

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris  
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaraires  
le 04/03/2024

Par : Céline FRANCONY

Titre : **Intégration du risque climatique dans les  
scénarios risque-neutre des trajectoires actions**

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de la filière*

*Nom : Caroline HILLAIRET*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaraires*

*Entreprise : Milliman*

*Signature :*



*Directeur du mémoire en entreprise :*

*Nom : Sophian MEHALLA*

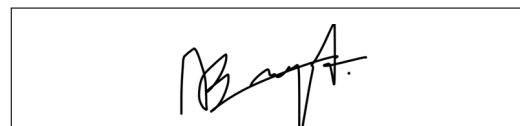
*Signature :*



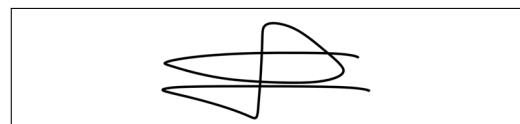
**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels**  
*(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)*

*Signature du responsable entreprise*

Secrétariat :



Bibliothèque :





## Résumé

---

Le changement climatique induit un risque financier majeur qui doit être pris en compte par les assureurs. L'impact du changement climatique sur les marchés financiers est un sujet qui occupe de plus en plus l'attention des assureurs, des institutions financières et des investisseurs conscients de la nécessité d'évaluer et de gérer ce risque pour préserver la stabilité financière mais aussi pour favoriser des pratiques durables. Depuis 2020, l'ACPR (Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution) mène des exercices de stress tests climatiques afin d'intégrer au mieux ce risque dans les évaluations long terme des assureurs.

Dans la première partie, l'étude porte sur les scénarios de simulations risque-neutre permettant d'intégrer le risque climatique dans les trajectoires des actions. Les actions sont rassemblées par secteur, conformément aux regroupements établis par l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*). Différentes granularités ont été testées, suivies de l'application des chocs proposés par l'EIOPA afin d'examiner les impacts sur le BE (*Best Estimate*) et la TVOG (*Time Value of Options and Guarantees*).

La deuxième partie propose une nouvelle dynamique en univers risque-neutre pour modéliser les actions, visant à intégrer le risque climatique dans leur dynamique pour une meilleure appréhension de ce risque. Le modèle proposé repose sur deux facteurs : le premier, systémique, commun à toutes les actions, représentant le risque carbone dans notre étude, et le second est spécifique à chaque action. En complément, nous pouvons utiliser ce modèle en réalisant des hypothèses sur la structure de volatilités à différents horizons. Une méthode qui utilise les scénarios du GIEC (Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat) pour déduire des scénarios de volatilités est proposée.

Dans la troisième partie, le modèle élaboré dans le chapitre précédent est utilisé pour des applications de type monde réel. L'objectif est de calculer des chocs à différents horizons et sous différentes périodes de calibrage pour évaluer les impacts. Par ailleurs, la théorie de gestion de portefeuille de Markowitz est mise en œuvre en prenant plusieurs horizons temporels, périodes de calibrages, et en ajoutant des contraintes climatiques pour observer la déformation des frontières efficientes.

---

*Mots-clés : Risque-neutre, Générateur de scénarios économique, Risque climatique, Risque action, Indices sectoriels, Asset Liability Management, Risque carbone, Monde réel, Choc à 1 an, Markowitz*



## Abstract

---

Climate change represents a major financial risk that insurers need to take into account. The impact of climate change on financial markets is a subject that is increasingly occupying the attention of insurers, financial institutions and investors who are aware of the need to assess and manage this risk to preserve financial stability but also to promote sustainable practices. Since 2020, the ACPR (*Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution*) has been conducting climate stress test exercises to ensure that this risk is factored into insurers' long-term valuations.

In the first part, the study focuses on risk-neutral simulation scenarios that allow climate risk to be integrated into stock trajectories. Equities are grouped by sector, in accordance with the groupings established by EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority). Different granularities have been tested, followed by the application of shocks proposed by EIOPA to examine impacts on BE (Best Estimate) and TVOG (Time Value of Options and Guarantees).

The second part proposes a new risk-neutral dynamic for modeling equities, aimed at integrating climate risk into their dynamics for a better understanding of this risk. The proposed model is based on two factors: the first, systemic, is common to all equities, representing the carbon risk in our study, and the second is specific to each equity. In addition, we can use this model to make assumptions about the volatility structure at different horizons. A method using IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change) scenarios to derive volatility scenarios is proposed.

In the third section, the model developed in the previous chapter is used for real-world applications. The aim is to calculate shocks at different horizons and under different calibration periods in order to assess impacts. In addition, Markowitz portfolio management theory is implemented by taking several time horizons, calibration periods, and adding climate constraints to observe the deformation of efficient frontiers.

