même limite pour tous les assureurs pour harmoniser les propositions qu'un assureur peut faire aux clients et que la différence s'effectue non plus sur le risque mais sur les unités de fonds choisies et l'allocation. Comme nous l'avons vu l'évolution de la volatilité des grilles était similaire entre les assureurs. Ainsi nous décidons de prendre des valeurs de limites de volatilité proches d'une moyenne de marché qui se caractérise ici par la moyenne de notre petit portefeuille de 5 assureurs. On se place arbitrairement entre la sélection

faite fonds par fonds et la sélection initiale. Peu importe les limites choisies la suite des méthodes présentées est identique.

2.3.4.2.5 Sélection des fonds

Nous n'allons pas écrire la liste de tous les fonds sélectionnés par soucis de lisibilité mais ce que nous remarquons dans notre sélection de fonds est qu'initialement nous retrouvons plus ou moins les mêmes fonds au sein des trois grilles prudentes, équilibrée et dynamique d'un même assureur. Pourtant lors de la sélection un même fonds se situant dans les trois grilles n'est pas remplacé trois fois par le même fonds. Excepté pour ceux qui changent leurs nombres de fonds entre leurs différentes grilles, la seule différence est les allocations. Donc, l'allocation a un fort impact sur la sélection. C'est aussi une des limites de notre modèle. En effet n'ayant que 5 ans de recul sur la valorisation des fonds le résultat va dépendre de l'intervalle de 5 ans sur lequel on va se placer pour effectuer notre choix. L'intervalle choisi étant le même pour tous, nous pouvons quand même comparer les résultats.

Les fonds ont été sélectionnés en respectant la réglementation et les catégories initiale. C'est-à-dire que chaque fonds est remplacé par un autre ayant le même niveau 4 de classification.

2.3.4.2.6 Résultats

Les résultats de la sélection en termes de performance et de volatilité par rapport aux limites imposées sont présentés dans cette partie.

Premièrement, analysons la proximité entre les volatilités obtenues pour chaque assureur et les limites qu'on s'est fixées en partie 2.3.4.2.4.

	A	B	C	D	E	Moyenne
Prudente	6,98%	5,66%	3,93%	7,76%	7,80%	6,42%
Équilibrée	10,87%	9,93%	5,90%	10,56%	10,67%	9,59%
Dynamique	12,75%	12,06%	8,61%	13,50%	11,53%	11,69%

Tableau 38 – Volatilité annualisée sur 5 ans (2018-2022) pour chaque type de grille et chaque assureur

Le tableau ci-dessus montre qu'en moyenne il y a un écart de 1,8% avec les limites de 8%, 11% et 14% fixées. Le résultat semble satisfaisant puisque 9,59% est supérieur à 8% et 11,69% est supérieur à 11%, c'est-à-dire que l'augmentation de la limite de volatilité permet de sortir de la catégorie précédente. L'assureur C semble plus en deçà des limites, mais cela provient de la composition de la grille qui intègre des fonds par nature beaucoup moins risqués. Dans ce cas-ci, prolonger l'exécution de l'algorithme n'aurait pas permis de se rapprocher de la limite de volatilité pour gagner en performance.

Il faut maintenant comparer les performances sur les 5 dernières années, obtenues par rapport aux grilles initiales et à la sélection naïve. Cela permettra d'observer de combien, la mutualisation du risque, à toute la grille, permet un gain ou une perte de performance.

Performances cumulées 5 ans		A	B	C	D	E
Initiale	prudente	-4,04%	4,80%	20,14%	-7,08%	13,85%
	équilibrée	3,54%	9,86%	21,42%	-2,46%	15,23%
	dynamique	8,42%	1,21%	22,01%	1,37%	15,39%
Sélection naïve	prudente	9,12%	8,06%	23,78%	-1,09%	13,97%
	équilibrée	15,44%	14,95%	26,98%	0,99%	2,64%
	dynamique	17,39%	8,42%	30,33%	1,90%	6,76%
Sélection sous contrainte	prudente	7,52%	13,81%	24,37%	1,94%	17,94%
	équilibrée	17,36%	23,42%	27,85%	3,93%	27,22%
	dynamique	27,88%	17,56%	31,22%	7,85%	30,45%

Tableau 39 – Performances cumulées 2018-2022 pour chaque type de sélection et sans sélection

Le Tableau 39 rappelle, sur les trois premières lignes, les performances sur 5 ans des grilles initiales. Puis, il présente les performances des deux types de sélection. Les résultats semblent convaincants. Premièrement, dans tous les cas, les performances de la sélection avec l'algorithme génétique sont meilleures que les grilles initiales. Mais, cela est aussi vrai pour la sélection naïve, à l'exception, de la grille prudente de l'assureur A. Normalement, on s'attend à ce que la volatilité de cette dernière soit supérieur à la limite de sélection des grilles prudentes de 8%. Et en effet, dans le Tableau 36, elle est de 8,57%. Dans le cas contraire, ce résultat aurait remis en cause l'efficacité de l'algorithme génétique pour notre application.

Les performances obtenues sont donc meilleures, et en comparant le Tableau 36 et le Tableau 38, la volatilité de la sélection génétique apparait de manière générale plus faible que pour la sélection naïve.

Le tableau suivant présente les ratios de Sharpe sans prendre en compte de taux sans risque, donc simplement le ratio rendement/risque, entre les performances cumulées annualisées et les volatilités moyennes sur 5 ans.

Rendement/Risque		A	B	C	D	E
Initiales	prudente	-10,0%	23,8%	99,1%	-19,3%	24,7%
	équilibrée	5,5%	24,1%	69,9%	-4,3%	30,8%
	dynamique	11,0%	2,1%	49,0%	1,8%	26,3%
Sélection naïve	prudente	20,6%	42,4%	113,7%	-2,6%	22,1%
	équilibrée	19,5%	46,4%	85,0%	1,5%	4,0%
	dynamique	20,5%	33,9%	64,7%	2,0%	8,7%
Sélection sous contraintes	prudente	20,9%	46,3%	113,6%	5,0%	43,0%
	équilibrée	29,9%	43,3%	85,4%	7,3%	46,2%
	dynamique	39,5%	27,3%	64,8%	11,3%	47,4%

Tableau 40 – Ratio rendement/risque pour chaque sélection, chaque type de grille et chaque assureur

Tous les ratios s'améliorent, entre la sélection sous contrainte et les grilles initiales. Quand on regarde la sélection sous contrainte par rapport à la sélection naïve on remarque que tous les ratios sont supérieurs pour la sélection sous contrainte, sauf pour trois valeurs. La première est celle de la grille prudente de l'assureur C, mais la différence est extrêmement faible et a permis d'améliorer légèrement la performance. Les deux autres sont les grilles équilibrée et dynamique de l'assureur B. Le ratio est plus faible pour les grilles dont les fonds ont été sélectionnés sous contraintes. Dans les deux cas, la volatilité et la performance sont bien plus grandes, car les limites de volatilité sont très éloignées des volatilités de la sélection naïve de l'assureur B.

Finalement, nous voyons bien la pertinence d'une sélection ne prenant pas en compte un risque global et non individuel par fonds. Cela permet d'obtenir une meilleure performance, mais également une volatilité plus faible, puisque les ratios rendement/risque deviennent meilleurs.

2.3.4.2.7 Corrélation entre les fonds après sélection sous contrainte

Il existe deux façons de réduire la volatilité d'une grille de gestion pilotée ou d'un portefeuille d'actifs de manière générale, soit on compose le portefeuille d'actifs directement moins volatile, soit on choisit des actifs moins corrélés entre eux. Nous avons par notre processus de sélection, limité la volatilité globale de la grille, mais nous allons voir si cela a eu un impact sur les corrélations deux à deux des fonds qui composent les grilles.

Commençons par l'assureur A pour illustrer :

	Initiale				Optimisée		
	fonds 1	fonds 2	fonds 3		fonds 1	fonds 2	fonds 3
fonds 1	1,00	0,96	0,96	fonds 1	1,00	0,83	0,73
fonds 2		1,00	0,96	fonds 2		1,00	0,90
fonds 3			1,00	fonds 3			1,00

Tableau 41 – Corrélation entre les fonds des grilles équilibrées initiale et optimisée de l'assureur A sur 5 années d'historique

Le Tableau 41 présente les corrélations entre les 3 fonds qui composent les grilles équilibrée initiale et optimisée de l'assureur A. Nous remarquons qu'en moyenne la corrélation entre deux fonds baisse de 0,14.

Nous observons une baisse moyenne de 0,9 de corrélation entre les fonds deux à deux pour tous nos individus.

Il est important de voir les effets sur la diversification des fonds d'une grille qui est justement un des enjeux de la loi PACTE avec les contraintes d'investissement dans les fonds PEA PME.

Nous pouvons conclure ici que la diversification est bien un facteur significatif dans la réduction des risques des grilles et qu'elle permet d'améliorer le couple rendement/risque. Notre algorithme de sélection permet de capter cet effet puisque son seul critère de choix est la performance finale sur les 5 dernières années. L'algorithme capte donc tous les effets qui pourraient avoir un impact sur la baisse de volatilité sans affecter la performance mais nos résultats permettent de voir l'importance de la diversification.

2.4 Conclusion

Des limites de la réglementation sur le contrôle du risque des grilles ont été mises en lumière dans ce chapitre. Des grilles très similaires en termes de performances mais très différentes en termes de risques ont pu être construites sous la même dénomination légale. L'algorithme génétique permet de sélectionner des fonds en prenant en compte un risque au niveau global d'une grille. Allier cette méthode à la réglementation empêche de créer l'exemple absurde présenté.

Des effets d'optimisation du ratio rendement/risque ont pu être soulevés. De plus, l'algorithme permet également de diversifier la sélection, qui passe par une baisse de la corrélation entre les fonds.

Maintenant que des grilles ont été construites, nous devons valider les résultats et voir ces conséquences sur la vie réelle, en projetant sur une carrière complète les grilles de gestion pilotée. Ainsi, nous pourrions obtenir une idée plus ou moins précise des rentes nettes de sortie d'un dispositif PER qui correspond à l'information la plus importante pour un adhérent.

3 Chapitre 3 : Projections des unités de comptes et résultats au sein d'un PERO

Maintenant que nous disposons de grilles construites, nous allons pouvoir les projeter pour voir leurs impacts sur une carrière complète.

3.1 Projections à long terme

3.1.1 Projections des fonds actions

3.1.1.1 *Modèle de Black & Scholes*

Le modèle de Black & Scholes permet initialement d'évaluer le prix d'une option sur une action. Ce modèle donne les informations nécessaires pour établir une stratégie de couverture d'un actif risqué et d'un actif sans risque, c'est-à-dire le montant à placer, en fonction du temps, dans l'actif risqué. En utilisant l'équation de diffusion du modèle il est possible de l'utiliser pour projeter le cours d'un actif en connaissant son rendement et sa volatilité.

Soit S_t , le prix de l'actif, un mouvement brownien géométrique.

Dans ce modèle, le cours de l'actif suit l'équation de diffusion suivante :

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu * dt + \sigma * dB_t$$

Où,

- S_t le prix de l'actif à l'instant t
- B est un mouvement brownien
- μ est un le rendement instantané de S
- σ est la volatilité de S

Ce modèle n'est valable que si les hypothèses de marché suivantes sont vérifiées :

- Il n'y a pas d'opportunités d'arbitrages
- Le temps est une fonction continue
- Il est possible de vendre à découvert un actif
- Il n'y a pas de coûts de transaction
- Il y a un actif sans risque dont le rendement est connu et constant
- Tous les actifs sont parfaitement divisibles
- Il n'y a pas de versement de dividendes

Nous pouvons résoudre l'équation pour obtenir une expression de S_t en fonction de son prix initial S_0 et du temps t :

Grâce à la formule d'Itô,

$$S_t = S_0 * \exp \left\{ \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) * t + \sigma * B_t \right\}$$

Nous pourrions par la suite directement utiliser cette expression pour projeter nos fonds.

Les avantages et inconvénients du modèle :

Le modèle de Black & Scholes est un modèle précis qui prend en compte tous les paramètres qui peuvent influencer le prix d'une option. C'est un modèle simple, facile à mettre en œuvre, qui n'a pas de beaucoup de contraintes de temps de calcul. C'est également une formule très flexible qui peut être utilisée dans une multitude de situations comme avec des obligations et d'autres produits basiques, ce qui en fait un outil puissant pour les traders qui veulent négocier une variété d'actifs plutôt qu'une seule classe d'actif.

Par contre le modèle ne prend en compte que le prix de l'actif sous-jacent et ignore d'autres facteurs tels que les dividendes des actions, les taux d'intérêts, les variations de volatilité, les chocs externes, etc. Le modèle n'est également pas très adapté aux scénarios extrêmes puisque le cours de l'actif suit une distribution log-normale.

Les hypothèses du modèle ne sont pas réalistes non plus. L'efficacité des marchés, l'absence d'opportunités d'arbitrages, la constance des rendements et la constance de la volatilité ne reflètent pas le véritable marché.

3.1.1.2 Calibrage des paramètres du modèle

3.1.1.2.1 Le modèle

En pratique avant de projeter le cours d'un actif avec le modèle de Black & Scholes il faut calibrer les deux paramètres μ et σ . Pour chaque fonds nous allons utiliser le rendement moyen annualisé et la volatilité moyenne annualisée sur les 5 dernières années. Nous savons qu'avec la Covid-19 qui a eu de fortes conséquences sur les marchés en 2020 et la guerre en Ukraine qui a commencé en 2022, les scénarios de baisse ne manquent pas. Nous décidons tout de même de ne pas appliquer de correction à nos estimations de paramètres de projection pour rester fidèle à la réalité et potentiellement nous placer dans des scénarios de projection plus prudents.

3.1.1.2.2 Le nombre de simulations

Il nous reste à choisir le nombre de simulation que nous voulons effectuer. Le but de ce modèle est de projeter des unités de comptes sur 43 ans. Le but est d'obtenir un résultat stable avec un nombre de simulations pas trop important, pour que le temps d'exécution reste raisonnable pour le calcul des simulations et les calculs futurs qui se baseront sur ces simulations. Nous allons donc regarder au bout de combien de simulations la moyenne des valeurs liquidatives du fonds en fonction du nombre de simulation ne varie plus. Pour cela on regarde la moyenne de la dernière valeur liquidative du fonds action le plus volatile en fonction du nombre de simulations.

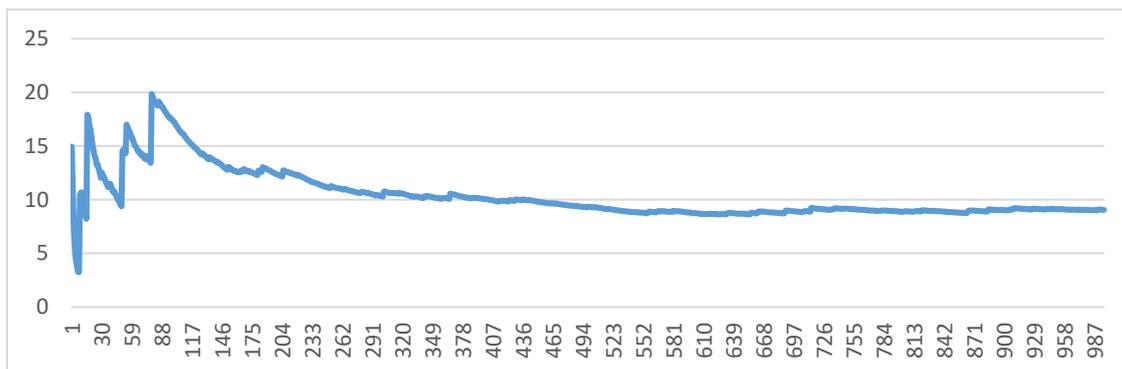


Figure 22 – Moyennes cumulées de la valeur finale des trajectoires de Monte Carlo du fonds Prévoir Gestion Actions C

D'après le graphique ci-dessus on remarque que 1000 simulations sont suffisantes pour assurer une convergence de la moyenne. Ainsi pour la suite nous conserverons 1000 simulations pour les projections avec le modèle de Black & Scholes en ayant considéré que si 1000 simulations sont suffisantes pour le fonds le plus volatile alors elles le seront aussi pour les autres.

3.1.2 Projections des fonds obligataires

3.1.2.1 Modèle de Vasicek

Pour modéliser le prix des fonds obligataires nous choisissons le modèle de Vasicek. Le modèle de Vasicek est un modèle d'équilibre à un facteur de taux d'intérêt introduit en 1977 par Oldrich Vasicek. Ce modèle sert à prédire les taux d'intérêts futurs en fonction d'une période donnée, de la volatilité actuelle de notre fonds, la valeur moyenne des taux d'intérêt à long terme ainsi qu'un facteur de risque de marché donné. Il permet de prédire les taux d'intérêts à long terme en simulant les taux d'intérêts à court terme.

Le modèle :

Sous la probabilité risque neutre, le taux d'intérêt instantané à la date t suit l'équation différentielle stochastique suivante :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t$$

Où :

- b est le niveau moyen à long terme
- a est la vitesse de retour au niveau moyen à long terme
- σ est la volatilité instantanée
- r_t le taux d'intérêt instantané
- W_t est un processus de Wiener

Le processus a la caractéristique d'osciller autour de sa moyenne, ici b . En effet on remarque que si r_t est supérieur à b alors $b - r_t$ va être négatif et donc la tendance va être négative et inversement si $b - r_t$ est positif car r_t est inférieur à b alors la tendance va être positive.

La solution de cette équation différentielle stochastique est la suivante :

$$r_t = b - (r_0 - b)e^{-at} + \sigma \int_0^t e^{-a(t-s)} dW_s$$

Cela se prouve en posant la fonction $f(x, t) = e^{at}r_t$, puis en utilisant le lemme d'Îto et en finissant par intégrer.

On remarque que sous la probabilité risque neutre, r_t est un processus gaussien et stationnaire avec :

$$\begin{cases} \mathbb{E}(r_t) = b + (r_0 - b)e^{-at} \\ \mathbb{V}(r_t) = \frac{\sigma^2}{2a}(1 - e^{-2at}) \end{cases}$$

En utilisant le fait que $\mathbb{E}(e^{zX}) = \exp\left(z\mu + \frac{1}{2}z^2\sigma^2\right)$, pour toute variable aléatoire $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$:

Sous la dynamique du modèle de Vasicek, le prix d'une obligation zéro-coupon de maturité T est :

$$B(t, T) = \exp\left\{\mathbb{E}\left(-\int_t^T r_s ds | \mathcal{F}_t\right) + \frac{1}{2}\text{Var}\left(-\int_t^T r_s ds | \mathcal{F}_t\right)\right\}$$

$$B(t, T) = \exp\left\{-R_\infty(T-t) + (R_\infty - r_t)\frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} - \frac{\sigma^2}{4a^3}(1 - e^{-a(T-t)})^2\right\}$$

où $R_\infty = b - \frac{\sigma^2}{2a^2}$

Et la courbe des taux à l'instant t vaut :

$$R(t, T) = -\frac{1}{T-t} \ln B(t, T)$$

$$R(t, T) = -R_\infty + (R_\infty - r_t)\frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a(T-t)} - \frac{\sigma^2}{4a^2(T-t)}(1 - e^{-a(T-t)})^2$$

Nous allons avoir besoin de ce modèle pour projeter des fonds obligataires donc nous devons avoir une discrétisation itérative du modèle.