---

*Keywords: Risk-neutral, Economic Scenario Generator, Climate Risk, Equity Risk, Sectoral Indices, Asset Liability Management, Carbon Risk, Real-world, 1-year Shock, Markowitz*



# Note de Synthèse

## Contexte

Les scientifiques, notamment à travers les rapports du Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC), alertent sur l'urgence climatique et sensibilisent les décideurs, les politiques et les citoyens au réchauffement climatique. Ce risque climatique aura un impact significatif sur le secteur de l'assurance. L'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) a récemment lancé deux exercices de stress tests climatiques visant à éprouver et sensibiliser les compagnies d'assurance et les institutions bancaires sur ce risque émergent. Un premier exercice a été réalisé en 2021, qui a été affiné et complété dans un second exercice dont les résultats sont attendus au printemps 2024. De plus, en 2022, l'*European Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA) a publié des recommandations incitant les assureurs à évaluer les impacts du changement climatique et utiliser des scénarios de changement climatique dans l'*Own Risk and Solvency Assessment* (ORSA).

Le risque climatique est souvent décomposé selon les trois aspects suivants : le risque physique, le risque de réputation et le risque de transition. Dans ce mémoire, seul le risque de transition, représentant les risques résultant du passage de l'économie actuelle vers une économie bas carbone, sera étudié. L'objectif principal de ce mémoire est d'intégrer ce risque dans les modélisations actions utilisées notamment en univers risque-neutre. Pour commencer, diverses méthodes pour l'intégration de ce risque dans un cadre de modélisation action classique mais calibré sur des données appropriées sont proposées. De plus, des impacts *Asset Liability Management* (ALM) sont réalisés en considérant une compagnie représentative du marché de l'assurance européen. Ensuite, nous étudierons de nouvelles modélisations dédiées au risque de transition. Une nouvelle dynamique afin d'intégrer le risque climatique dans les trajectoires risque-neutre des actions est proposée. Enfin, une étude portera sur l'application de cette dynamique en monde réel en calculant des chocs et des portefeuilles efficients selon la théorie de Markowitz.

## Intégration du risque climatique

Dans ce chapitre, nous adopterons la perspective d'un assureur européen ayant une exposition à l'*Euro Stoxx 50*, indice européen regroupant les cinquante plus grandes capitalisations boursières. L'objectif principal est de construire une modélisation à une maille assez fine pour respecter la taxonomie européenne des entreprises établie par l'*European*

*Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA). Les valeurs des chocs fournies par l'EIOPA seront appliquées aux rendements des actifs selon leur secteur d'activité.

Les cinquante entreprises constituant l'*Euro Stoxx 50* ont été réparties selon leur code figurant dans la Nomenclature statistique des Activités économiques de la Communauté Européenne (NACE), c'est-à-dire en fonction de leur secteur d'activité. *In fine*, les cinquante actions constituant l'indice sont réparties en 13 secteurs distincts. La Table 1 présente ces 13 secteurs, leur poids dans l'*Euro Stoxx 50* ainsi que le niveau de choc attribué par l'EIOPA.

Code NACE	Numéro du secteur	Poids dans l'indice (%)	Stress test (% de variation)
B05-B09	3	6,1	-37,8
C10-C12	4	4,1	-12,3
C13-C18	5	11,9	-10,9
C20	7	6,3	-12,7
C21-C22	8	3,4	-11,1
C26-C28	11	17,2	-11,1
C29-C30	12	4,1	-11,2
D35	14	6,0	-23,0
F41-F43	16	2,8	-11,5
G45-G47	17	7,1	-13,4
H49	18	1,3	-22,6
L68	22	0,6	-12,0
<i>Other</i>	23	29,2	-14,3

TABLE 1 – Composition de l'indice *Euro Stoxx 50* par code NACE

Plusieurs méthodes ont été considérées afin de tester différentes granularités, ces méthodes sont présentées de la granularité la plus grossière à la plus fine :

1. **Méthode n°1** : les stress tests sont appliqués au portefeuille d'actions et l'évaluation des passifs se fait en utilisant des *model point* qui sont représentés par un unique facteur de risque actions générés par un Générateur de Scénarios Économiques (GSE). Ce facteur de risque actions est calibré sur l'*Euro Stoxx 50*. Cette méthode correspond à la pratique communément réalisée sur le marché.
2. **Méthode n°2** : afin de décomposer le risque action selon une maille plus fine, le GSE génère autant de trajectoires actions qu'il y a de secteurs inclus dans le portefeuille de l'entreprise représentative (et fictive) considérée dans notre étude. Dans cette deuxième méthode, tous les facteurs de risque actions ont la même structure de volatilité équivalente à celle de l'*Euro Stoxx 50* (comme dans la méthode précédente). Cependant, une structure de corrélation entre les indices sectoriels est définie.
3. **Méthode n°3** : la granularité est identique à la méthode précédente et nous ajoutons une structure de volatilité propre à chaque indice sectoriel. Il est important de noter que les volatilités implicites des indices sectoriels ne sont pas cotées sur les marchés financiers ainsi un calibrage hybride sur les données historiques des indices sectoriels et sur les données de marchés, les volatilités implicites de l'*Euro Stoxx 50*, a été défini.
4. **Sensibilité à la volatilité** : en repartant de la méthode n°3, la structure de volatilité est modifiée. Pour le secteur B05-B09 correspondant à l'industrie extractive,



considéré comme le plus polluant, la volatilité a été doublée. Pour le secteur C13-C18 représentant l'industrie de l'habillement, considéré comme le moins polluant, la volatilité a été divisée par deux.

Dans toutes les méthodes, les facteurs de risque actions sont représentés par des dynamiques de type Black-Scholes avec une volatilité déterministe constante par morceaux et le facteur de risque des taux intérêt est représenté par le *Libor Market Model*.

Milliman ESG<sup>1</sup> a été utilisé pour générer les scénarios stochastiques. 5000 simulations de trajectoires actions et de taux d'intérêt sur un horizon de 30 ans en univers risque-neutre ont été générées. Des tests de martingalité et de *market consistency* ont été réalisés afin de valider les trajectoires.

Ces simulations sont ensuite utilisées dans l'outil Milliman Agile ALM<sup>2</sup> afin d'estimer les impacts sur le *Best Estimate* (BE) et sur la *Time Value of the Options and Guarantees* (TVOG). Deux calculs de BE ont été réalisés : des BE centraux et des BE choqués avec les valeurs des chocs présents dans la Table 1. Deux allocations distinctes d'actifs dans le portefeuille ont été testées :

1. **Allocation n°1** : composée à 65% de l'indice sectoriel *Other*, principalement constitué de banques et d'assurances, à 7% de l'indice sectoriel C26-C28, correspondant à l'industrie des produits informatiques et électroniques, et 6% de l'indice C29-C30, représentant le secteur de l'aviation . Les autres indices sectoriels étant présents en proportion inférieures à 5%.
2. **Allocation n°2** : le secteur B05-B09, secteur le "plus" 'brun' correspondant à l'industrie extractive, constitue 50% du portefeuille et l'indice sectoriel *Other* 35%, les autres secteurs représentent moins de 5%.

Les Tables 2 et 3 synthétisent les résultats pour les deux allocations différentes.

Méthode	BE Central	BE Choqué	TVOG Centrale	TVOG Choquée
Méthode n°1	216 404 170,3	211 306 676,4	31 924 277,5	26 826 783,6
Méthode n°2	214 506 348,4	209 293 803,2	30 026 455,6	24 813 910,4
Méthode n°3	215 657 918,5	210 580 811,9	31 178 025,7	26 100 919,1
Méthode n°4	215 985 470,5	211 110 385,7	31 505 577,7	26 630 492,9

TABLE 2 – BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°1

Méthode	BE Central	BE Choqué	TVOG Centrale	TVOG Choquée
Méthode n°1	216 404 172,4	207 627 224,9	31 924 279,6	23 147 332,1
Méthode n°2	214 016 758,8	205 040 351,6	29 536 866,0	20 560 458,8
Méthode n°3	214 447 435,9	205 669 377,9	29 967 543,1	21 189 485,8
Méthode n°4	216 702 826,1	207 942 084,9	32 222 933,3	23 462 192,1

TABLE 3 – BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°2

1. Site : <https://www.milliman.com/en/products/economic-scenario-generator>

2. Site : <https://www.milliman.com/en/products/milliman-agile-alm>

Ainsi, la différenciation de la modélisation par secteur a un impact significatif sur le montant de BE par rapport à la méthode de référence qu'est la méthode n°1. Cependant, la variation entre le BE central et choqué garde le même ordre de grandeur quel que soit le scénario.

## Modélisation action avec prix carbone

Dans ce chapitre, des hypothèses long terme dans les trajectoires des actions générées par un GSE sont intégrées via le risque climatique. La vitesse du changement climatique étant étroitement liée aux émissions de gaz à effet de serre, le risque climatique est assimilé au risque carbone. Les données utilisées pour cette modélisation proviennent de l'*Emissions Trading System* (ETS) européen. Il s'agit d'une bourse permettant aux entreprises de négocier et d'échanger des droits d'émission carbone dans le but de limiter les émissions de gaz à effet de serre.

Nous avons repris les 13 indices sectoriels construits précédemment, afin de proposer une nouvelle dynamique avec un facteur systémique commun à tous les secteurs et représentant le risque carbone, et un facteur spécifique à chaque secteur. Nous nous concentrons sur l'impact de la volatilité, l'impact des taux ne sera pas étudié. Ainsi, la dynamique d'un indice sectoriel actualisé  $\tilde{S}^I$  s'écrit :

$$\frac{d\tilde{S}_t^I}{\tilde{S}_t^I} = \sigma_{spe}^I(t)dW_t^I + \sigma_{sys}dZ_t$$

où  $\sigma_{spe}^I$  représente la volatilité spécifique,  $W^I$  le mouvement Brownien spécifique,  $\sigma_{sys}$  la volatilité systémique commune à tous les indices sectoriels et  $Z$  le mouvement Brownien systémique.