On repart de l'équation différentielle de la dynamique de r_t :

$$dr_t = a(b - r_t)dt + \sigma dW_t$$

$$\text{Donc, } \int_t^{t+dt} dr_s = \int_t^{t+dt} a(b - r_s)ds + \sigma dW_s$$

$$\text{D'où, } r_{t+dt} - r_t = a \int_t^{t+dt} (b - r_s)ds + \sigma \int_t^{t+dt} dW_s$$

En utilisant la méthode de discrétisation d'Euler, on obtient

$$r_{t+dt} = r_t + a * (b - r_t) * dt + \sigma * \sqrt{dt} * \mathcal{N}(0,1)$$

Ainsi en calibrant les paramètres a, b et σ et en choisissant l'intervalle de temps dt et un point de départ r_0 nous pourrions itérativement calculer les taux futurs en simulant une loi normale centrée réduite.

Rappel de la discrétisation du schéma d'Euler :

Le principe est l'approximation d'une intégrale par la méthode des rectangles.

Ainsi, de façon générale en dimension d , avec $a = (a_1, \dots, a_d)$ et $b = (b_1, \dots, b_d)$

$$\forall k = 1, \dots, d, \int_t^{t+h} a_k(X_u) du \approx a_k(X_t)h$$

Et, par la formule d'Itô,

$$\begin{aligned} \int_t^{t+h} b_{kl}(X_u) d(W_l)_u \\ \approx b_{kl}(X_t)((W_{t+h})_l - (W_t)_l) \\ + \sum_{\alpha=1}^d \sum_{\beta=1}^m \frac{\partial b_{kl}}{\partial x_\alpha}(X_t) b_{\alpha\beta}(X_t) \int_t^{t+h} ((W_u)_\beta - (W_t)_\beta) d(W_l)_u \end{aligned}$$

Dans notre cas, $b_{kl}(X_u)$ vaut 1 donc les dérivées partielles dans la double somme sont nulles, ce qui simplifie la formule.

Les avantages et inconvénients du modèle :

Le premier avantage est que le modèle est facile à manipuler et à mettre en œuvre. La distribution est connue (gaussienne) et les formules sont explicites.

Également, le modèle de Vasicek permet de produire des taux d'intérêts négatifs.

Le modèle est de manière générale plutôt rigide puisqu'étant à un facteur et ne permettant pas de reproduire toutes les formes de courbes observées sur les marchés.

3.1.2.2 *Calibrage des paramètres du modèle*

3.1.2.2.1 *Le modèle*

Pour la calibration de la volatilité et de la performance nous utiliserons la même méthode que pour le modèle de Black & Scholes à savoir le calcul de ces paramètres moyens sur les 5 dernières années d'historique. A cela s'ajoute deux paramètres supplémentaires à calibrer b le niveau moyen à long terme et a la vitesse de retour à la moyenne b à long terme.

Pour calibrer le b nous utilisons le taux sans risque de la courbe EIOPA, ce qui nous donne un rendement à long terme d'environ 3% annuel. La courbe EIOPA reflète les taux sans risque du marché des obligations d'Etat de la zone euro.

3.1.2.2.2 Le nombre de simulation

Tout comme pour le modèle de Black & Scholes nous devons choisir un nombre de simulations. On utilise la même méthode en effectuant notre choix sur le fonds obligataire le plus volatil.

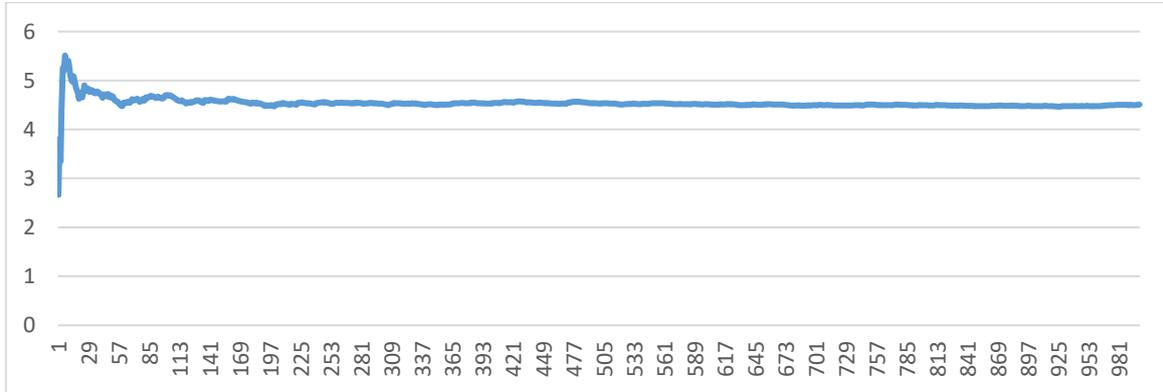


Figure 23 - Moyennes cumulées de la valeur finale des trajectoires de Monte Carlo du fonds Goldman Sachs Euro Bond – I Cap EUR

Nous observons également que 1000 simulations suffisent à la convergence de la moyenne de la valeur liquidative du fonds au bout de 43 ans. Dans la suite le modèle de Vasicek sera donc simulé 1000 fois pour les fonds obligataires.

3.1.3 Matrice de corrélation de Cholesky (pour la projection des grilles)

Soit $\Sigma \in \mathbb{N}^{d \times d}$, une matrice symétrique définie positive, $\Sigma = LL^t$ est appelé la décomposition de Cholesky de Σ , si et seulement si, L est une matrice triangulaire inférieure.

Théorème : Soit $\Sigma \in \mathbb{N}^{d \times d}$ une matrice symétrique définie positive. Il existe une unique matrice triangulaire inférieure A telle que tous ses éléments diagonaux soient positifs et $\Sigma = LL^t$.

Lorsque nous projetons les actifs d'un même portefeuille, il peut y avoir une certaine corrélation entre eux, or celle-ci n'est pas prise en compte si l'on simule les variables gaussiennes indépendamment pour chaque actif. C'est pourquoi pour les fonds d'une même grille nous allons simuler pour chaque date t un vecteur ou chaque coordonnée sera la valeur de la loi normale utilisée pour la projection de chaque fonds.

Soit une grille de gestion pilotée et n son nombre de fonds,

On note $X = (Z_1(t), \dots, Z_n(t))^T$ le vecteur des lois normales que l'on utilisera dans les modèles de projections.

Soit C la matrice de corrélation des n fonds. C est donc une matrice symétrique.

$$C = \begin{pmatrix} c_{1,1} & \cdots & c_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n,1} & \cdots & c_{n,n} \end{pmatrix}, \quad \text{où } c_{i,j} = c_{j,i}, \quad \forall i, j = 1, \dots, n$$

On note $C = LL^t$ sa décomposition de Cholesky selon le théorème ci-dessus.

$$L = \begin{pmatrix} l_{1,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n,1} & \cdots & l_{n,n} \end{pmatrix}$$

Où, pour les éléments non diagonaux de la matrice L, c'est-à-dire quand $k \neq i$,

$$l_{i,k} = \frac{(c_{i,k} - \sum_{j=1}^{i-1} l_{i,k} l_{j,k})}{l_{i,i}}$$

Et pour les éléments diagonaux de la matrice L, c'est-à-dire quand $k = i$,

$$l_{i,k} = \sqrt{c_{i,k} - \sum_{j=1}^{k-1} l_{j,k}^2}$$

Finalement, plutôt que d'utiliser X on utilisera $Z = L * X$.

3.1.4 Projection des autres fonds

Pour projeter tous les autres types de fonds que les fonds actions et obligations nous décidons d'utiliser le modèle de Black & Scholes par mesure de simplicité puisque seulement une petite partie de notre base de données est d'un autre type qu'action, obligation ou diversifié.

Pour projeter les fonds diversifiés nous regardons la proportion d'obligation, notée α , et la proportion d'action (et autres types d'actifs), donc $1 - \alpha$, et nous projetons chaque partie avec le modèle correspondant.

Ainsi,

$$projection_{diversifiée}(t) = \alpha * projection_{Vasicek}(t) + (1 - \alpha) * projection_{Black \& Scholes}(t)$$

Pour le nombre de simulations de Monte Carlo nous pouvons également utiliser 1000 puisque la projection diversifiée est une combinaison linéaire de deux modèles dont 1000 simulations suffisent. A noter que dans le cas où les deux modèles n'auraient pas nécessité le même nombre de simulations on aurait choisi le maximum des deux pour s'assurer de la convergence.

3.1.5 Projection du fonds euros

Premièrement, nous ne disposons pas des données du fonds de chaque assureur mais seulement celui de Crédit Agricole c'est donc celui que nous utiliserons comme base de projection pour toutes les grilles de gestion pilotée. Il est difficile de projeter le rendement d'un fonds euro

Nous décidons d'utiliser un taux constant de 3% pour toutes les années futures, même si cela ne reflètera pas la réalité, cela nous permettra au moins de comparer les grilles avec des fonds euros identiques pour toutes les grilles. En pratique les taux de rendement des fonds euros des différents assureurs, pour le PERO, varient de 1% à plus de 3%. De plus, la PPE dont nous avons parlé dans les

chapitres précédents va dans ce sens en permettant une certaine constante du rendement du fonds en euros.

3.2 Application sur les grilles optimisées

Dans cette partie nous allons projeter les fonds initiaux et les fonds sélectionnés à l'aide de l'algorithme génétique pour les 5 assureurs. Nous pourrons ainsi analyser ces sélections sur le long terme et les comparer.

3.2.1 Les frais

Pour que nos projections se rapproche le plus possible de la réalité il faut prendre en compte tous les différents frais qui viennent amputer la performance nette des investissements pour l'assuré. Nous présenterons tous les frais dont nous allons tenir compte la façon dont nous allons les intégrer dans notre modèle, et comment ils sont calculés.

Il faudra distinguer les frais du fonds directement qui rémunèrent le gestionnaire du fonds en question et les frais de l'assureur qui se rajoute.

3.2.1.1 *Les frais de l'assureur*

Les frais durant la phase de constitution de la retraite

Les frais sur versements :

Les frais sur versements comprennent les frais sur cotisations obligatoires, les frais sur versements volontaires et les frais sur versement de la conversion de jours provenant du compte épargne temps ou de jours de repos non pris de l'affilié. Ils sont prélevés directement sur le montant versé.

Les frais de gestion du support en euros

Les frais sur encours du support en euros sont calculés sur l'assiette de l'encours moyen géré dans l'exercice. Ils sont prélevés à chaque fin d'année civile après l'attribution de la participation aux bénéfices.

Les frais de gestion des unités de compte

Les frais sur encours des supports en unités de compte seront prélevés à chaque fin de trimestre civil, c'est-à-dire un quart du taux annuel signifié dans le contrat, sur chaque support sous forme d'unité de compte.

Les frais d'arbitrage

Les frais d'arbitrage comprennent les frais d'arbitrage automatiques, les frais d'arbitrages à la demande, les frais de changement de gestion financière et de changement de profil au sein de la gestion à horizon.

Les frais d'arbitrage sont souvent nuls dans les contrats des grands comptes et nous prendrons cette hypothèse pour la suite de ce mémoire.

Les frais de transfert

Les frais de transfert comprennent les frais de transfert individuel sortant, c'est-à-dire vers un plan d'épargne retraite, les frais de transfert collectif sortant, c'est-à-dire vers un plan d'épargne retraite d'entreprise, les frais de transfert individuel ou collectif entrant. Depuis la loi PACTE 2019 cinq années après le versement initial, les frais de transfert individuel sortant deviennent nuls.

Dans le cas des grands comptes les frais de transfert sont souvent nuls, nous prendrons cette hypothèse pour la suite de ce mémoire.

Les frais durant la phase de service de la rente

Les frais sur encours

Les frais sur encours des supports euro et en unités de comptes fonctionnent de la même façon que lors de la phase de constitution. En pratique la plupart des grilles finissent par atteindre une allocation 100% en fonds euro la dernière année donc souvent, uniquement les frais sur encours du support en euros sont concernés. Dans la majorité des cas ils sont égaux à ceux de la phase de constitution.

Les frais sur arrérages

Les frais sur arrérages correspondent aux frais sur le versement de la rente à l'affilié. Ils sont prélevés directement sur le montant de la rente versée.

Les frais de virement

Pour les clients grands comptes, les frais de virement sur un compte à l'étranger restent à la charge de l'affilié.

3.2.1.2 Les frais prélevés par les fonds d'investissement

Les frais d'entrée

Les frais d'entrée sont prélevés sur le montant qui va être investi sur le fonds. La plupart du temps, chez les grands comptes, ces frais sont nuls ou alors un maximum est indiqué qui limite les frais d'entrée que l'intermédiaire commercial pourra proposer.

Les frais de sortie

Les frais de sortie sont prélevés au moment du désinvestissement d'un montant dans le fonds. Ces frais sont très souvent nuls. Et pour tous les fonds initiaux des assureurs ainsi que les fonds sélectionnés avec l'algorithme génétique les frais de sortie sont nuls.

Les frais de gestion

Les frais de gestion et autres frais administratifs ou d'exploitation sont prélevés à chaque fin d'année et correspondent à un pourcentage de la valeur de l'investissement. Ce pourcentage se base sur les coûts réels au cours de l'année précédente.

Les frais de transactions

Les frais de transactions correspondent aussi à un pourcentage de la valeur de l'investissement par an. Il s'agit d'une estimation des coûts encourus lors des achats et des ventes des investissements sous-jacents du fonds en question. De manière générale, les frais de transactions sont très faibles par rapport aux frais de gestion mais il est important de les prendre en compte car sur une longue période ils ont un impact important puisqu'ils sont prélevés tous les ans sur l'encours du fonds.

Les commissions liées aux résultats

Les commissions liées aux résultats sont des coûts accessoires prélevés sous certaines conditions spécifiques. Souvent, lorsque cette commission est présente, il s'agit de frais prélevés lorsque la performance du fonds dépasse d'un certain pourcentage un actif de référence, même si cette performance est négative. Dans ce mémoire il serait difficile de la prendre en compte, surtout que nous n'avons pas le cours de tous les actifs de référence.

3.2.2 Projection sur une carrière complète

Tout comme on pourrait projeter un actif classique avec un modèle de projection stochastique et la Méthode de Monte Carlo, nous allons ici projeter le rendement des grilles en effectuant à chaque fois 1000 simulations (paramètre choisi précédemment) pour obtenir le rendement moyen des grilles, les volatilités ainsi que les différents intervalles de confiance.

Nous allons donc projeter une entrée dans un PER le 1^{er} janvier 2023 avec une durée de carrière de 43 ans et un investissement périodique annuel. Nous choisissons une hypothèse de croissance de salaire de 2,5% par an qui à titre d'exemple porte un salaire de début de carrière de 40 000 € à 112 840 € la 43^{ème} année de la carrière.

Nous choisissons d'y appliquer les frais suivants qui représentent les frais d'un contrat PERO classique chez Crédit Agricole Assurances :

- Frais sur prime : 0,20%
- Frais de gestion du support en euros : 0,50%
- Frais de gestion des supports en unités de compte : 0,50%

Les frais des différents fonds, qui sont propres à chaque fonds sont, comme nous l'avons vu, susceptibles de très légèrement changer chaque année. Pour nos projections nous décidons de les garder constants aux valeurs actuelles de 2023 puisque nous ne connaissons par leurs évolutions futures et qu'ils varient peu.

Pour nos 65 unités de compte qui composent les grilles initiales et qui ont été sélectionnées avec l'algorithme génétique, voici les frais de gestion et les frais de transactions :

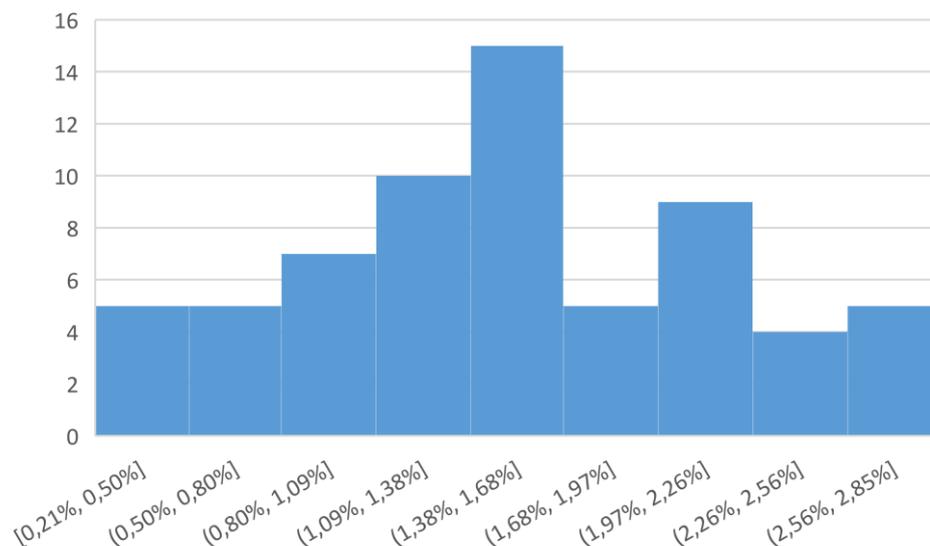


Figure 24 – Histogramme du total des frais de gestion totaux (gestion + transactions) des 65 fonds des grilles initiales et des fonds sélectionnés avec l’algorithme génétique

L’histogramme ci-dessus présente, par intervalle d’environ 0,30% de frais, la répartition des frais de gestion totaux des 65 fonds que nous allons utiliser pour projeter nos grilles. Cela permet d’avoir un ordre de grandeur des frais de gestion qui s’ajoutent à ceux de l’assureur. On remarque donc qu’ils s’étendent de 0,21% par an à 2,85% par an. La moyenne des frais est de 1,53% mais la répartition est plutôt étalée. Ainsi dans notre cas, les frais de gestion de l’assureur représentent en moyenne un quart des frais de gestion totaux.

Regardons tout d’abord les résultats des projections de l’assureur A plus finement, puis nous verrons les résultats sur les 5 assureurs.