Les marchés financiers ne fournissent pas de volatilités implicites pour les indices sectoriels. Par conséquent, pour être cohérent avec le marché, nous fixons la volatilité systémique puis nous calibrons les volatilités spécifiques afin de reproduire les volatilités implicites de marché de l'*Euro Stoxx 50*. La volatilité totale des indices,  $\sigma^I$ , devra vérifier l'équation ci-dessous :

$$\min_{\Theta} \sum_{t=1}^{20} \left[ \sum_{I,J=1}^{13} \sigma_t^I \sigma_t^J \bar{w}_I \bar{w}_J \rho_{I,J} - (\sigma_t^{STX50})^2 \right]$$

où  $\bar{w}_I$  représente le poids du secteur  $I$  dans l'indice *Euro Stoxx 50*,  $\rho_{I,J}$  la corrélation entre le secteur  $I$  et  $J$  et  $\sigma^{STX50}$  la volatilité implicite de l'*Euro Stoxx 50*. Pour des raisons techniques, les données représentant le marché carbone n'ont pas été utilisées pour déterminer la volatilité systémique. Cette dernière a été fixée à 20%. Pour la volatilité spécifique, trois méthodes de calibrages sont envisagées qui considèrent : une volatilité spécifique constante par morceaux sans ou avec contraintes climatiques et une volatilité spécifique paramétrique.

Nous testerons cette modélisation dans un cadre risque-neutre avec les contraintes usuellement appliquées aux modèles risque-neutre à savoir la martingalité des trajectoires actualisées et la *market consistency*.

## Intégration des prévisions du GIEC

En complément, il est possible d'utiliser ce modèle sous des hypothèses d'évolution des structures de volatilités considérées à différents horizons. Nous suggérons une méthode pour déduire des scénarios de volatilités en utilisant les scénarios du GIEC (Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat). Les scénarios des prix du carbone sur le marché européen et des prix du pétrole brut retenus correspondent aux scénarios : 'En dessous de 2°C', 'Net zéro 2050', 'Politiques actuelles' et 'Transition retardée' du GIEC. Pour ce faire, nous implémentons une méthode statistique qui repose sur la distribution jointe de différents facteurs de risque d'intérêt. En estimant alors des lois de probabilités, nous déduisons des scénarios d'évolution cohérents pour les grandeurs non projetées. Considérons que  $V = (X_1, \dots, X_p, Y_1, \dots, Y_n)$  est un vecteur gaussien où  $X$  représente les variables projetées et  $Y$  les variables que nous souhaitons projeter. L'espérance conditionnelle de  $Y$  sachant  $X$  peut s'écrire :

$$\mathbb{E}[Y|X] = \mathbb{E}[Y] + \Sigma_{Y,X} \Sigma_X^{inv} (X - \mathbb{E}[X]) \quad (1)$$

où  $\Sigma_{Y,X}$  représente la matrice de variance covariance et  $\Sigma_X^{inv}$  correspondant à  $\Sigma_X^{-1}$  si  $\Sigma_X$  est inversible.

Nous souhaitons utiliser l'Équation (1) avec  $X$  correspondant aux log-rendements des prix du carbone et du pétrole brut obtenus dans les scénarios du GIEC et  $Y$  correspondant aux incréments de volatilités des 13 indices sectoriels. Les Figures 1 et 2 illustrent les projections de la volatilité du secteur 3, lié aux industries extractives, et 11, associé à l'industrie des produits électroniques et informatiques, compte tenu des scénarios du GIEC.

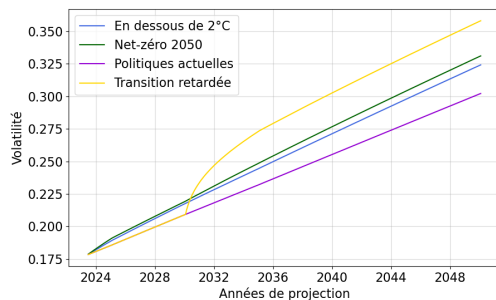


FIGURE 1 – La projection de la volatilité du secteur 3

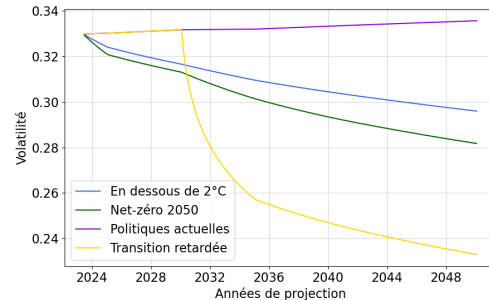


FIGURE 2 – La projection de la volatilité du secteur 11

## Application monde réel

Dans ce dernier chapitre, nous considérons la modélisation introduite précédemment pour des applications de type monde réel. Nous supposons que les actifs évoluent en tendance selon le taux sans risque, avec une prime de risque nulle par rapport à l'univers monde réel.

Nous avons testé différents calibrages sur différentes périodes historiques correspondant à des événements géopolitiques (la crise financière, la guerre en Ukraine etc.). Pour utiliser ce modèle nous devons déterminer les corrélations historiques, les volatilités historiques ainsi que les volatilités systémiques et spécifiques. Dans un premier temps, nous

fixons la volatilité systémique puis nous utiliserons les volatilités historiques pour calibrer les volatilités spécifiques des indices sectoriels. Les volatilités spécifiques sont déduites en utilisant les équations suivantes :

$$\sigma_{historique}^I = \sqrt{\sigma_{sys}^2 + (\sigma_{spe}^I)^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I \times \rho_{carbone,I}}$$

En utilisant les calibrages réalisés sur les quatre périodes historiques précédemment mentionnées, nous réalisons différents "jeux" de simulations de 5000 trajectoires chacun, pour les 13 indices sectoriels, sur un horizon de 30 ans à un pas de temps mensuel. Avant d'exploiter ces simulations, nous les validons grâce à des tests sur l'adéquation des volatilités et les distributions des log-rendements simulées avec les historiques.

## Calcul des chocs

Nous utilisons les trajectoires simulées pour calculer des niveaux de chocs en fonction de l'indice sectoriel et de la période de calibrage définie. Les chocs ont été définis comme suit :

$$choc_t^I = \frac{(S_0 - q_{0,5\%}(S_t^I D(0, t)))}{S_0}$$

où  $q_{0,5\%}$  représente le quantile à 0,5%,  $S_0$  représente la valeur initiale de l'indice sectoriel définie à 100.

Ainsi les chocs pour les 13 indices sectoriels ont été calculés pour les quatre périodes de calibrage et sur 10 ans. La Figure 3 illustre les chocs à un an. Il est intéressant de constater que le secteur 3, qui est le secteur le "plus" 'brun' selon l'EIOPA, n'a pas les chocs les plus importants. Les secteurs 14 et 4, également classés comme 'bruns', présentent les chocs les plus faibles lorsqu'on prend en compte la période totale pour le calibrage.

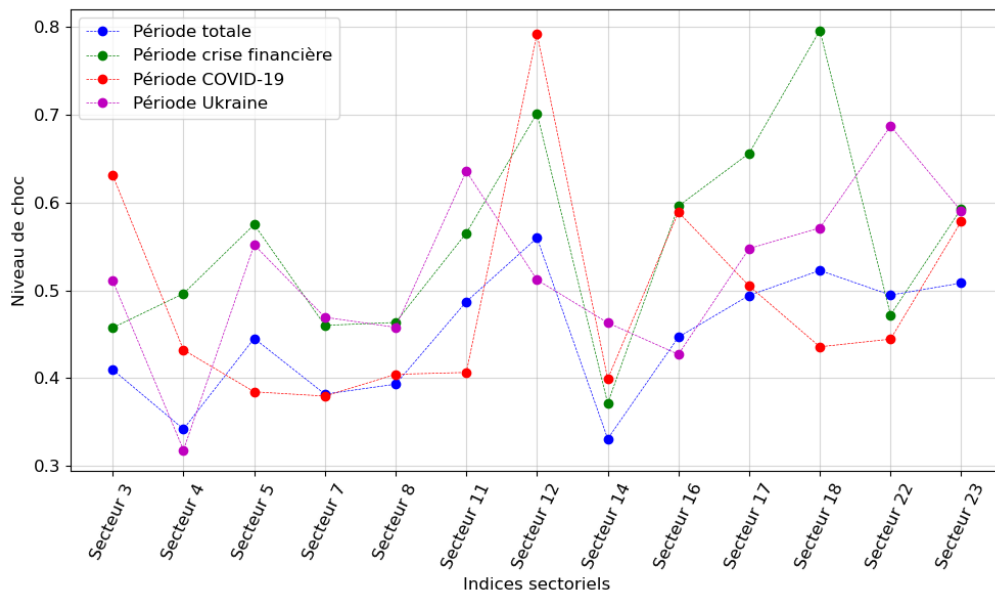


FIGURE 3 – Les chocs à 1 an des 13 indices sectoriels en fonction de la période

## Markowitz

Les simulations peuvent également être appliquées à l'allocation d'actifs, notamment en utilisant par exemple la théorie de portefeuille de Markowitz. L'idée fondamentale réside dans le choix d'actifs par les investisseurs en fonction de leur rendement et de leur niveau de risque. La frontière efficiente, un concept introduit par Markowitz, représente l'ensemble des portefeuilles possibles avec les actifs disponibles, offrant le rendement maximal pour un niveau de risque donné. Dans ce mémoire, les 13 indices sectoriels sont disponibles pour la construction d'un portefeuille, et le portefeuille optimal est déterminé en maximisant le ratio rendement sur risque.

Sans contraintes spécifiques, certains secteurs jugés polluants, ou 'bruns', font partie des portefeuilles optimaux, tandis qu'aucun indice sectoriel qualifié de 'vert' n'est inclus. Afin de privilégier les actifs 'verts', nous avons intégré des contraintes climatiques pour analyser les déformations de frontières efficientes.