3.2.2.1 Les performances de l'assureur A

Commençons par la grille prudente

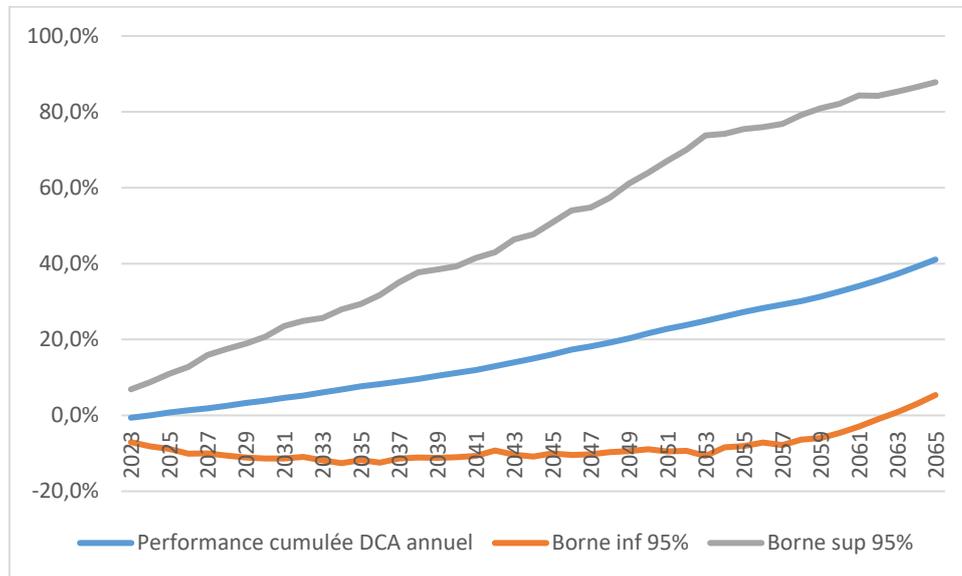


Figure 25 – Performances cumulées de la projection de la grille prudente initiale de l'assureur A

La Figure 25 présente l'évolution de la rentabilité nette de la grille prudente initiale de l'assureur A, ainsi que l'intervalle de confiance de cette projection. A l'âge de départ à la retraite, la performance cumulée atteint les 41,1%, avec une probabilité de 95% de se trouver entre 5,4% et 87,8%. Cette performance correspond à un gain moyen annuel de 0,8% par rapport au total investi. L'allure générale de la courbe moyenne est plutôt droite. En début de carrière, l'encours est entièrement arbitré sur des unités de comptes, alors qu'à la fin, il n'y a que du fonds en euros. Donc les unités de comptes performant autant que le fonds en euros, dans cette grille prudente.

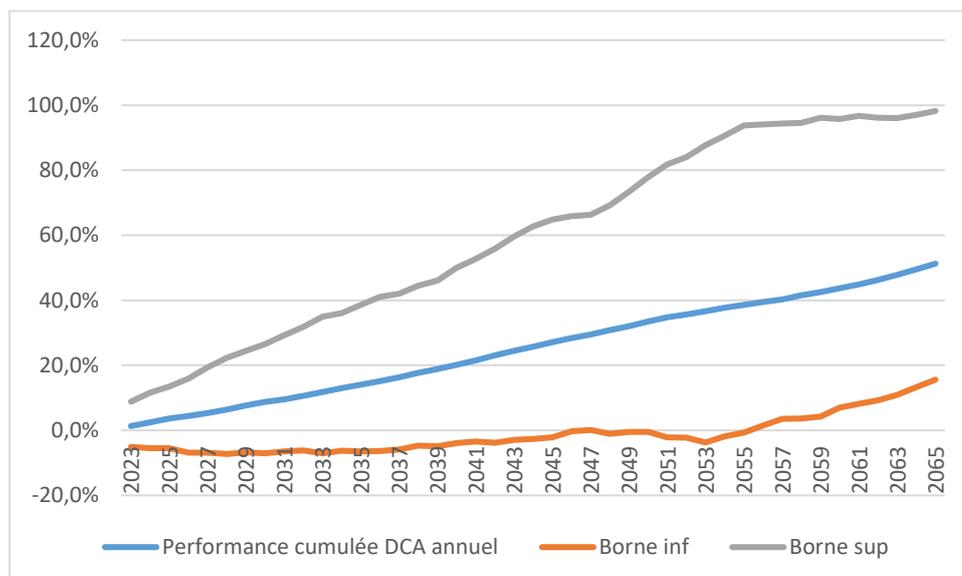


Figure 26 - Performances cumulées de la projection de la grille prudente optimisée avec la sélection de l'algorithme génétique de l'assureur A

Le graphique ci-dessus remontre les mêmes résultats que la figure précédente, mais avec les fonds sélectionnés à l'aide de l'algorithme génétique, que nous avons vu. Et donc, avec la nouvelle sélection de fonds, nous arrivons à obtenir 51,3% de performance au bout de 43 ans, et une probabilité de 95% de se trouver entre 15,6% et 98,2%.

Regardons maintenant les résultats pour les grilles équilibrée et dynamique.

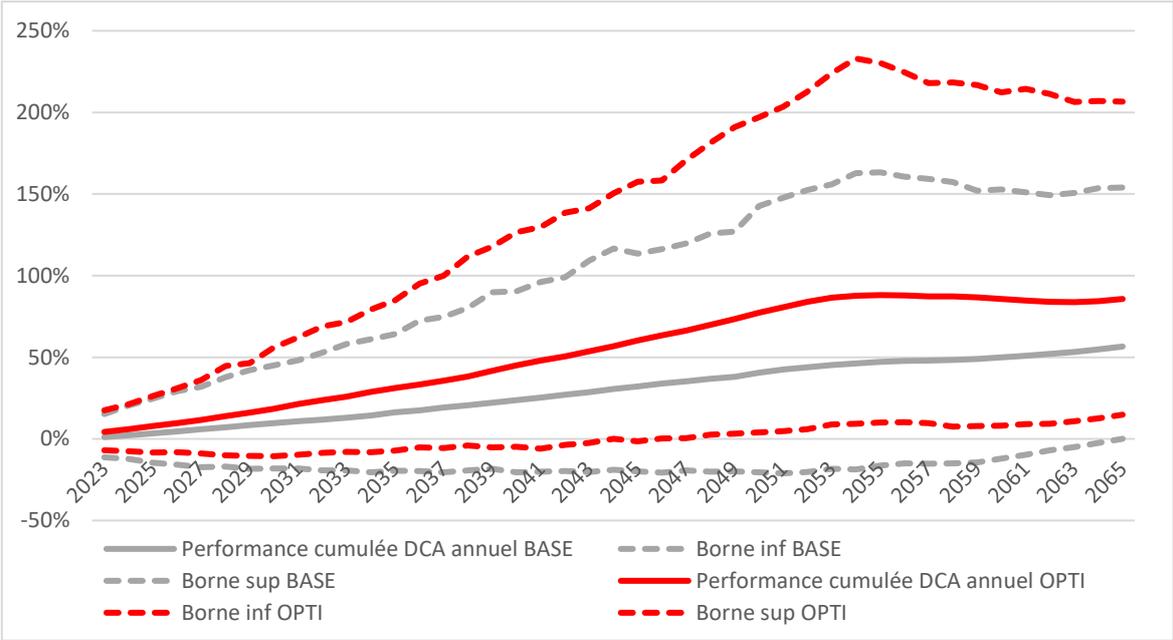


Figure 27 - Performances cumulées des projections de la grille équilibrée initiale et de la grille optimisée avec la sélection de l'algorithme génétique de l'assureur A

La Figure 27 nous montre les mêmes résultats que la Figure 25 et la Figure 26, mais pour la grille équilibrée de l'assureur A. Ainsi, nous avons la projection de la performance cumulée, avec les intervalles de confiances à 95% pour la grille équilibrée initiale et la grille équilibrée optimisée, dont les fonds ont été sélectionnés avec l'algorithme génétique. Au bout de 43 ans, la performance de la grille équilibrée initiale est de 56,6%, avec une probabilité de 95% d'être entre 0,1% et 154,1%. La sélection de fonds permet quant à elle d'atteindre la performance de 85,7% ; la performance étant comprise avec une probabilité de 95% entre 14,8% et 206,6%.

Nous remarquons une brisure des courbes aux alentours de 2054, elle est la plus visible sur la borne supérieure de l'intervalle de confiance de la grille optimisée. En 2054 on se situe 11 ans avant l'âge de liquidation de la retraite supposé.

On voit que la taille de l'intervalle passe de 181,6% en 2054 à 154,0% en 2065 pour la grille initiale, et passe de 223,7% en 2054 à 191,8% en 2065 pour la grille optimisée. Regardons l'allocation des actifs de la grille pour expliquer à quoi est dû ce changement de tendance et cette réduction de l'intervalle de confiance à 95%.

Année avant la début de la retraite	fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3
15 et +	0%	80%	20%	0%
14	0%	70%	30%	0%
13	0%	55%	40%	5%
12	0%	35%	55%	10%
11	0%	25%	55%	20%
10	0%	10%	70%	20%
9	0%	5%	75%	20%
8	0%	0%	75%	25%
7	10%	0%	65%	25%
6	15%	0%	50%	35%
5	26%	0%	35%	39%
4	41%	0%	25%	34%
3	56%	0%	20%	24%
2	76%	0%	10%	14%
1	100%	0%	0%	0%

Tableau 42 – Allocation de la grille équilibrée de l'assureur A

En regardant dans la tableau ci-dessus, qui présente l'allocation des actifs de la grille équilibre de l'assureur A, (qui on le rappelle, reste la même peu importe les fonds sélectionnés), on remarque que, 13 ans avant le retraite, il y a l'introduction du fonds 3 dans l'allocation. C'est un fonds diversifiés euro à dominante taux, donc moins risqué par sa nature que les deux autres, qui sont un fonds diversifié à l'international à dominante action, et un fonds diversifié euro à allocation mixte, pour respectivement le fonds 1 et 2. Par la suite, la disparition du fonds 1 dans l'allocation 8 ans, avant la retraite du fonds, contribue à réduire la performance. Et, à partir de 7 ans avant la retraite, la part en unité de compte diminue pour augmenter la part de l'investissement en fonds euro, qui a une performance annuelle de 3%.

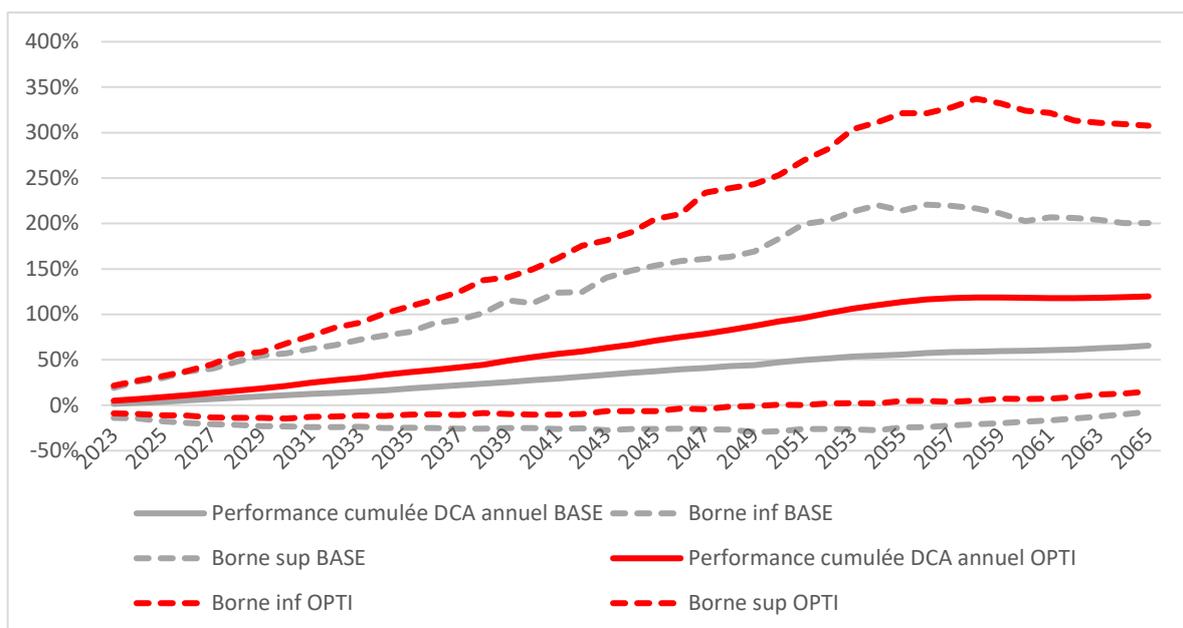


Figure 28 - Performances cumulées des projections de la grille dynamique initiale et de la grille optimisée avec la sélection de l'algorithme génétique de l'assureur A

La figure 22, présente les mêmes résultats que la Figure 27, mais appliqués aux deux grilles dynamiques. Elle présente des résultats similaires. Nous observons, de nouveau, les changements de trajectoires de courbes aux alentours de 2054, qui sont expliqués par les mêmes raisons que dans le cas de la grille équilibrée, à savoir la désensibilisation au risque de l'allocation des actifs, en finissant par l'arbitrage vers le fonds euro. La performance au bout de 43 ans est donc de 65,6% pour la grille initiale, avec une probabilité de 95% de se situer entre -7,2% et 200,3%. Pour la grille optimisée elle est de 119,8% avec une probabilité de 95% de se trouver entre 15,1% et 307,7%.

Nous observons une augmentation des écarts entre la performance des grilles initiales et des grilles optimisées, qui va dans le sens de l'augmentation du niveau de risque. Voici un récapitulatif :

	Allocation prudente	Allocation équilibrée	Allocation dynamique
Performance cumulée 2065 fonds initiaux	41,1%	56,6%	65,6%
Performance cumulée 2065 fonds optimisés	51,3%	85,7%	119,8%
Ecart des performance	10,2%	29,1%	54,2%

Tableau 43 – Evolution des performances à l'âge de départ à la retraite de la sélection des fonds avec l'algorithme génétique

Le Tableau 43 confirme que, plus le niveau de risque est élevé, plus le gain par optimisation peut être grand.

Distribution de la performance au terme de la carrière :

Il peut être intéressant de regarder la distribution de la performance nette finale, en fonction des trois types de grille, et si elle change par le passage des fonds initiaux aux fonds sélectionnés avec l'algorithme génétique.

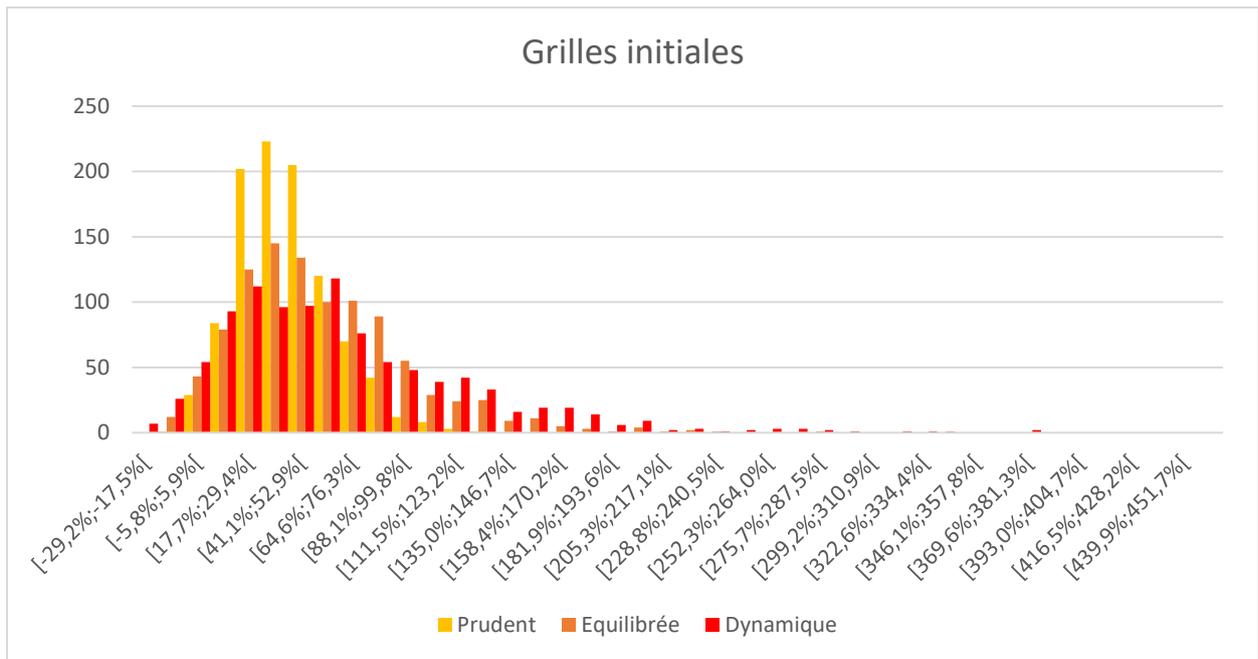


Figure 29 – Distributions de la performance cumulée au bout de 43 ans des grilles initiales

La Figure 29 est un histogramme de distribution des performances finales des trois grilles initiales. La distribution de la grille prudente est moins étalée que les deux autres.

La probabilité d’obtenir une performance positive est de :

- 98,8% pour la grille prudente,
- 97,5% pour la grille équilibrée,
- 94,9% pour la grille dynamique.

La grille prudente a plus de chances de conserver le capital investi que la grille équilibrée, qui à son tour a plus de chances de le conserver que la grille dynamique.

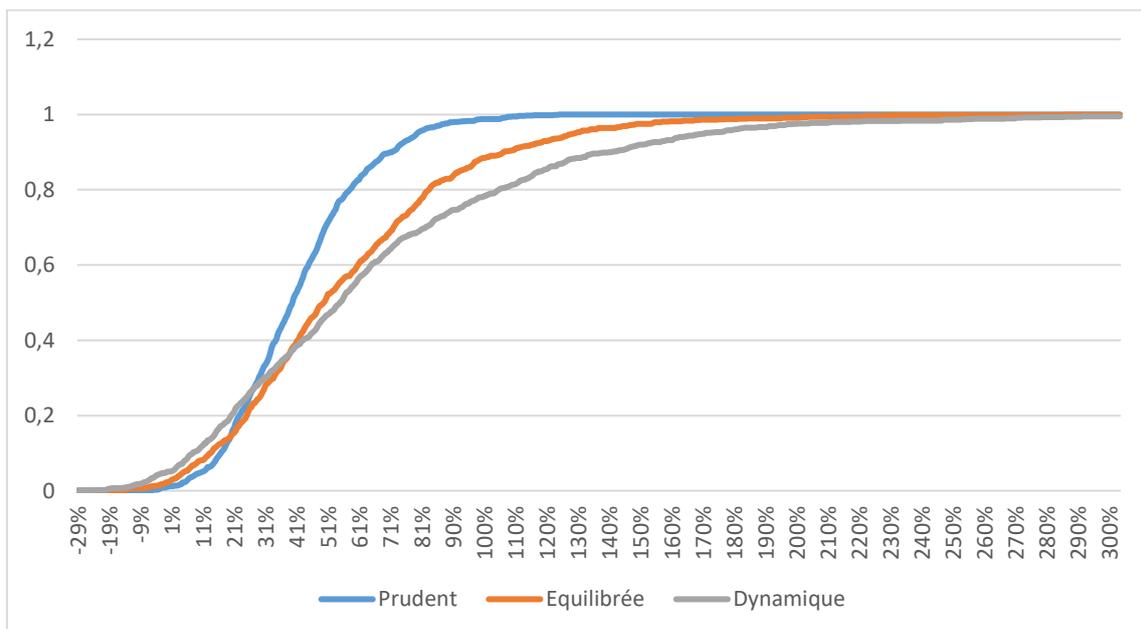


Figure 30 – Fonctions de répartition des distributions des performances finales des grilles initiales

La Figure 30 illustre la probabilité d’obtenir une performance inférieure à toutes celle des axes des abscisses. La fin de la représentation a été coupée pour une meilleure lisibilité. La grille prudente protège mieux contre de fortes pertes de capital, car la fonction de répartition prudente est la courbe la plus basse jusqu’à 19,4%. A partir de 38,1%, l’ordre des trois courbes finit de s’inverser, donc la probabilité d’avoir des meilleures performances est corrélée avec le risque pris, dans le choix des types de grilles.