## Conclusion

Dans un premier temps, différentes méthodes d'intégration du risque climatique dans le GSE ont été testées et les impacts ALM sur les niveaux de BE ont été calculés. Bien que les impacts sur les BE centraux soient significatifs après l'application des chocs, la variation entre le BE central et choqué garde le même ordre de grandeur quel que soit le scénario.

Dans une seconde partie, une nouvelle dynamique pour les trajectoires actions en univers risque-neutre a été définie, comprenant un facteur systémique, commun à tous les indices sectoriels, et un facteur spécifique à chaque indice. Nous nous concentrons sur la volatilité et l'impact des taux ne sera pas étudié. En complément, nous pouvons utiliser ce modèle sous des hypothèses sur la structure de volatilités à différents horizons de nos indices sectoriels. Nous suggérons une méthode pour déduire des scénarios de volatilités en utilisant les scénarios du GIEC.

Enfin, dans une troisième étape, une application en univers monde réel est proposée, comprenant le calcul des chocs et une exploration de la théorie de portefeuille de Markowitz. Dans les deux cas, divers horizons temporels et périodes de calibrage ont été testés.

Il est possible d'envisager des pistes de recherche supplémentaires pour approfondir les études réalisées dans ce mémoire. Puisque le risque de transition peut s'accroître avec le temps, il serait pertinent de mener une étude similaire à celle sur l'intégration du risque climatique dans le GSE, en considérant différents chocs sur les rendements et les volatilités à différents horizons temporels. De plus, grâce à la dynamique que nous avons introduite au deuxième chapitre, nous pourrions analyser les résultats du modèles tenant compte des projections de la structure de volatilités selon les scénarios du GIEC.



# Executive Summary

## Context

Scientists, notably through the reports of the Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), are alerting decision-makers, politicians and the general public to the urgency of global warming. This climate risk will have a significant impact on the insurance industry. The Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) recently launched two climate stress test exercises designed to test and raise awareness of this emerging risk among insurance companies and banking institutions. A first exercise was carried out in 2021, which has been refined and completed in a second exercise, the results of which are expected in spring 2024. In addition, in 2022, the *European Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA) published recommendations encouraging insurers to assess the impacts of climate change and use climate change scenarios in the *Own Risk and Solvency Assessment* (ORSA).

Climate risk is often broken down into three aspects: physical risk, reputational risk and transition risk. In this thesis, only transition risk, representing the risks resulting from the transition from the current economy to a low-carbon economy, will be studied. The main objective of this thesis is to integrate this risk into the equity models used in the risk-neutral universe. To begin with, various methods for integrating this risk into a conventional equity modeling framework, but calibrated on appropriate data, are proposed. In addition, the impact of Asset and Liability Management (ALM) on a company representative of the European insurance market is examined. Next, we examine new models dedicated to transition risk. A new dynamic for integrating climate risk into equity risk-neutral trajectories is proposed. Finally, a study will be made of the real-world application of these dynamics by calculating shocks and efficient portfolios according to Markowitz theory.

## Integration of climate risk

In this Chapter, we adopt the perspective of a European insurer with exposure to the Euro Stoxx 50, a European index of the fifty largest market capitalizations. The main objective is to build a model with a mesh fine enough to respect the European taxonomy of companies established by the *European Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA). The shock values provided by EIOPA will be applied to asset returns according

to their sector of activity.

arindent! The fifty companies making up the Euro Stoxx 50 have been broken down according to their code in the Statistical Classification of Economic Activities of the European Community (NACE), i.e. according to their sector of activity. *In fine*, the fifty stocks making up the index are divided into 13 distinct sectors. Table 4 presents these 13 sectors, their weight in the Euro Stoxx 50 and the shock level assigned by EIOPA.

NACE Code	Sector number	Weight in index (%)	Stress test (% change)
B05-B09	3	6,1	-37,8
C10-C12	4	4,1	-12,3
C13-C18	5	11,9	-10,9
C20	7	6,3	-12,7
C21-C22	8	3,4	-11,1
C26-C28	11	17,2	-11,1
C29-C30	12	4,1	-11,2
D35	14	6,0	-23,0
F41-F43	16	2,8	-11,5
G45-G47	17	7,1	-13,4
H49	18	1,3	-22,6
L68	22	0,6	-12,0
Other	23	29,2	-14,3

Table 4 – Analysis of the Euro Stoxx 50 index by NACE code

Several methods have been considered in order to test different granularities. These methods are presented from the coarsest to the finest granularity:

1. **Method n°1:** stress tests are applied to the equity portfolio and liabilities are valued using model point which are represented by a single equity risk factor generated by an Economic Scenario Generator (ESG). This equity risk factor is calibrated to the Euro Stoxx 50. This method corresponds to common market practice.
2. **Method n°2:** in order to break down equity risk into a finer mesh, the GSE generates as many equity trajectories as there are sectors included in the portfolio of the representative (and fictitious) company considered in our study. In this second method, all equity risk factors have the same volatility structure equivalent to that of the Euro Stoxx 50 (as in the previous method). However, a correlation structure between sector indices is defined.
3. **Method n°3:** identical granularity to the previous method, but we add a volatility structure specific to each sector index. It is important to note that the implied volatilities of the sector indices are not quoted on the financial markets, so a hybrid calibration based on the historical data of the sector indices and on market data, the implied volatilities of the Euro Stoxx 50, has been defined.
4. **Volatility sensitivity:** using method no. 3, the volatility structure is modified. For the B05-B09 sector, corresponding to the extractive industry, considered the most polluting, volatility has been doubled. For the C13-C18 sector representing the clothing industry, considered the least polluting, volatility has been halved.