A présent, les résultats qui vont suivre concernent les grilles optimisées.

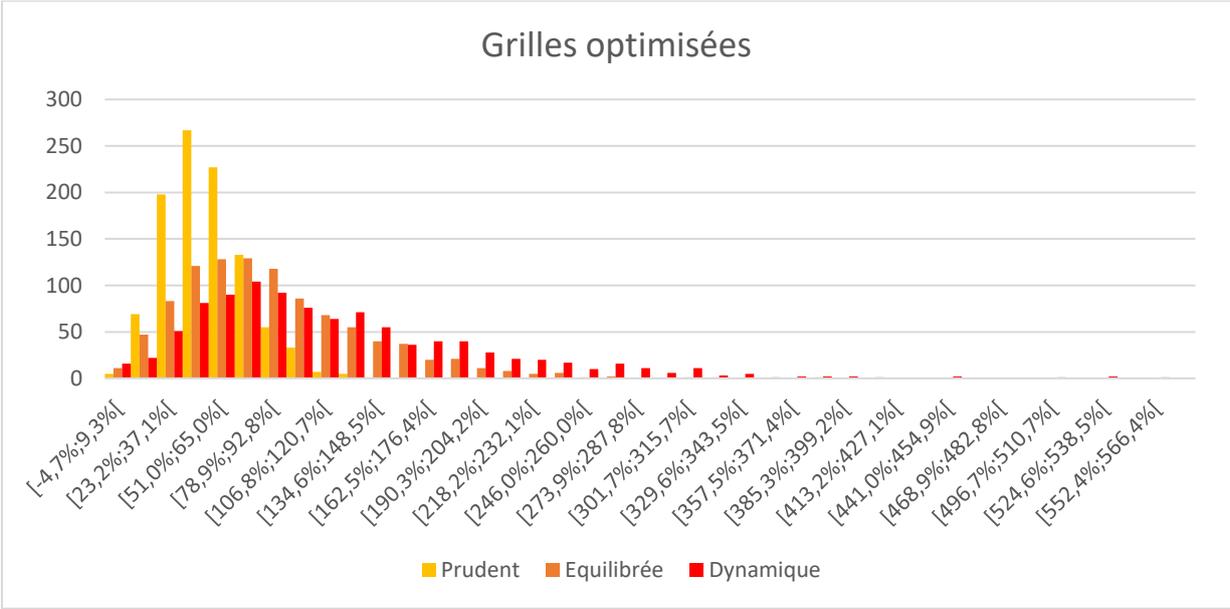


Figure 31 - Distributions de la performance cumulée au bout de 43 ans des grilles optimisées

La Figure 31 présente la distribution de la performance cumulée finale, au terme d’une carrière de 43 ans, des trois types de grille. Ici, les trois distributions sont plus distinctes que dans le cas des grilles initiales. Cette différence est plus marquante entre les distributions des grilles équilibrée et dynamique. En effet, dans le cas des grilles initiales ces dernières sont quasiment superposées, contrairement au contenu de la Figure 31.

La probabilité d’obtenir une performance positive au terme de la carrière est de plus de 99% pour tous les types de grilles. Autrement dit, la VaR à 99% de risque est positive. Ce résultat s’explique par une très forte performance tout au long de la projection, qui empêche la valeur de l’encours investi de tomber bas.

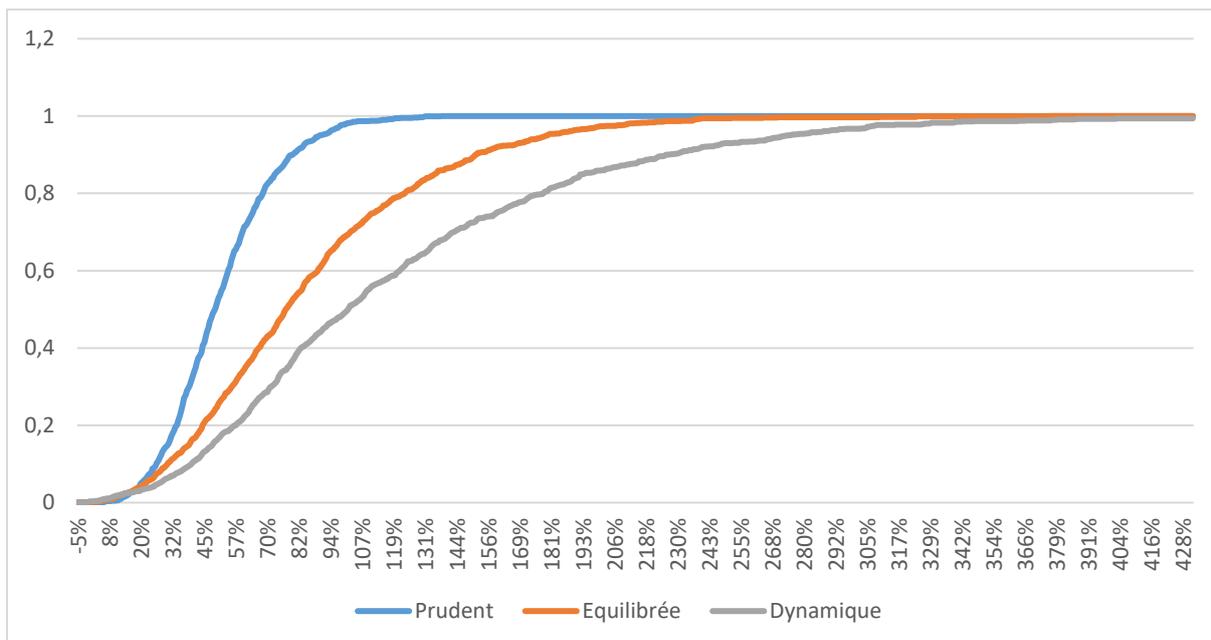


Figure 32 - Fonctions de répartition des distributions des performances finales des grilles optimisées

La Figure 32 présente les fonctions de répartition des performances finales des grilles optimisées. Tout comme dans le cas des grilles initiales, les grilles moins risquées limitent les pertes importantes. Cependant la tendance s'inverse très vite. Les performances beaucoup plus importantes des grilles dynamique et équilibrée réduisent le risque de pertes. Pour mieux observer le début des fonctions, un zoom est proposé :

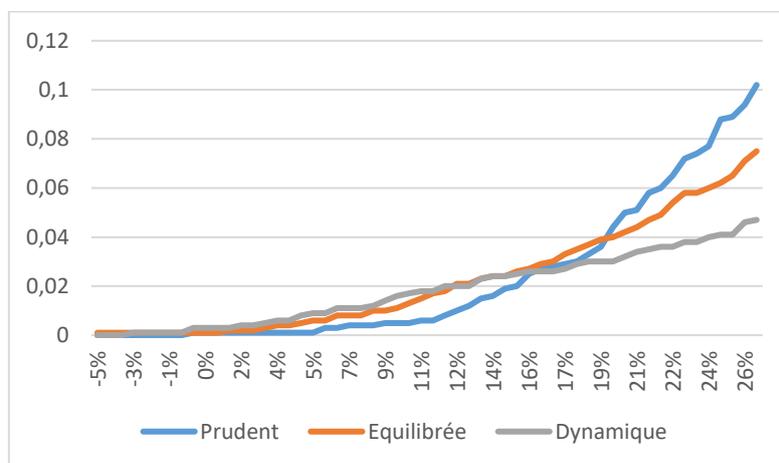


Figure 33 – Zoom sur le début de la figure 26

D'après la Figure 33, jusqu'à 15,6% la grille prudente est la courbe la plus basse et à partir de 19,1% la hiérarchie des trois courbes a fini de s'inverser.

Sans continuer dans le détail, regarder les performances de tous les assureurs donnera une bonne idée de la performance de notre sélection sous contraintes.

3.2.2.2 Les performances des 5 assureurs

Après avoir présenté l'allure générale des courbes représentant la performance nette et la volatilité en prenant l'exemple de l'assureur A. Nous pouvons regarder les résultats des 5 assureurs avec les mêmes hypothèses de projection. Cela permet de se faire une idée plus globale des résultats des grilles optimisées. L'objectif est de se focaliser sur les performances au terme de la carrière.

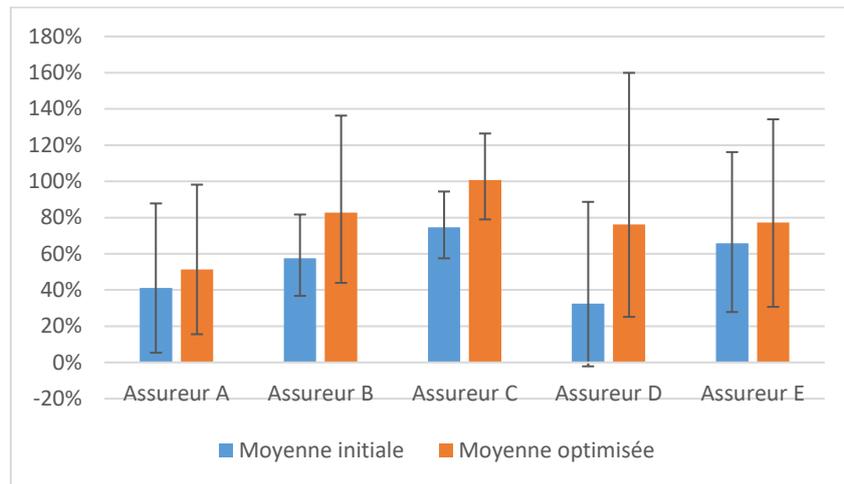


Figure 34 – Performance nette cumulée au terme de la carrière des grilles prudentes avant et après optimisation par l'algorithme génétique avec les intervalles de confiance à 95%

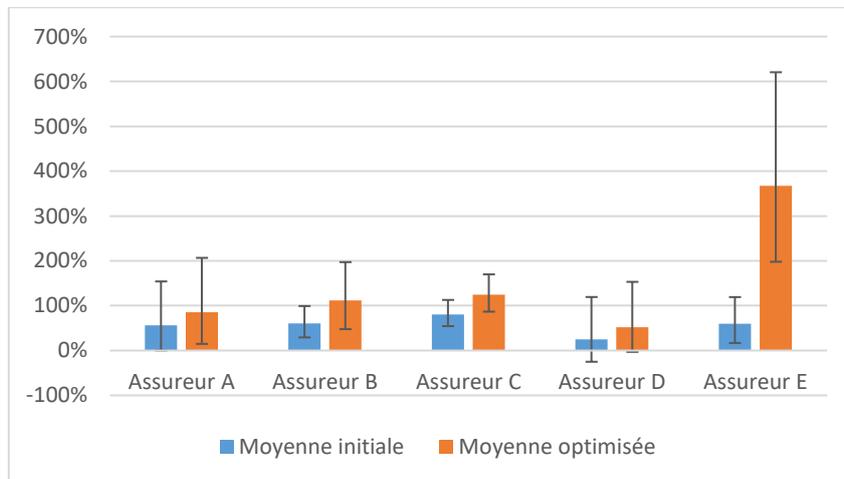


Figure 35 - Performance nette cumulée au terme de la carrière des grilles équilibrées avant et après optimisation par l'algorithme génétique avec les intervalles de confiance à 95%

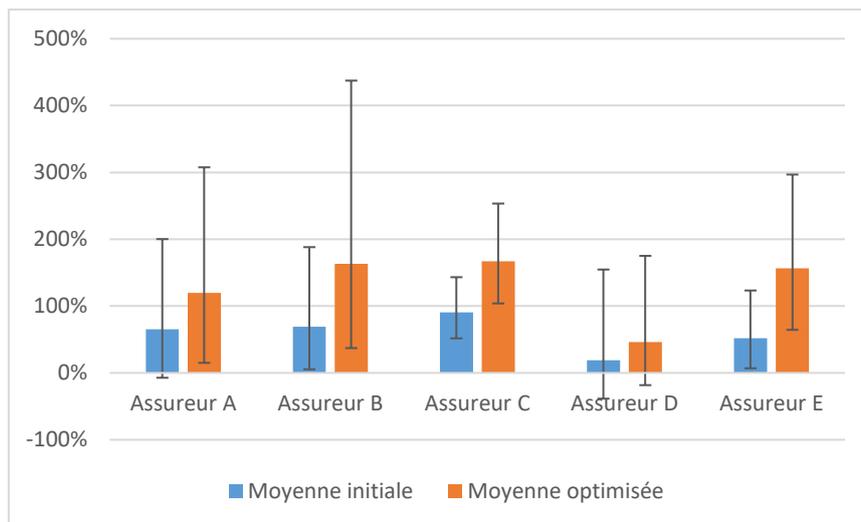


Figure 36 - Performance nette cumulée au terme de la carrière des grilles dynamiques avant et après optimisation par l’algorithme génétique avec les intervalles de confiance à 95%

Les Figure 34, Figure 35 et Figure 36 présentent les performances, au terme de la carrière de 43 ans, des trois types de grilles, avec les intervalles de confiance à 95%. Les grilles initiales et optimisées ont été projetées à titre de comparaison même si ce n’est pas le but premier. Le réinvestissement régulier annuel est à prendre en compte dans l’interprétation de ces résultats. Au bout de 43 ans de projection le résultat est très incertain et celle-ci augmente avec le risque de la grille.

L’optimisation sous contrainte récompense plutôt bien le risque pris au niveau du choix entre les grilles prudente, équilibrée et dynamique. C’est une conséquence de l’amélioration du ratio de Sharpe vu ans le chapitre 2 (2.3.4.2.6).

3.2.2.3 La volatilité de l’assureur A

Pour l’analyse de la volatilité nous allons reprendre le même principe que pour la performance. Commençons par analyser les résultats pour l’assureur A avec le même profil de carrière, d’investissement et de frais. Nous allons analyser la volatilité de la performance nette de frais.

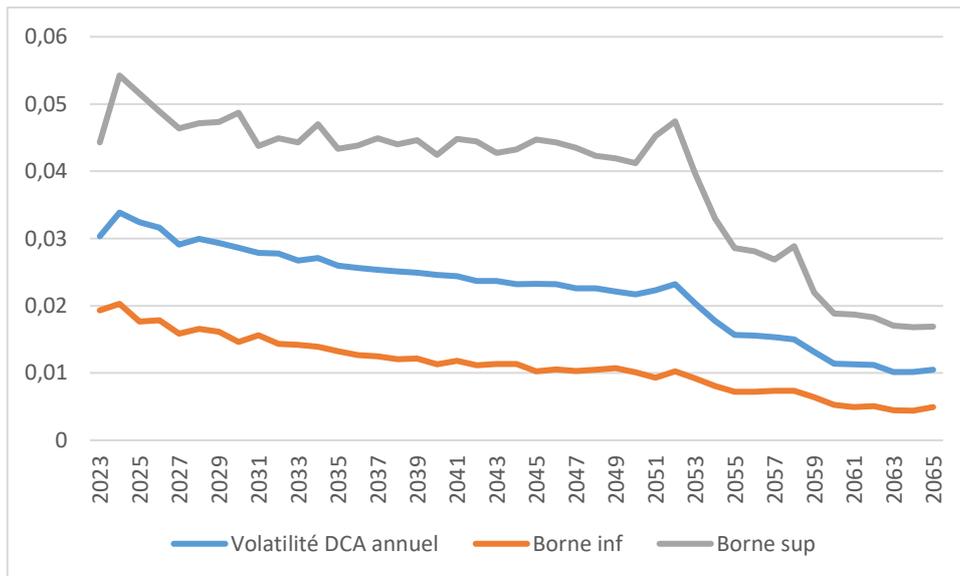


Figure 37 – Volatilité annuelle des projections de la grille prudente initiale de l'assureur A

La Figure 37 présente l'évolution de la volatilité annuelle de la grille prudente initiale de l'assureur A sur toute la carrière de 43 ans. Nous observons une légère baisse de la volatilité les 30 premières années puis nous voyons une baisse plus drastique vers la fin qui montre bien l'arbitrage vers le fonds euro. Bien que la dernière année l'allocation de la grille prudente soit de 100% en euro le peu de volatilité qui reste, moins de 1% en moyenne, est dû au prélèvement des frais de gestion trimestrielle de l'assureur et à la prime de la dernière année qui vient également baisser la performance.

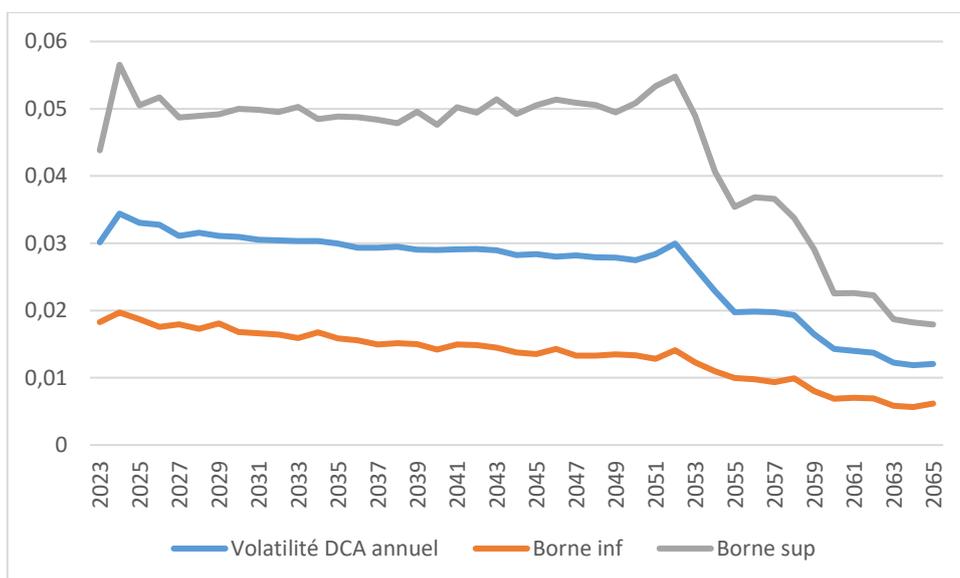


Figure 38 - Volatilité annuelle des projections de la grille prudente optimisée de l'assureur A

La Figure 38 reprend les résultats de la Figure 37 mais cette fois-ci appliqués à la grille avec la sélection des fonds. La volatilité est très similaire, bien que légèrement supérieur que celle de la grille initiale mais cela est une conséquence des modèles de projection car la performance de la grille optimisée est bien meilleur que la performance de la grille initiale.

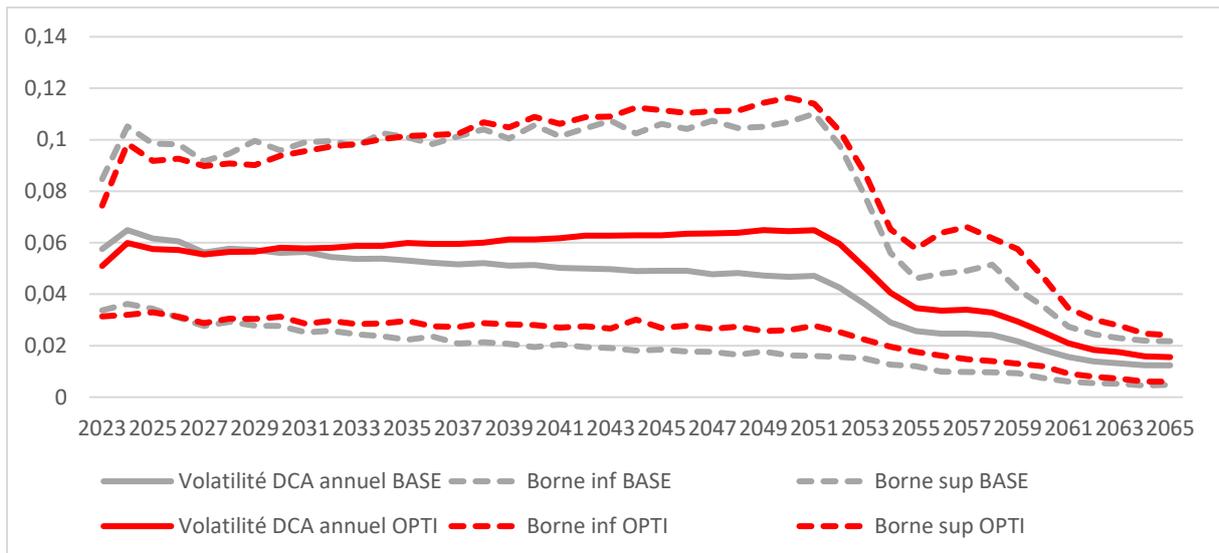


Figure 39 – Volatilités annuelles des projections de la grille équilibre initiale et de la grille équilibre optimisée ainsi que les intervalles de confiance à 95%

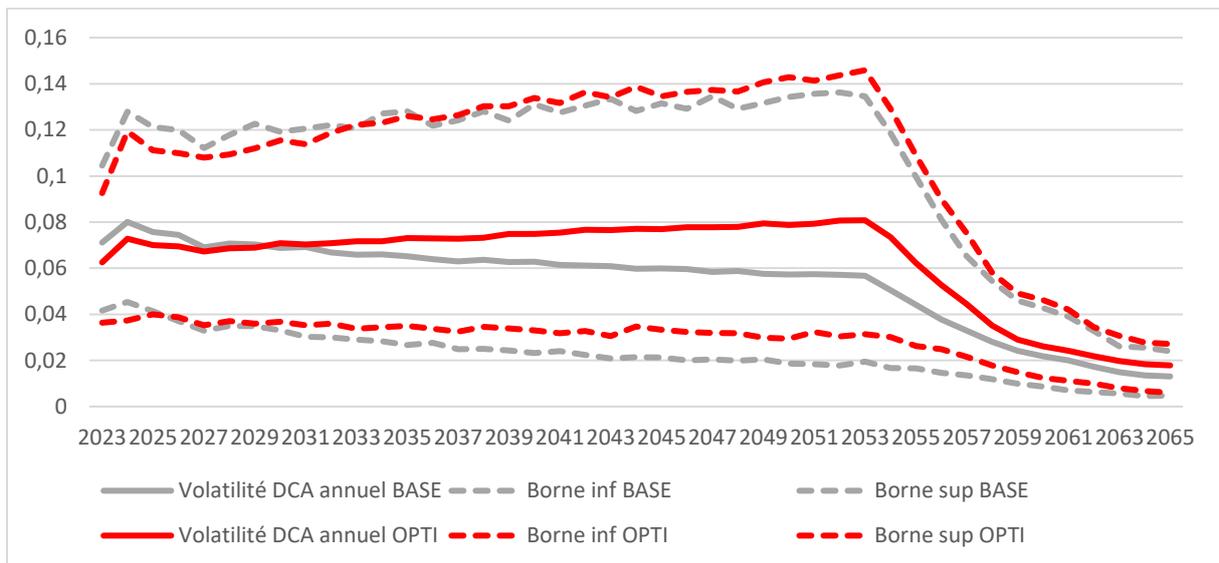


Figure 40 - Volatilités annuelles des projections de la grille dynamique initiale et de la grille dynamique optimisée ainsi que les intervalles de confiance à 95%

Ci-dessus les Figure 39 et Figure 40 présentent, pour information, les résultats des Figure 37 et Figure 38 condensés en seul graphique, pour les grilles équilibrée et dynamique. Les résultats sont similaires.

Par rapport aux grilles équilibrée et dynamique la baisse de volatilité est beaucoup plus lisse. En effet, dans l'allocation de cette grille, jusqu'à 13 ans avant la retraite, l'allocation des actifs est à 100% sur le fonds 1 et le fonds euro n'intervient qu'à partir de 6 ans avant l'année de départ à la retraite.

Type de grille	Prudente	Équilibrée	Dynamique
Contrainte de volatilité lors de la sélection avec l'algorithme génétique	8%	11%	14%
Maximum de volatilité observé sur les 43 ans de projection avec une probabilité de 95%	5,7%	11,6%	14,6%
Maximum de volatilité observé sur les 43 ans de la projection moyenne	3,4%	6,5%	8,1%

Tableau 44 – Lecture des maximums de volatilité des grilles optimisées des courbes de projection moyenne et des courbes des bornes supérieures des intervalles de confiance à 95%

Lors de la sélection des fonds nous nous étions basés sur un profil d'âge de souscription moyen avec 5 ans d'historique. Cela force un choix d'intervalle d'allocation de 5 ans sur la grille d'allocation. Nous remarquons que cette décision aboutit à de plutôt bons résultats puisque pour les grilles équilibrée et dynamique la contrainte se retrouve être le maximum atteint par la borne supérieure de l'intervalle de confiance à 95% sur toute la projection. La projection moyenne elle, se retrouve bien en dessous de cette contrainte.

Maintenant que la rentabilité par rapport à l'investissement total a été quantifiée, ainsi que son incertitude. Nous pouvons calculer les rentes nettes correspondantes.

3.2.3 Calcul de la rente ou du montant de capital de sortie

3.2.3.1 Hypothèses et formules

Maintenant que nous avons analysé les performances et les volatilités des différentes grilles nous allons nous pencher sur les sommes réelles que recevra un bénéficiaire de ce régime avec les hypothèses que nous avons présenté en fonction du type de sortie en rente ou en capital.

Nous devons d'abord déterminer le capital constitutif à la retraite de l'individu en question en choisissant un salaire et un taux de cotisation. Pour cela il faut calculer son annuité a_x . Pour l'instant nous allons fixer x puis nous regardons la sensibilité des sorties à l'âge de début de carrière qui définit l'âge de départ si on considère une carrière complète de 43 ans dans le cas général.

Nous allons prendre l'exemple d'un individu qui part à la retraite l'âge minimum hors carrière longue de 64 ans. Pour le calcul de la rente nous utiliserons la table de mortalité TGF05. En pratique ce sera une rente mensuelle.

Choix de la table de mortalité :

La dérogation prévue dans la directive 2004/113 du 13 décembre 2004 permet l'utilisation du sexe comme facteur dans le calcul des primes et prestations d'assurance. Cela est possible dans un PER collectif mais pas un PER individuel.

Or, l'amendement n°1742, déposé le vendredi 21 juillet 2023, qui a été accepté en première lecture, supprime cette dérogation. C'est pourquoi le choix de la table féminine, plus prudente, est fait.

Voici la formule correspondant au capital constitutif d'une rente viagère payable m fois dans l'année à termes échus :

$$a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-x} \frac{l_{x+k}}{l_x} * (1+i)^{-k} + \frac{m-1}{2m}$$

$$a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k p_x * v^k + \frac{m-1}{2m}$$

$$a_x^{(m)} = \sum_{k=1}^{w-x} {}_k E_x + \frac{m-1}{2m}$$

Où :

- l_x : nombre de vivants d'une table de mortalité
- ${}_k p_x$: probabilité de survie entre l'âge x et $x+k$
- w : dernier âge de la table de mortalité
- i : taux technique
- $v = \frac{1}{1+i}$: le facteur d'actualisation
- ${}_k E_x$: capital différé payable en cas de vie après k années

On notera que comme nous nous plaçons dans le cas d'un PERO le taux technique vaut règlementairement 0 et donc le facteur d'actualisation vaut 1.

Notons S_0 le salaire en début de carrière. Dans nos hypothèses la somme totale investie est de :

$$Total\ investi = \sum_{i=0}^{42} (taux\ de\ cotisation * S_0) * (1 + 2,5\%)^i$$

$$Total\ investi = (taux\ de\ cotisation * S_0) * \frac{1 - (1 + 2,5\%)^{43}}{1 - (1 + 2,5\%)}$$

$$Total\ investi = (taux\ de\ cotisation * S_0) * \frac{(1 + 2,5\%)^{43} - 1}{2,5\%}$$

Nous allons choisir un salaire de début de carrière de 38 000 € brutes hors primes qui correspond au salaire médian d'un cadre débutant en 2020.

Pour choisir le taux de cotisation regardons la répartition des taux de cotisation du portefeuille PERO de Crédit Agricole Assurances.

Répartition	% tranche A	% tranche B	% tranche C	% tranche D
< 1%	14,84%	16,97%	36,65%	94,89%
[1% ; 2% [29,90%	27,41%	25,85%	0,43%
[2% ; 3% [8,74%	6,82%	5,33%	0,36%
[3% ; 4% [8,03%	5,97%	4,26%	0,36%
[4% ; 5% [4,83%	4,97%	3,27%	0,28%
>= 5%	33,66%	37,86%	24,64%	3,69%

Tableau 45 – Répartition des taux de cotisations pour tous les contrats PERO non encore résiliés ayant une date d’effet postérieure à 2019 pour chaque tranche de salaire

En sachant que le PASS (Plafonds Annuel de la Sécurité Sociale) est de 43 992 €, voici un rappel des tranches de salaire :

- Tranche A : entre 0 et 1 PASS
- Tranche B : entre 1 et 4 PASS
- Tranche C : entre 4 et 8 PASS
- Tranche D : supérieur à 8 PASS

Le Tableau 45 présente sur le portefeuille de Crédit Agricole Assurances la répartition par tranche des taux de cotisation des contrats grands comptes.

Le PERO étant un produit s’adressant à tous les salariés d’une entreprise, et même des grands comptes dans nos cas avec les grilles de gestion pilotée sur mesure, les tranches C et D ne vont pas être atteintes de manière générale par les salaires les plus représentés dans les effectifs. Donc nous allons faire notre choix de taux de cotisation en fonction des répartitions des taux de cotisations des tranches A et B. Pour les deux tranches la médiane et la moyenne se situent aux alentours de 3% donc nous fixons ce taux de cotisation pour la suite.

Pour calculer la rente nette mensuelle avant impôt, en comptant les prélèvements sociaux de 10,1% nous arrivons finalement à la formule suivante :

$$Rente\ nette = \frac{1}{12} * \frac{Total\ investi * (1 + Performance\ cumulée)}{a_{64}^{(12)}} * (1 - Prélèvements\ sociaux)$$

Où les *Performances cumulées* correspondent aux performances de la grille d’allocation sur toute la durée de la carrière comme nous l’avons fait précédemment.

3.2.3.2 Résultats

Nous présentons ici les résultats appliqués aux performances des grilles initiales et optimisées des 5 assureurs.

Pour le calcul du $a_{64}^{(12)}$ Nous prenons un individu qui part à la retraite à 64 ans. Ainsi nous visons qu’il ait 64 ans fin 2065 donc son année de naissance est 2001.

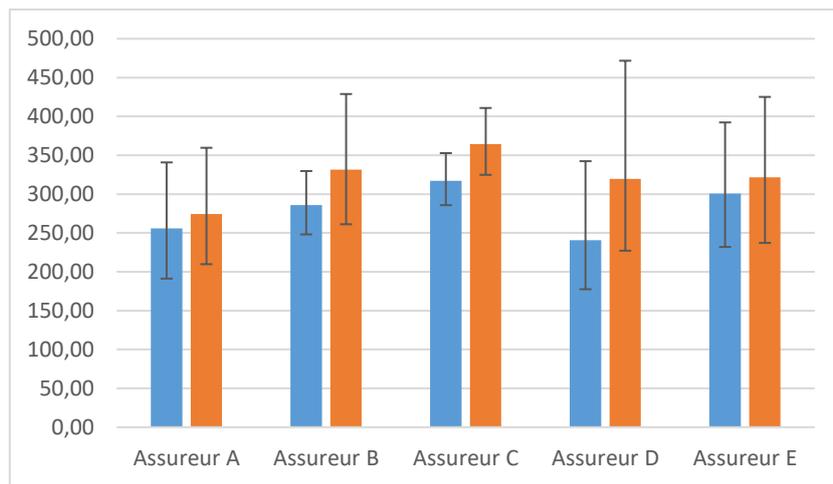


Figure 41 - Montant des rentes nettes avant impôts pour chaque assureur pour les grilles initiales et optimisées prudentes avec l'intervalle de confiance à 95%

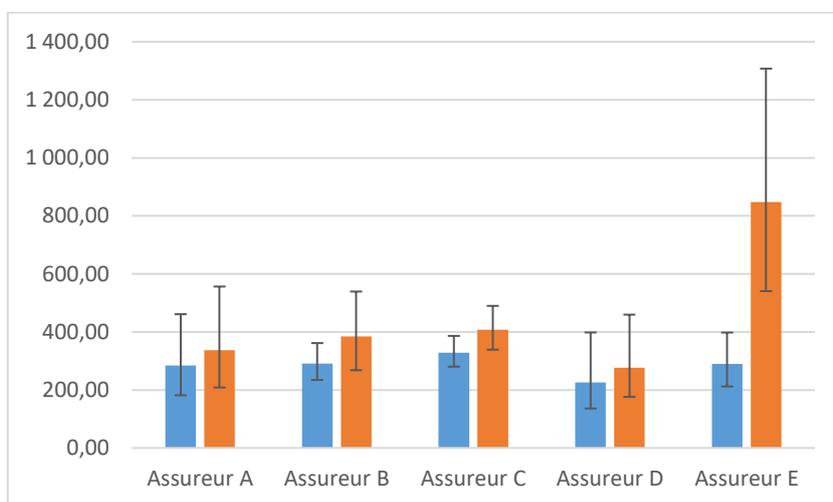


Figure 42 - Montant des rentes nettes avant impôts pour chaque assureur pour les grilles initiales et optimisées équilibrées avec l'intervalle de confiance à 95%

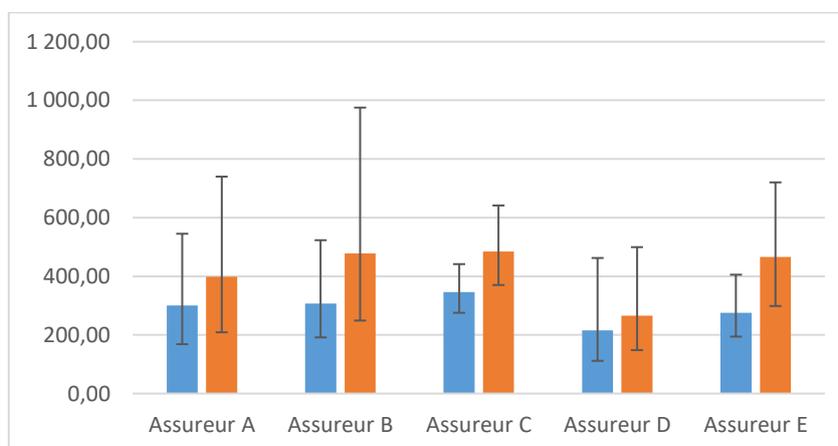


Figure 43 - Montant des rentes nettes avant impôts pour chaque assureur pour les grilles initiales et dynamiques équilibrées avec l'intervalle de confiance à 95%

Les Figure 41, Figure 42 et Figure 43 présentent les montant des rentes nettes avant impôts pour le profil d'adhérent choisi. Le montant net augmente significativement en fonction du type de grille. L'augmentation de la taille de l'intervalle de confiance est très claire.

Notre méthode de sélection des fonds a permis, et c'était le but recherché, d'homogénéiser les résultats et de sécuriser de la même manière le montant de la rente. Et ce, peu importe le type de grille. C'est pour cela qu'il est important de regarder les trois types de grilles. Les contraintes imposées sont différentes, les allocations sont différentes et même le nombre de fonds peut être différent, au sein d'un seul assureur. Pourtant l'allure des trois histogrammes reste la même et les évolutions sont proportionnelles entre les assureurs.

Le montant nette de la rente n'est pas le plus pertinent, puisqu'il dépend du salaire initial. Ainsi, l'analyse des taux de remplacement permettra de prendre en compte ce dernier.

3.2.4 Taux de remplacement

Lors du départ à la retraite les revenus deviennent indéniablement plus faibles. Un bon indicateur est de savoir quel est la rémunération à la retraite par rapport au dernier salaire qu'un individu touchait pendant sa période active, en supposant que le dernier salaire est le plus élevé de la carrière.

Le taux de remplacement est donc cet indicateur et il correspond simplement au rapport entre la rente nette et le dernier salaire qui est de 107 198 €.

L'allure des graphiques est la même que les précédents sur la rente puisque le taux de remplacement est directement proportionnel à la rente mais voici tout de même un résumé des taux de remplacement pour les trois grilles.