In all methods, equity risk factors are represented by Black-Scholes-type dynamics with piecewise constant deterministic volatility, and the interest rate risk factor is represented by the Libor Market Model. Milliman ESG<sup>3</sup> was used to generate the stochastic scenarios. 5000 simulations of equity and interest rate trajectories over a 30-year horizon in a risk-neutral universe were generated. Martingality and market consistency tests were carried out to validate the trajectories. These simulations are then used in the Milliman Agile ALM tool<sup>4</sup> to estimate the impacts on the Best Estimate (BE) and on the Time Value of the Options and Guarantees (TVOG). Two BE calculations were carried out: central BEs and shocked BEs with the shock values present in the Table 4. Two distinct asset allocations in the portfolio were tested:

1. **Allocation n°1:** 65% of which is made up of the *Other* sector index, mainly banks and insurance companies, 7% of which is made up of the C26-C28 sector index, corresponding to the IT and electronic products industry, and 6% of which is made up of the C29-C30 index, representing the aviation sector. The other sector indices are present in proportions of less than 5%.
2. **Allocation n°2:** the B05-B09 sector, the "brownest" sector corresponding to the extractive industry, makes up 50% of the portfolio and the *Other* sector index 35%, with the other sectors representing less than 5%.

Tables 5 and 6 summarize the results for the two different allocations.

Method	Central BE	Shocked BE	Central TVOG	Shocked TVOG
Method n°1	216 404 170,3	211 306 676,4	31 924 277,5	26 826 783,6
Method n°2	214 506 348,4	209 293 803,2	30 026 455,6	24 813 910,4
Method n°3	215 657 918,5	210 580 811,9	31 178 025,7	26 100 919,1
Method n°4	215 985 470,5	211 110 385,7	31 505 577,7	26 630 492,9

Table 5 – BE and TVOG with asset allocation n°1

Method	Central BE	Shocked BE	Central TVOG	Shocked TVOG
Method n°1	216 404 172,4	207 627 224,9	31 924 279,6	23 147 332,1
Method n°2	214 016 758,8	205 040 351,6	29 536 866,0	20 560 458,8
Method n°3	214 447 435,9	205 669 377,9	29 967 543,1	21 189 485,8
Method n°4	216 702 826,1	207 942 084,9	32 222 933,3	23 462 192,1

Table 6 – BE and TVOG with asset allocation n°1

Thus, the differentiation of modeling by sector has a significant impact on the amount of BE compared to the reference method, method n°1. However, the variation between central and shocked BE remains of the same order of magnitude whatever the scenario.

3. Site : <https://www.milliman.com/en/products/economic-scenario-generator>

4. Site : <https://www.milliman.com/en/products/milliman-agile-alm>

## Action modeling with carbon price

In this section, long-term assumptions in the trajectories of actions generated by a GSE are integrated via climate risk. As the speed of climate change is closely linked to greenhouse gas emissions, climate risk is assimilated to carbon risk. The data used for this model comes from the European Emissions Trading System (ETS). This is an exchange that enables companies to trade carbon emission rights, with the aim of limiting greenhouse gas emissions.

We have taken the 13 sector indices constructed previously, to propose a new dynamic with a systemic factor common to all sectors and representing the carbon risk, and a factor specific to each sector. We are focusing on the impact of volatility; the impact of interest rates will not be studied. Thus, the dynamics of a discounted sector index  $\tilde{S}^I$  can be written as follows:

$$\frac{d\tilde{S}_t^I}{\tilde{S}_t^I} = \sigma_{spe}^I(t)dW_t^I + \sigma_{sys}dZ_t$$

where  $\sigma_{spe}^I$  represents the specific volatility,  $W^I$  the specific Brownian motion,  $\sigma_{sys}$  the systemic volatility common to all sectoral indices, and  $Z$  the systemic Brownian motion.

Financial markets do not provide implied volatilities for sector indices. Therefore, to be consistent with the market, we set the systemic volatility and then calibrate the specific volatilities to replicate the implied market volatilities of the Euro Stoxx 50. The total volatility of the indices,  $\sigma^I$ , will have to satisfy the equation below:

$$\min_{\Theta} \sum_{t=1}^{20} \left[ \sum_{I,J=1}^{13} \sigma_t^I \sigma_t^J \bar{w}_I \bar{w}_J \rho_{I,J} - (\sigma_t^{STX50})^2 \right]$$

where  $\bar{w}_I$  represents the weight of sector  $I$  in the Euro Stoxx 50 index,  $\rho_{I,J}$  the correlation between sector  $I$  and  $J$  and  $\sigma^{STX50}$  the implied volatility of the Euro Stoxx 50. For technical reasons, the data representing the carbon market were not used to determine systemic volatility. The latter was set at 20%. For specific volatility, three calibration methods are considered: piecewise constant specific volatility with or without climatic constraints, and parametric specific volatility.