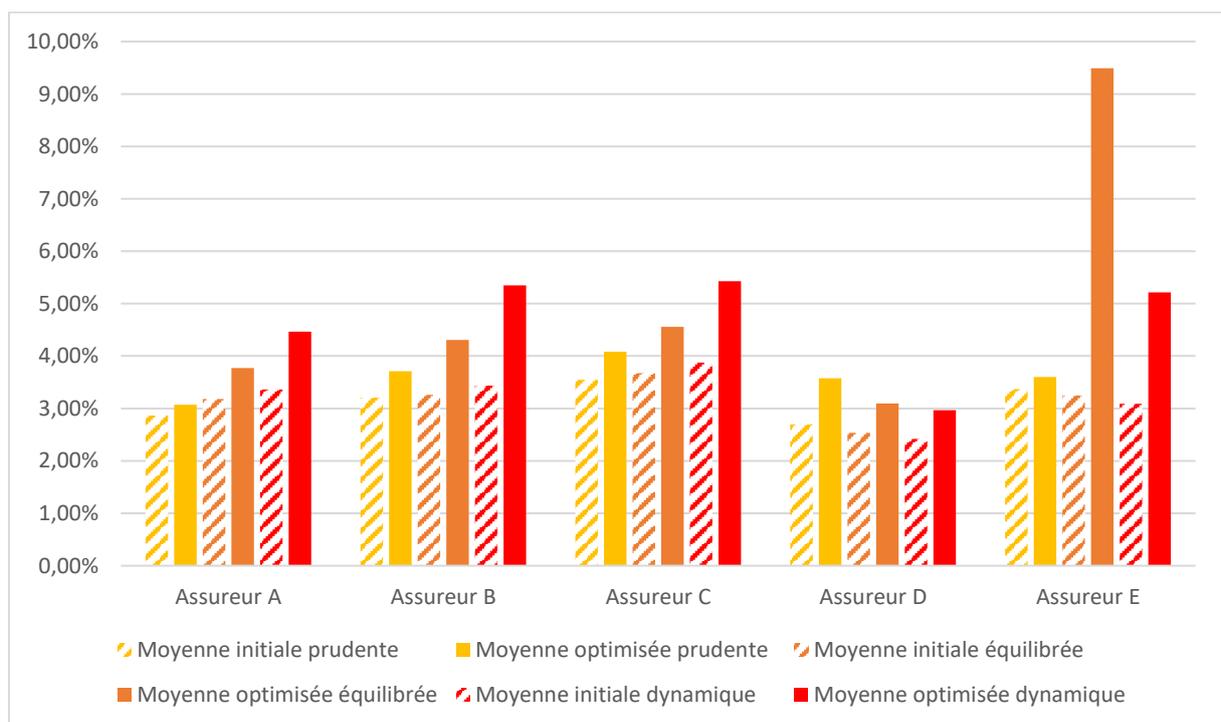


Figure 44 – Taux de remplacement des 5 assureurs en fonction des types de grilles

Selon la Figure 44, un tel dispositif, en payant une prime de 3% de son salaire, permet un gain de 3% à 5% en fonction du risque que l'on est prêt à prendre dans le choix des grilles. Si nous reprenons les résultats du graphique du COR sur les taux de remplacement, 74,7% est le taux de remplacement moyen à la retraite de la génération de 1950. Sachant que, si des régimes de retraites complémentaires ou supplémentaires ne sont pas souscrits, alors plus le salaire est élevé plus le taux de remplacement est faible. Pour un cadre le taux de remplacement se rapproche plus des 50%. Ainsi, un dispositif PER devient intéressant si la gestion financière est bien choisie.

3.3 Sensibilité

3.3.1 Impact de l'âge de départ à la retraite (sensibilité du a_x)

L'âge de départ à la retraite varie beaucoup en fonction des métiers, des études, et de la date d'entrée dans la vie active. Une des contraintes pour partir au taux plein est la durée de carrière qui est de 43 ans. Ici, ce paramètre est fixé et la variable est l'âge de départ à la retraite.

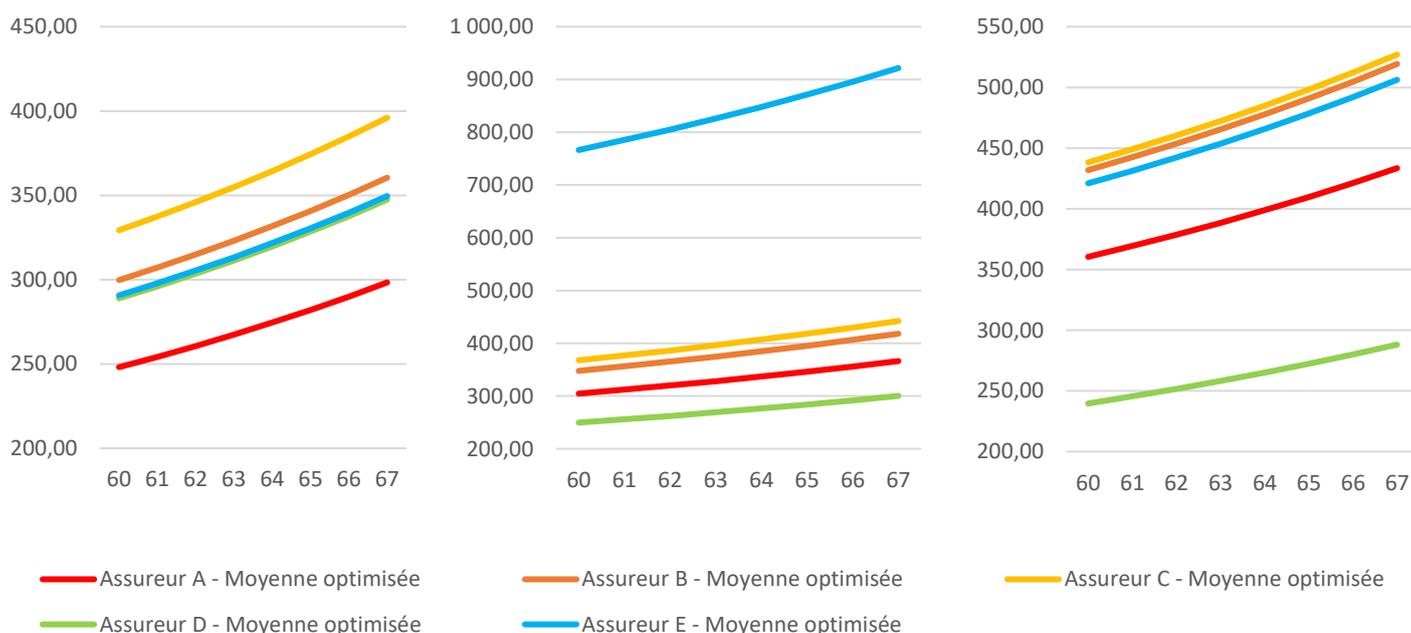


Figure 45 – Montant de la rente nette en fonction de l'âge de départ à la retraite pour une durée de carrière de 43 ans pour chaque type de grilles optimisées

La Figure 45 illustre la variation de l'âge de départ à la retraite de nos calculs précédents, pour les trois types de grilles. Sur une période de 7 ans, l'évolution est presque linéaire. Décaler l'âge de départ joue en faveur du montant de la rente. Des variations qui vont de 50€ pour les grilles prudentes à 100€ pour les grilles dynamiques.

3.3.2 Impact du passage de 62 à 64 ans : allongement de carrière de 2 ans

Avec la réforme des retraites de 2023, l'allongement de l'âge minimal de départ à la retraite a été poussé jusqu'à deux ans en fonction des profils. Il peut donc être intéressant de regarder, pour un même âge de début de carrière, l'impact de travailler deux années de plus. Ainsi, par rapport aux résultats précédents, sur une carrière de 43 ans nous allons refaire les calculs, mais pour une carrière de 45 ans. Dans le cas de la carrière de 43 ans, l'individu commencera en 2023 et partira fin 2065. Et dans le cas de la carrière de 45 ans il commencera également en 2023 mais partira fin 2067.

Regardons premièrement la différence créée par deux années de cotisations supplémentaires sur la performance cumulée à la date de liquidation de la retraite.

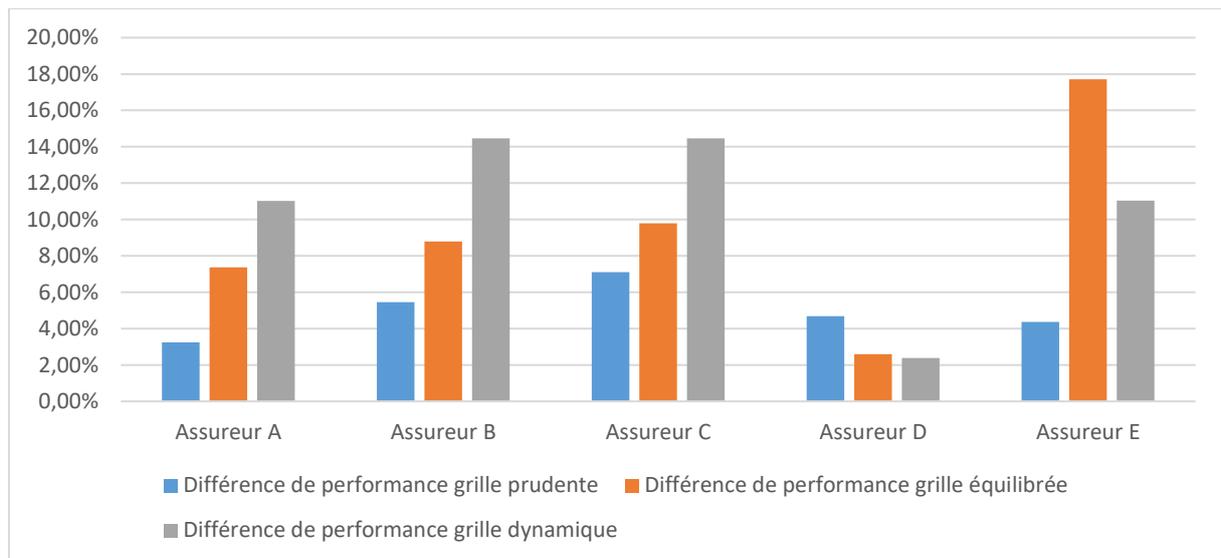


Figure 46 – Différence des performances cumulées à la date de départ à la retraite entre un départ à 62 ans et 64 ans pour chaque assureur et chaque type de grille optimisée

La Figure 46 présente l'évolution de la performance cumulée au terme de la carrière pour un départ décalé de 2 ans.

On remarque que toutes les différences sont positives, c'est-à-dire que le ratio du montant total investi sur l'encours à la fin de la carrière devient plus élevé.

En réalité, même si cette différence avait été négative, cela n'aurait pas signifié que le bénéficiaire du régime avait perdu de l'argent, ni que la valeur de l'encours avait diminué, ou que la performance annuelle de la grille était négative. En effet, chaque année la prime investie augmente de 2,5% alors que vers la fin de la grille la performance annuelle a tendance à diminuer étant donné l'arbitrage vers le fonds euro qui a un rendement de 3% qui est inférieur aux rendements des unités de comptes. Ainsi le ratio de la somme investie sur l'encours diminue. Cependant, le montant investi et l'encours augmentent tous les deux, mais simplement pas à la même vitesse.

La figure suivante illustre l'impact de cette augmentation de performance cumulée sur la rente.

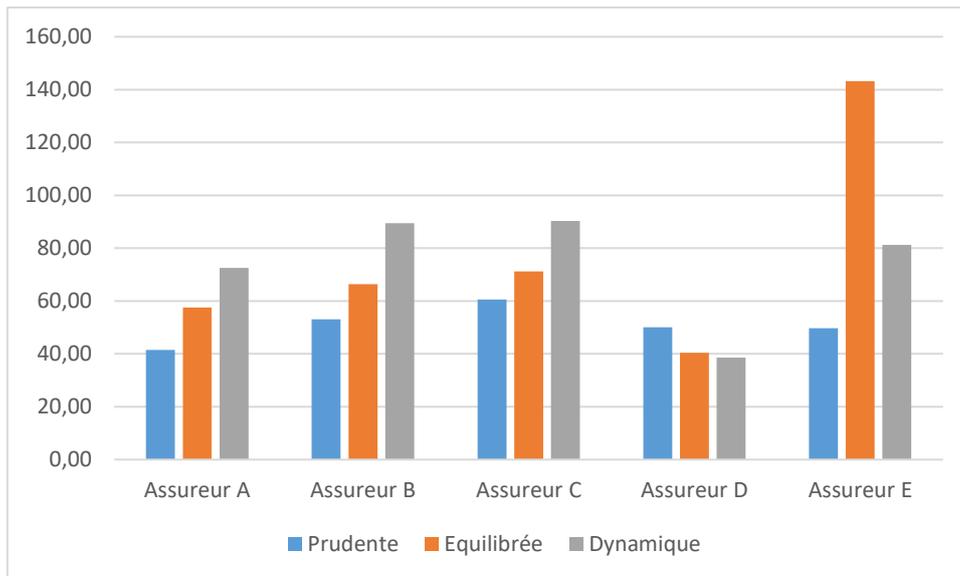


Figure 47 – Différence du montant de la rente nette, en fonction des assureurs, entre les deux âges de départ à la retraite, pour chaque type de grille

Sur la Figure 47 qui présente l'évolution de la rente nette servie à l'assuré après deux ans de cotisations supplémentaires. Nous voyons que chaque rente est plus élevée d'une quarantaine d'euros à 90€, sans compter la forte hausse de la grille équilibrée de l'assureur E. L'effet qui joue ici, en plus de la diminution du rendement annuel de la grille (qui reste positif), pour l'augmentation de la rente est la diminution de la valeur du a_x : il passe de $a_{62}^{(12)} = 37,5$ à $a_{64}^{(12)} = 35,6$. Et comme le a_x vient au dénominateur dans le calcul de la rente, cela a pour effet d'augmenter sa valeur. De plus, le simple fait de cotiser deux années de plus, a pour effet d'augmenter la rente.

L'histogramme suivant permet d'obtenir un ordre de grandeur de cette augmentation du montant de la rente nette.

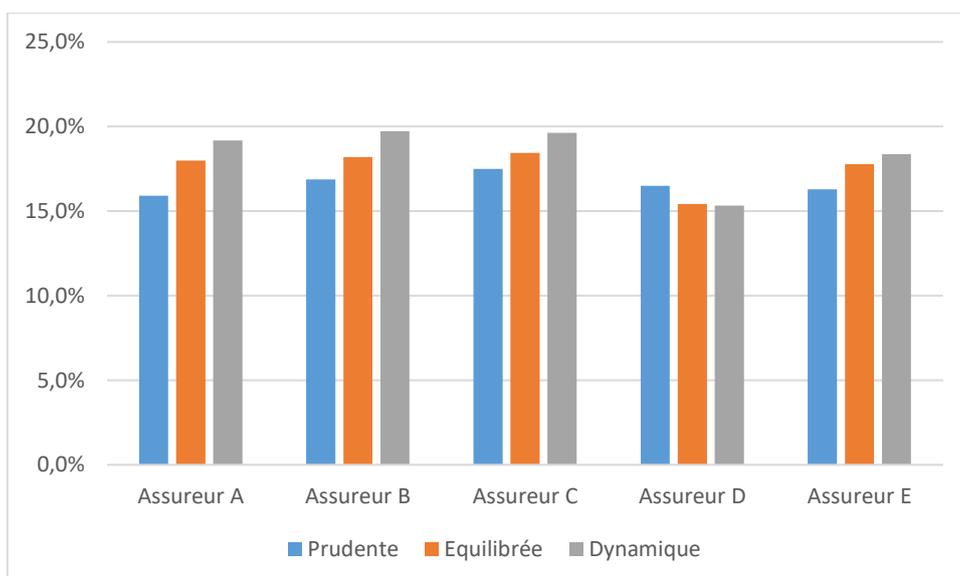


Figure 48 – Pourcentage d'augmentation des rentes nettes en augmentant l'âge de départ à la retraite de 62 ans à 64 ans

La Figure 48 retranscrit les résultats de la Figure 47, mais sous forme de pourcentage par rapport à la rente. Toutes les rentes ont augmenté entre 15% et 20%, ce qui est plutôt homogène. Pour seulement 2 ans de cotisations supplémentaires, la hausse est plutôt importante. Cela est dû à un triple effet :

- 2 années de cotisations supplémentaires
- 2 années de capitalisations supplémentaires
- 2 années de moins passées à la retraite

Vérifions l'impact sur le taux de remplacement :

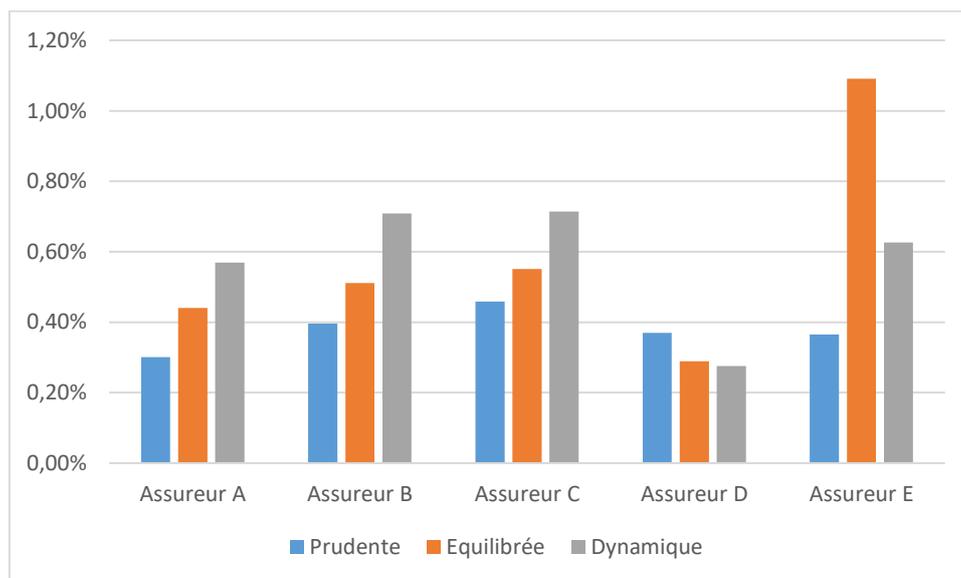


Figure 49 – Différence de taux de remplacement, en fonction des assureurs, entre les deux âges de départ à la retraite, pour chaque type de grille

La Figure 49 qui présente les taux de remplacements associés aux rentes de la Figure 47 montre que le taux de remplacement a tendance à augmenter avec l'allongement du temps de cotisation malgré l'augmentation du salaire. Nous observons une différence moyenne de 0,51% du taux de remplacement ce qui représente une augmentation en pourcentage de 11,87%.

Voici un récapitulatif de la différence moyenne et de l'augmentation en pourcentage moyenne pour les trois types de grilles :

	Grille prudente	Grille équilibrée	Grille dynamique
Différence	0,38%	0,58%	0,58%
Différence en pourcentage	10,99%	11,90%	12,73%

L'augmentation du montant de la rente s'améliore également avec le risque de la grille. Le risque est d'autant plus récompensé par la longueur de cotisation.

3.3.3 Impact de la fréquence de paiement des primes

Tous les PERO n'ont pas les mêmes périodicités de paiement des primes. La fréquence de cotisation peut être annuelle, trimestrielle ou mensuelle. Nous allons ici analyser les différents impacts sur la performance cumulée et la volatilité des grilles en fonction de la fréquence d'investissement. Même si la périodicité de paiement est fixée au contrat, il est intéressant de quantifier cet impact pour une éventuelle stratégie de DCA (Dollar Cost Averaging) avec les versements volontaires.

A très long terme, comme c'est le cas dans nos projections, la périodicité d'investissement ne devrait pas avoir beaucoup d'impact sur la performance, mais plutôt sur la volatilité. On s'attend à avoir un lissage de la performance donc quand même une réduction de la taille de son intervalle de confiance et une baisse de la volatilité.

Pour illustrer cela, commençons par regarder les résultats de différentes stratégies de paiement pour l'assureur A pour une projection sur une carrière de 43 ans. On reprend les mêmes frais et les mêmes hypothèses de croissance de salaire.

Les performances :

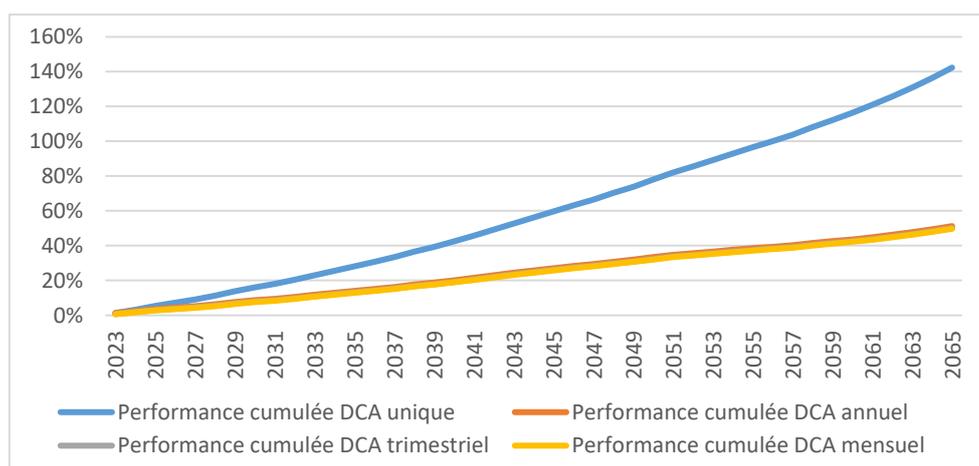


Figure 50 – Performance cumulée de la grille prudente optimisée de l'assureur A pour une carrière de 43 ans en fonction de la fréquence d'investissement

La Figure 50 présente les performances cumulées de la grille prudente optimisée tout au long d'une carrière de 43 ans. Nous remarquons que la courbe bleue se démarque des trois autres. Elle représente la performance cumulée issue d'une prime unique payée le premier jour. Les trois autres courbes qui représentent des investissements réguliers annuels, trimestriels et mensuels sont presque identiques. Voici les performances finales :

	DCA unique	DCA annuel	DCA trimestriel	DCA mensuel
Performance cumulée au terme	142,4%	51,3%	50,1%	49,7%

Figure 51 – Performances finales de la Figure 50 pour chaque courbe

Comme nos grilles optimisées sont performantes, les performances annuelles sont toujours positives donc un investissement plus régulier fait baisser la performance globale. Néanmoins on remarque que cela n'a pas beaucoup d'impact comme prévu sur nos grilles.

Si nos performances avaient été négatives alors la performance aurait augmenté avec la fréquence des versements.

Les résultats sont les mêmes pour les trois types de grilles

Regardons maintenant les impacts de la fréquence d'investissement sur la volatilité. Reprenons le cas de la grille prudente de l'assureur A.

La volatilité :

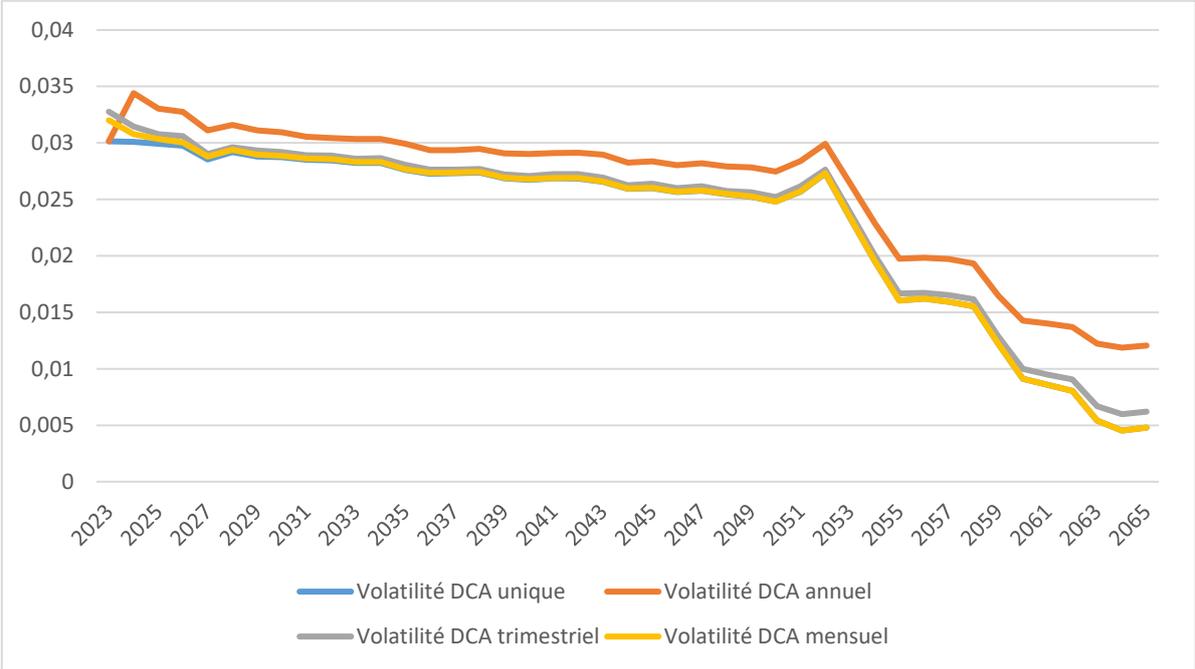


Figure 52 – Evolution de la volatilité de la grille prudente de l'assureur en fonction de la périodicité d'investissement sur une carrière de 43 ans

La Figure 52 présente les volatilités annuelles de la grille prudente optimisée de l'assureur A. Les volatilités sont en fait très similaires. On remarque qu'il y a une différence moyenne par an de 0,24% entre le DCA annuel et le DCA trimestriel. Cette différence est assez faible mais peut être qu'elle a un impact significatif sur la distribution de la performance. Si tel est le cas nous devrions observer un intervalle de confiance à 95% plus grand pour les fréquences d'investissement les plus faibles.

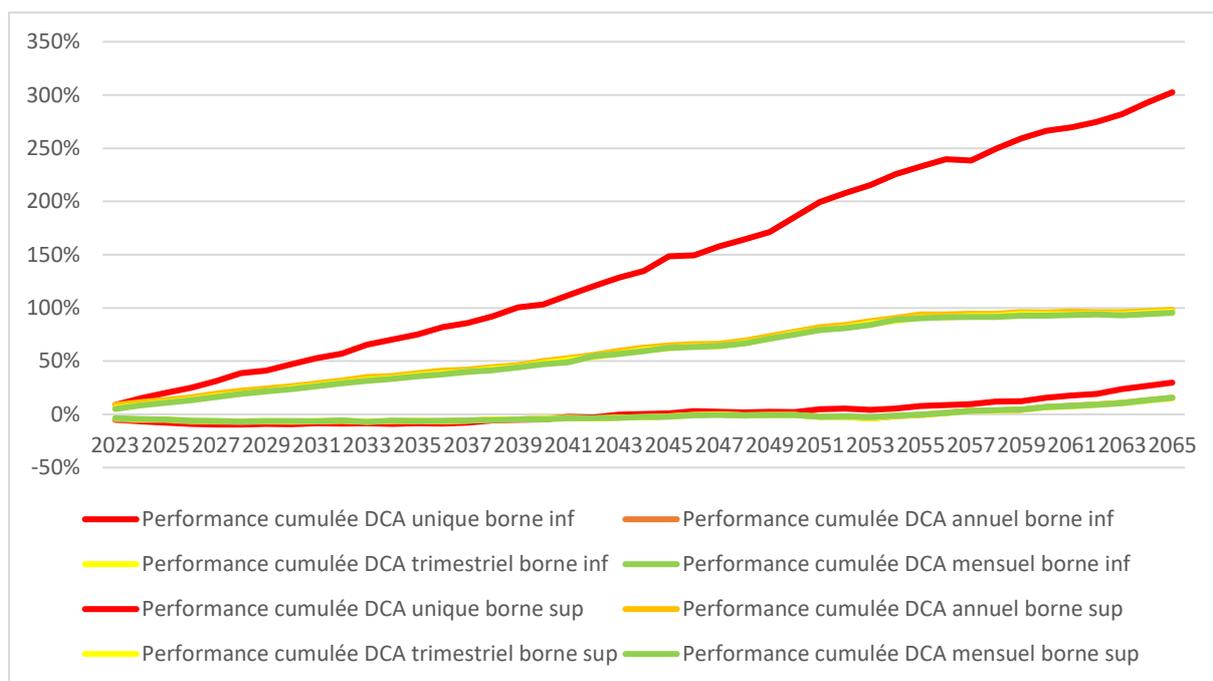


Figure 53 – Intervalle de confiance à 95% des performances cumulées de la grille prudente optimisée de l'assureur A

La Figure 53 expose donc les intervalles de confiance des performances présentées dans la Figure 50. On remarque qu'à part l'investissement d'une prime unique en début de carrière les résultats sont en réalité très similaires entre le DCA annuel, trimestriel et mensuel.

Les résultats pour les autres assureurs et pour les trois types de grilles sont similaires. La réduction de la taille de l'intervalle est un peu plus importante pour les assureurs qui ont les grilles les plus performantes, mais cet écart reste très insignifiant. (On ne remet pas tous les graphiques pour ne pas altérer la lisibilité).

Nous pouvons ici conclure que sur des longues périodes la fréquence d'investissement n'a pas beaucoup d'influence sur les performances des grilles. Peut-être qu'un investissement moins régulier, par exemple tous les 5 ans, aurait eu une volatilité plus élevée mais ce n'est pas l'esprit du PERO.

3.3.4 Impact de l'inflation

Dans les résultats précédents, nous n'avons pas pris en compte l'inflation. Sur les 32 dernières années de 1991 à 2022 l'inflation annuelle moyenne a été de 1,59% selon l'INSEE⁹. Sur une carrière de 43 ans, cela représente une diminution de 50% du pouvoir d'achat. Ainsi, pour avoir une idée encore plus précise de ce que représenterait une rente de retraite aujourd'hui, le montant peut être divisé par deux.

⁹ <https://www.insee.fr/fr/statistiques/2122401>

3.4 Conclusion

Pour terminer ce chapitre 3, les projections des fonds sont issues de modèles présentant des hypothèses fortes, mais qui tout de même, permettent de se comparer entre elles et de se faire une bonne idée des résultats possibles. Le gain, en termes de taux de remplacement, pour un profil classique de cadre est de l'ordre de 4% de taux de remplacement, après avoir cotisé 3% du salaire tout au long de la carrière. La désensibilisation aux unités de compte au fur et à mesure de l'avancement de la carrière joue un rôle important dans la sécurisation des encours de retraite.

Au vu des caractéristiques des investissements dans les grilles de gestion pilotée, la fréquence d'investissement n'a pas beaucoup d'impact sur le montant final de la rente, ni sur la réduction du risque qui est minime. En revanche, les différents changements sur la durée de carrière ou le décalage de l'âge de départ ont d'importants impacts qui ne sont pas à négliger.

4 Conclusion

Ce mémoire a permis de mettre en lumière plusieurs aspects sur la réglementation et la construction des grilles. Nous nous sommes placés du point de vue de l'assureur mais dans l'intérêt de l'assuré. En effet, nous avons construit des grilles par l'unique moyen de la sélection des fonds, sans remettre en question ni l'allocation, ni les catégories de fonds utilisées, ni les taux de rétrocession. Avec un large choix d'un millier de fonds, qu'un assureur comme Crédit Agricole Assurance peut avoir, le but a été de maximiser le rendement pour l'assuré.

Le choix de l'assureur dans sa gestion financière est également porté par les besoins du client et la rentabilité globale. La rentabilité de l'assureur, par exemple, dépend en plus de la part des frais de gestion des fonds qu'ils rétrocèdent aux assureurs. La sélection de fonds proposé dans ce mémoire ne serait pas directement réalisable, car le positionnement n'est pas strictement celui de l'assureur.

Premièrement, nous avons établi que la réglementation sur la dénomination des grilles n'était pas une véritable limitation de la volatilité d'une grille. Il est tout à fait possible de construire des grilles de gestion pilotée prudente et dynamique ayant les mêmes performances où la volatilité de la grille prudente est beaucoup plus importante que la grille dynamique. Evidemment, ce n'est pas le cas pour aucun des 5 assureurs de notre étude. La hiérarchie de performance et de volatilité était respectée dans le passage de prudent à équilibré et d'équilibré à dynamique pour les 5 assureurs, avec toutes les différences de construction que nous pouvions observer. En effet, certains conservaient les mêmes fonds entre les différents types de grilles, et donc la prise de risque se faisait en réduisant l'allocation dans le fonds euro. Alors que d'autres changeaient les unités de compte et même leurs nombres. La différence ne se faisait pas dans les écarts relatifs entre les différents niveaux de risque des grilles mais plutôt dans l'étalonnage de ce risque.

Nous avons fixé les limites de volatilité à 8% pour la grille prudente, 11% pour la grille équilibrée et 14% pour la grille dynamique. Ces limites sont arbitraires mais cohérentes avec les risques observés sur les 5 dernières années. Les contraintes servent également à harmoniser les propositions des assureurs entre eux. L'algorithme génétique s'est révélé être une solution efficace pour sélectionner les fonds de remplacements des grilles initialement proposées par les assureurs. N'étant pas possible en un temps raisonnable de tester toutes les solutions, il fallait utiliser un algorithme de maximisation de fonction sous contraintes à variables qualitatives suffisamment rapide.

La corrélation est un facteur, relativement important, qui a permis de réduire la volatilité et de gagner en performances. L'algorithme de sélection réduit la corrélation entre les fonds, par rapport aux grilles initiales, pour améliorer les performances.

Avec toutes les limites des modèles en tête, nous avons projeté ces fonds, pour simuler le fonctionnement complet d'un PERO, en prenant en compte le plus de paramètres possibles, comme : les frais assureurs, les frais des fonds et l'accroissement de salaire. Ainsi notre sélection s'est avérée efficace de presque plus de 10% sur la rente nette pour tous les assureurs et tous les types de grilles, avec une augmentation accrue par le risque de ces dernières. Ce résultat est bon puisque notre limite de volatilité a été placée par rapport à la moyenne des volatilités historiques des 5 dernières années des 5 assureurs. Donc, toutes les grilles sont devenues plus rentables après optimisation alors que certaines grilles optimisées ont une volatilité plus faible que leurs grilles initiales associées.

Ces bons résultats sont, bien entendu, à relativiser. Nous projetons sur plus de 40 ans avec 5 ans d'historique. Les performances passées ne préjugent pas des performances futures. Les unités de compte peuvent être des produits complexes, dont beaucoup de changements peuvent venir faire

dévier le cours de la projection comme des changements de gestionnaires ou des changements de compositions importants. Et même lorsque l'on regarde depuis combien de temps les fonds de notre base de données existent, une durée de 40 ans semble long en comparaison.

Dans un contexte de réforme des retraites, qui a décalé l'âge de départ légal à la retraite de 2 ans il a été intéressant de voir l'impact de prolonger la durée de la phase de cotisation du PERO de 2 ans. Excepté pour l'assureur D ou cet impact est plus minime, les 4 autres gagnent en moyenne 4% de performances pour les grilles équilibrées optimisées avec 2 ans de travail supplémentaire. Cet écart n'est pas négligeable, car il met en jeu trois effets qui sont : les deux ans de cotisations supplémentaires, les deux ans de capitalisation supplémentaires (qui est positive dans notre cas), et le calcul de la rente qui s'effectue sur environ 2 années d'espérance de vie en moins.

La fréquence d'investissement n'a quasiment pas d'impact sur la performance et la volatilité finale, puisque l'ordre de grandeur de la volatilité est trop grand par rapport à celui de la performance. Donc dans un objectif de faire des versements volontaires supplémentaires aux versements obligatoires il peut être préférable d'investir tous les mois avec la tombée du salaire.

En plus de la performance ou du montant de la rente nette, il est important de regarder le taux de remplacement qui permet de savoir à quel point on se retrouve proche de notre rémunération préretraite.

Un axe d'amélioration pourrait être de rajouter encore des contraintes, comme par exemple une contrainte de VaR pour la grille prudente. Egalement, on pourrait regarder les impacts des labels sur les grilles (sélectionner sans les contraintes). Nous avons gardé les mêmes fonds pour respecter une stratégie commerciale ou un cahier des charges clients mais la même méthode reste applicable, c'est une proposition adaptable à chaque cas en fonction des besoins.

5 Bibliographie

COR (2023) *Evolutions et perspectives des retraites en France, juin 2023*

LEGIFRANCE (2019) *Arrêté du 7 août 2019 portant application de la réforme de l'épargne retraite*

LEGIFRANCE - *Article 83 – Code général des impôts*

LEGIFRANCE (2021) *L224-3 du code monétaire et financier*

LEGIFRANCE (2019) *Article D137-1 – Code de la sécurité sociale*

BELAUD P. (2023) *Etude du PERU du point de vue de l'entreprise souscriptrice*, Institut des actuaires

RECORBET L. (2018) *Etude des grilles d'allocation d'actifs présentes dans un contrat de retraite supplémentaire « Article 83 » et « PERCO »*, Institut des actuaires

PEREIRA R. (2000), *Genetic Algorithm Optimisation for Finance and Investments*

VALLEE T., YILDIZOGLU M. (2001), *Présentation des algorithmes génétiques et de leurs applications en économie*

DEVOLDER P. (2023) *Retraite et prévoyance*, Université de Strasbourg

MANACH C. (2023) *Gestion des fonds de pension*, Université de Strasbourg

EL KAROUI N. (2004) *Couverture des risques dans les marchés financiers*, Ecole Polytechnique

COUSIN A. (2022) *Cours de calcul stochastique et de finance*, Université de Strasbourg

6 Annexes

Voici l'ensemble des allocations des grilles de gestion pilotée des 5 assureurs utilisés dans ce mémoire.
Le nom des fonds comportant parfois les noms des assureurs, ils sont aussi anonymes.

Assureur A :

Années avant le départ à la retraite	Prudente				Equilibrée				Dynamique			
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3
16 et +	0,0%	10,0%	60,0%	30,0%	0,0%	80,0%	20,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%
15	0,0%	5,0%	65,0%	30,0%	0,0%	80,0%	20,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%
14	0,0%	0,0%	70,0%	30,0%	0,0%	70,0%	30,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%
13	0,0%	0,0%	60,0%	40,0%	0,0%	55,0%	40,0%	5,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%
12	0,0%	0,0%	50,0%	50,0%	0,0%	35,0%	55,0%	10,0%	0,0%	90,0%	10,0%	0,0%
11	0,0%	0,0%	40,0%	60,0%	0,0%	25,0%	55,0%	20,0%	0,0%	75,0%	25,0%	0,0%
10	0,0%	0,0%	40,0%	60,0%	0,0%	10,0%	70,0%	20,0%	0,0%	60,0%	40,0%	0,0%
9	0,0%	0,0%	40,0%	60,0%	0,0%	5,0%	75,0%	20,0%	0,0%	45,0%	55,0%	0,0%
8	0,0%	0,0%	40,0%	60,0%	0,0%	0,0%	75,0%	25,0%	0,0%	30,0%	60,0%	10,0%
7	10,0%	0,0%	30,0%	60,0%	10,0%	0,0%	65,0%	25,0%	0,0%	15,0%	65,0%	20,0%
6	20,0%	0,0%	20,0%	60,0%	15,0%	0,0%	50,0%	35,0%	8,0%	10,0%	60,0%	22,0%
5	32,0%	0,0%	20,0%	48,0%	26,0%	0,0%	35,0%	39,0%	16,0%	5,0%	55,0%	24,0%
4	44,0%	0,0%	20,0%	36,0%	41,0%	0,0%	25,0%	34,0%	30,0%	5,0%	40,0%	25,0%
3	63,0%	0,0%	10,0%	27,0%	56,0%	0,0%	20,0%	24,0%	49,0%	5,0%	25,0%	21,0%
2	81,0%	0,0%	5,0%	14,0%	76,0%	0,0%	10,0%	14,0%	72,0%	0,0%	15,0%	13,0%
1	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Assureur B :

Années avant le départ à la retraite	Prudente			Dynamique				
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4
25 et +	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	6,3%	18,8%	37,5%	37,5%
24	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	6,3%	18,8%	37,5%	37,5%
23	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	6,3%	18,8%	37,5%	37,5%
22	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	6,3%	18,8%	37,5%	37,5%
21	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	6,3%	18,8%	37,5%	37,5%
20	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	7,5%	22,5%	35,0%	35,0%
19	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	8,3%	24,8%	33,5%	33,5%
18	30,0%	32,0%	38,0%	0,0%	9,0%	27,0%	32,0%	32,0%
17	31,0%	33,0%	36,0%	0,0%	9,5%	28,5%	31,0%	31,0%
16	31,0%	34,0%	35,0%	0,0%	10,5%	31,5%	29,0%	29,0%
15	31,0%	35,0%	34,0%	0,0%	15,5%	31,5%	26,5%	26,5%
14	32,0%	35,0%	33,0%	0,0%	17,3%	30,8%	26,0%	26,0%
13	33,0%	35,0%	32,0%	0,0%	19,8%	29,3%	25,5%	25,5%
12	34,0%	35,0%	31,0%	0,0%	22,0%	30,0%	24,0%	24,0%
11	37,0%	35,0%	28,0%	0,0%	25,0%	30,0%	22,5%	22,5%
10	42,0%	35,0%	23,0%	0,0%	27,0%	30,0%	21,5%	21,5%
9	47,0%	35,0%	18,0%	0,0%	28,0%	30,0%	21,0%	21,0%
8	52,0%	35,0%	13,0%	0,0%	33,5%	28,5%	19,0%	19,0%
7	57,0%	35,0%	8,0%	0,0%	41,3%	27,8%	15,5%	15,5%
6	58,0%	42,0%	0,0%	0,0%	53,8%	26,3%	10,0%	10,0%
5	60,0%	40,0%	0,0%	0,0%	67,0%	19,0%	7,0%	7,0%
4	66,0%	34,0%	0,0%	40,0%	42,0%	10,0%	4,0%	4,0%
3	73,0%	27,0%	0,0%	65,0%	35,0%	0,0%	0,0%	0,0%
2	84,0%	16,0%	0,0%	83,0%	17,0%	0,0%	0,0%	0,0%
1	90,0%	10,0%	0,0%	90,0%	10,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Années avant le départ à la retraite	Equilibrée						
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5	Fonds 6
25 et +	8,0%	20,0%	12,0%	19,0%	19,0%	12,0%	10,0%
24	9,0%	20,0%	13,0%	18,2%	18,2%	11,5%	10,0%
23	10,0%	20,0%	13,0%	17,9%	17,9%	11,3%	10,0%
22	10,0%	20,0%	14,0%	17,5%	17,5%	11,0%	10,0%
21	10,0%	20,0%	18,0%	16,0%	16,0%	10,1%	10,0%
20	10,0%	20,0%	20,0%	15,2%	15,2%	9,6%	10,0%
19	10,0%	20,0%	22,0%	14,4%	14,4%	9,1%	10,0%
18	10,0%	20,0%	25,0%	13,3%	13,3%	8,4%	10,0%
17	10,0%	20,0%	30,0%	11,4%	11,4%	7,2%	10,0%
16	11,5%	20,0%	34,0%	9,9%	9,9%	6,2%	8,5%
15	12,5%	20,0%	34,0%	9,5%	9,5%	6,0%	8,5%
14	12,5%	20,0%	35,0%	9,1%	9,1%	5,8%	8,5%
13	12,0%	20,0%	36,0%	9,5%	9,5%	6,0%	7,0%
12	14,0%	20,0%	36,0%	8,7%	8,7%	5,5%	7,0%
11	16,0%	20,0%	37,0%	9,1%	9,1%	5,8%	3,0%
10	17,0%	20,0%	38,0%	8,4%	8,4%	5,3%	3,0%
9	24,0%	20,0%	38,0%	6,8%	6,8%	4,3%	0,0%
8	26,0%	20,0%	40,0%	5,3%	5,3%	3,4%	0,0%
7	30,0%	20,0%	40,0%	3,8%	3,8%	2,4%	0,0%
6	35,0%	20,0%	40,0%	1,9%	1,9%	1,2%	0,0%
5	46,0%	20,0%	31,0%	1,5%	1,5%	0,0%	0,0%
4	55,0%	25,0%	20,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
3	75,0%	25,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
2	83,0%	17,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
1	90,0%	10,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Assureur C :

Années avant le départ à la retraite	Prudente								
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5	Fonds 6	Fonds 7	Fonds 8
17 et +	60,0%	8,0%	8,0%	6,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	2,0%
16	62,7%	7,5%	7,5%	5,6%	3,7%	3,7%	3,7%	3,7%	1,9%
15	65,4%	6,9%	6,9%	5,2%	3,5%	3,5%	3,5%	3,5%	1,7%
14	68,0%	6,4%	6,4%	4,8%	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%	1,6%
13	70,7%	5,9%	5,9%	4,4%	2,9%	2,9%	2,9%	2,9%	1,5%
12	73,4%	5,3%	5,3%	4,0%	2,7%	2,7%	2,7%	2,7%	1,3%
11	76,0%	4,8%	4,8%	3,6%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	1,2%
10	78,7%	4,3%	4,3%	3,2%	2,1%	2,1%	2,1%	2,1%	1,1%
9	81,4%	3,7%	3,7%	2,8%	1,9%	1,9%	1,9%	1,9%	0,9%
8	84,0%	3,2%	3,2%	2,4%	1,6%	1,6%	1,6%	1,6%	0,8%
7	86,7%	2,7%	2,7%	2,0%	1,3%	1,3%	1,3%	1,3%	0,7%
6	89,4%	2,1%	2,1%	1,6%	1,1%	1,1%	1,1%	1,1%	0,5%
5	92,0%	1,6%	1,6%	1,2%	0,8%	0,8%	0,8%	0,8%	0,4%
4	94,7%	1,1%	1,1%	0,8%	0,5%	0,5%	0,5%	0,5%	0,3%
3	97,4%	0,5%	0,5%	0,4%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	0,1%
2	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
1	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Années avant le départ à la retraite	Equilibrée								
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5	Fonds 6	Fonds 7	Fonds 8
17 et +	40,0%	12,0%	12,0%	9,0%	6,0%	6,0%	6,0%	6,0%	3,0%
16	44,0%	11,2%	11,2%	8,4%	5,6%	5,6%	5,6%	5,6%	2,8%
15	48,0%	10,4%	10,4%	7,8%	5,2%	5,2%	5,2%	5,2%	2,6%
14	52,0%	9,6%	9,6%	7,2%	4,8%	4,8%	4,8%	4,8%	2,4%
13	56,0%	8,8%	8,8%	6,6%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	2,2%
12	60,0%	8,0%	8,0%	6,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	2,0%
11	64,0%	7,2%	7,2%	5,4%	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	1,8%
10	68,0%	6,4%	6,4%	4,8%	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%	1,6%
9	72,0%	5,6%	5,6%	4,2%	2,8%	2,8%	2,8%	2,8%	1,4%
8	76,0%	4,8%	4,8%	3,6%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	1,2%
7	80,0%	4,0%	4,0%	3,0%	2,0%	2,0%	2,0%	2,0%	1,0%
6	84,0%	3,2%	3,2%	2,4%	1,6%	1,6%	1,6%	1,6%	0,8%
5	88,0%	2,4%	2,4%	1,8%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	0,6%
4	92,0%	1,6%	1,6%	1,2%	0,8%	0,8%	0,8%	0,8%	0,4%
3	96,0%	0,8%	0,8%	0,6%	0,4%	0,4%	0,4%	0,4%	0,2%
2	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
1	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Années avant le départ à la retraite	Dynamique								
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5	Fonds 6	Fonds 7	Fonds 8
17 et +	20,0%	16,0%	16,0%	12,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	4,0%
16	24,0%	15,2%	15,2%	11,4%	7,6%	7,6%	7,6%	7,6%	3,8%
15	28,0%	14,4%	14,4%	10,8%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	3,6%
14	32,0%	13,6%	13,6%	10,2%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	3,4%
13	36,0%	12,8%	12,8%	9,6%	6,4%	6,4%	6,4%	6,4%	3,2%
12	40,0%	12,0%	12,0%	9,0%	6,0%	6,0%	6,0%	6,0%	3,0%
11	44,0%	11,2%	11,2%	8,4%	5,6%	5,6%	5,6%	5,6%	2,8%
10	48,0%	10,4%	10,4%	7,8%	5,2%	5,2%	5,2%	5,2%	2,6%
9	52,0%	9,6%	9,6%	7,2%	4,8%	4,8%	4,8%	4,8%	2,4%
8	56,0%	8,8%	8,8%	6,6%	4,4%	4,4%	4,4%	4,4%	2,2%
7	60,0%	8,0%	8,0%	6,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	2,0%
6	64,0%	7,2%	7,2%	5,4%	3,6%	3,6%	3,6%	3,6%	1,8%
5	68,0%	6,4%	6,4%	4,8%	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%	1,6%
4	72,0%	5,6%	5,6%	4,2%	2,8%	2,8%	2,8%	2,8%	1,4%
3	76,0%	4,8%	4,8%	3,6%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%	1,2%
2	80,0%	4,0%	4,0%	3,0%	2,0%	2,0%	2,0%	2,0%	1,0%
1	80,0%	4,0%	4,0%	3,0%	2,0%	2,0%	2,0%	2,0%	1,0%

Assureur D :

Années avant le départ à la retraite	Prudente					
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5
25 et +	0,0%	11,0%	40,5%	38,5%	0,0%	10,0%
24	0,0%	11,0%	39,0%	40,0%	0,0%	10,0%
23	0,0%	11,0%	38,0%	41,0%	0,0%	10,0%
22	0,0%	11,0%	37,0%	42,0%	0,0%	10,0%
21	0,0%	11,0%	35,5%	43,5%	0,0%	10,0%
20	0,0%	11,0%	34,0%	45,0%	0,0%	10,0%
19	0,0%	11,0%	31,5%	47,5%	0,0%	10,0%
18	0,0%	11,0%	29,0%	50,0%	0,0%	10,0%
17	0,0%	11,0%	26,0%	52,0%	1,0%	10,0%
16	0,0%	11,0%	23,0%	54,5%	1,5%	10,0%
15	0,0%	9,4%	21,7%	57,0%	2,0%	10,0%
14	0,0%	9,4%	18,7%	58,0%	4,0%	10,0%
13	0,0%	9,4%	15,7%	58,5%	6,5%	10,0%
12	0,0%	7,7%	14,3%	58,0%	10,0%	10,0%
11	0,0%	7,7%	10,3%	58,0%	14,0%	10,0%
10	0,0%	3,3%	10,2%	57,5%	19,0%	10,0%
9	0,0%	3,3%	8,7%	54,0%	24,0%	10,0%
8	0,0%	3,3%	5,7%	51,0%	30,0%	10,0%
7	0,0%	0,0%	6,0%	47,0%	37,0%	10,0%
6	0,0%	0,0%	3,0%	42,0%	45,0%	10,0%
5	20,0%	0,0%	2,5%	37,5%	35,0%	5,0%
4	40,0%	0,0%	2,0%	23,0%	30,0%	5,0%
3	60,0%	0,0%	1,0%	9,0%	25,0%	5,0%
2	80,0%	0,0%	0,0%	2,0%	15,0%	3,0%
1	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Années avant le départ à la retraite	Equilibrée					
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5
25 et +	0,0%	11,0%	63,0%	16,0%	0,0%	10,0%
24	0,0%	11,0%	62,0%	17,0%	0,0%	10,0%
23	0,0%	11,0%	61,0%	18,0%	0,0%	10,0%
22	0,0%	11,0%	59,5%	19,5%	0,0%	10,0%
21	0,0%	11,0%	58,0%	21,0%	0,0%	10,0%
20	0,0%	11,0%	56,5%	22,5%	0,0%	10,0%
19	0,0%	11,0%	54,5%	24,5%	0,0%	10,0%
18	0,0%	11,0%	52,5%	26,5%	0,0%	10,0%
17	0,0%	11,0%	51,0%	28,0%	0,0%	10,0%
16	0,0%	11,0%	48,5%	30,5%	0,0%	10,0%
15	0,0%	9,4%	48,2%	32,5%	0,0%	10,0%
14	0,0%	9,4%	45,7%	35,0%	0,0%	10,0%
13	0,0%	9,4%	43,2%	37,5%	0,0%	10,0%
12	0,0%	7,7%	41,8%	39,5%	1,0%	10,0%
11	0,0%	7,7%	40,3%	40,5%	1,5%	10,0%
10	0,0%	3,3%	39,2%	45,0%	2,5%	10,0%
9	0,0%	3,3%	34,7%	47,5%	4,5%	10,0%
8	0,0%	3,3%	30,7%	48,5%	7,5%	10,0%
7	0,0%	0,0%	29,0%	50,0%	11,0%	10,0%
6	0,0%	0,0%	24,5%	49,5%	16,0%	10,0%
5	20,0%	0,0%	20,0%	41,0%	14,0%	5,0%
4	40,0%	0,0%	14,0%	31,0%	10,0%	5,0%
3	60,0%	0,0%	7,5%	20,5%	7,0%	5,0%
2	80,0%	0,0%	2,5%	9,5%	5,0%	3,0%
1	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Années avant le départ à la retraite	Dynamique					
	Fonds euros	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5
25 et +	0,0%	11,0%	79,0%	0,0%	0,0%	10,0%
24	0,0%	11,0%	79,0%	0,0%	0,0%	10,0%
23	0,0%	11,0%	79,0%	0,0%	0,0%	10,0%
22	0,0%	11,0%	79,0%	0,0%	0,0%	10,0%
21	0,0%	11,0%	79,0%	0,0%	0,0%	10,0%
20	0,0%	11,0%	78,0%	1,0%	0,0%	10,0%
19	0,0%	11,0%	77,0%	2,0%	0,0%	10,0%
18	0,0%	11,0%	75,0%	4,0%	0,0%	10,0%
17	0,0%	11,0%	73,0%	6,0%	0,0%	10,0%
16	0,0%	11,0%	71,0%	8,0%	0,0%	10,0%
15	0,0%	9,4%	70,7%	10,0%	0,0%	10,0%
14	0,0%	9,4%	69,7%	11,0%	0,0%	10,0%
13	0,0%	9,4%	68,7%	12,0%	0,0%	10,0%
12	0,0%	7,7%	65,3%	17,0%	0,0%	10,0%
11	0,0%	7,7%	61,3%	21,0%	0,0%	10,0%
10	0,0%	3,3%	60,7%	26,0%	0,0%	10,0%
9	0,0%	3,3%	56,7%	30,0%	0,0%	10,0%
8	0,0%	3,3%	51,7%	32,0%	3,0%	10,0%
7	0,0%	0,0%	49,0%	33,0%	8,0%	10,0%
6	0,0%	0,0%	37,0%	41,0%	12,0%	10,0%
5	15,0%	0,0%	29,0%	42,0%	9,0%	5,0%
4	30,0%	0,0%	18,5%	39,5%	7,0%	5,0%
3	50,0%	0,0%	8,0%	32,0%	5,0%	5,0%
2	75,0%	0,0%	3,0%	16,0%	3,0%	3,0%
1	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

Assureur E :

Prudente														
Années avant le départ à la retraite	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5	Fonds 6	Fonds 7	Fonds 8	Fonds 9	Fonds 10	Fonds 11	Fonds 12	Fonds 13	Fonds 14
11 et +	10,0%	5,0%	0,0%	0,0%	5,0%	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
10	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%	5,0%	10,0%	5,0%
9	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%	5,0%	10,0%	5,0%
8	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%	5,0%	10,0%	5,0%
7	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%	5,0%	10,0%	5,0%
6	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%	5,0%	10,0%	5,0%
5	7,0%	8,0%	15,0%	15,0%	15,0%	10,0%	10,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	0,0%	0,0%
4	7,0%	8,0%	15,0%	15,0%	15,0%	10,0%	10,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	0,0%	0,0%
3	7,0%	8,0%	15,0%	15,0%	15,0%	10,0%	10,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	4,0%	0,0%	0,0%
2	10,0%	10,0%	20,0%	20,0%	10,0%	10,0%	10,0%	2,0%	2,0%	2,0%	2,0%	2,0%	0,0%	0,0%
1	10,0%	10,0%	20,0%	20,0%	10,0%	10,0%	10,0%	2,0%	2,0%	2,0%	2,0%	2,0%	0,0%	0,0%

Equilibrée														
Années avant le départ à la retraite	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5	Fonds 6	Fonds 7	Fonds 8	Fonds 9	Fonds 10	Fonds 11	Fonds 12	Fonds 13	Fonds 14
11 et +	1,0%	2,0%	0,0%	0,0%	3,0%	2,0%	2,0%	20,0%	20,0%	0,0%	10,0%	10,0%	10,0%	20,0%
10	2,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	5,0%	5,0%	20,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	10,0%	20,0%
9	2,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	5,0%	5,0%	20,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	10,0%	20,0%
8	2,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	5,0%	5,0%	20,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	10,0%	20,0%
7	2,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	5,0%	5,0%	20,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	10,0%	20,0%
6	2,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	5,0%	5,0%	20,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	10,0%	20,0%
5	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%
4	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%
3	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%
2	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	6,0%	6,0%	6,0%	6,0%	6,0%	0,0%	0,0%
1	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	6,0%	6,0%	6,0%	6,0%	6,0%	0,0%	0,0%

Années avant le départ à la retraite	Dynamique													
	Fonds 1	Fonds 2	Fonds 3	Fonds 4	Fonds 5	Fonds 6	Fonds 7	Fonds 8	Fonds 9	Fonds 10	Fonds 11	Fonds 12	Fonds 13	Fonds 14
11 et +	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	20,0%	15,0%	15,0%	0,0%	15,0%	15,0%	20,0%
10	3,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	2,0%	2,0%	20,0%	15,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	20,0%
9	3,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	2,0%	2,0%	20,0%	15,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	20,0%
8	3,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	2,0%	2,0%	20,0%	15,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	20,0%
7	3,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	2,0%	2,0%	20,0%	15,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	20,0%
6	3,0%	3,0%	0,0%	0,0%	5,0%	2,0%	2,0%	20,0%	15,0%	10,0%	0,0%	10,0%	10,0%	20,0%
5	2,0%	3,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	15,0%	15,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	0,0%
4	2,0%	3,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	15,0%	15,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	0,0%
3	2,0%	3,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	15,0%	15,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	0,0%
2	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%
1	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	5,0%	5,0%	0,0%