We will test this modeling in a risk-neutral framework with the constraints usually applied to risk-neutral models, namely discounted path martingality and market consistency.

## Integration of IPCC forecasts

In addition, it is possible to use this model under different assumptions about the evolution of the volatility structures considered at different horizons. We suggest a method for deducing volatility scenarios using the IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change) scenarios. The European carbon price and crude oil price scenarios selected correspond to the IPCC's 'Below 2°C', 'Net Zero 2050', 'Current Policies' and 'Delayed Transition' scenarios. To do this, we implement a statistical method based on the joint distribution of different risk factors of interest. By estimating probability distributions, we deduce coherent evolution scenarios for non-projected quantities. Consider  $V = (X_1, \dots, X_p, Y_1, \dots, Y_n)$  is a Gaussian vector where  $X$  represents the projected variables and  $Y$  the variables we

wish to project. The conditional expectation of  $Y$  knowing  $X$  can be written as :

$$\mathbb{E}[Y|X] = \mathbb{E}[Y] + \Sigma_{Y,X}\Sigma_X^{inv}(X - \mathbb{E}[X]) \quad (2)$$

where  $\Sigma_{Y,X}$  represents the variance-covariance matrix and  $\Sigma_X^{inv}$  corresponds to  $\Sigma_X^{-1}$  if  $\Sigma_X$  is invertible.

We wish to use the Équation (2) with  $X$  corresponding to the log-returns of carbon and crude oil prices obtained in the IPCC scenarios and  $Y$  corresponding to the volatility increments of the 13 sectoral indices. Figures 4 and 5 illustrate the volatility projections for sector 3, linked to the extractive industries, and sector 11, associated with the electronics and IT products industry, given the IPCC scenarios.

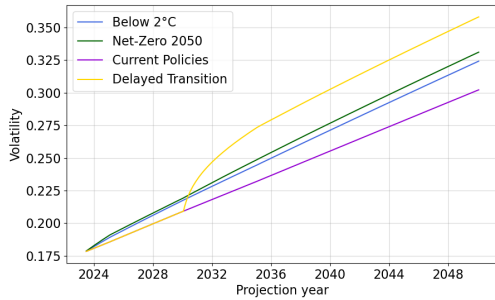


Figure 4 – The projection of the volatility for sector 3

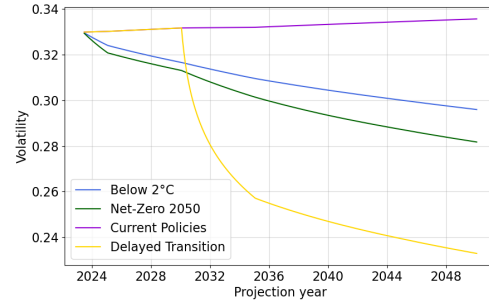


Figure 5 – The projection of the volatility for sector 11

## Real-world application

In this last chapter, we consider the modeling introduced earlier for real-world applications. We assume that assets trend according to the risk-free rate, with a zero risk premium compared to the real-world universe.

We have tested different calibrations over different historical periods corresponding to geopolitical events (the financial crisis, the war in Ukraine, etc.). To use this model, we need to determine historical correlations, historical volatilities, as well as systemic and specific volatilities. First, we set the systemic volatility, then use the historical volatilities to calibrate the sector-specific volatilities. Specific volatilities are derived using the following equations:

$$\sigma_{historique}^I = \sqrt{\sigma_{systemique}^2 + (\sigma_{specifique}^I)^2 + 2 \times \sigma_{systemique} \times \sigma_{specifique}^I \times \rho_{carbone,I}}$$

Using the calibrations performed on the four historical periods mentioned above, we run different "sets" of simulations, each containing 5,000 trajectories, for the 13 sector indices, over a 30-year horizon at monthly time steps. Before exploiting these simulations, we validate them by testing the adequacy of the simulated volatilities and log-return distributions with the historical data.

## Calculation of shocks

We use the simulated trajectories to calculate shock levels as a function of the sector index and the defined calibration period. Shocks are defined as follows:

$$shock_t^I = \frac{(S_0 - q_{0.5\%}(S_t^I D(0, t)))}{S_0}$$

where  $q_{0.5\%}$  represents the quantile at 0.5%,  $S_0$  represents the initial value of the sector index defined at 100.

Shocks for the 13 sector indices were calculated for the four calibration periods and over 10 years. Figure 6 illustrates the one-year shocks. It is interesting to note that sector 3, which is the "brownest" sector according to EIOPA, does not have the largest shocks. Sectors 14 and 4, also classified as 'brown', have the lowest shocks when the full period is taken into account for calibration.

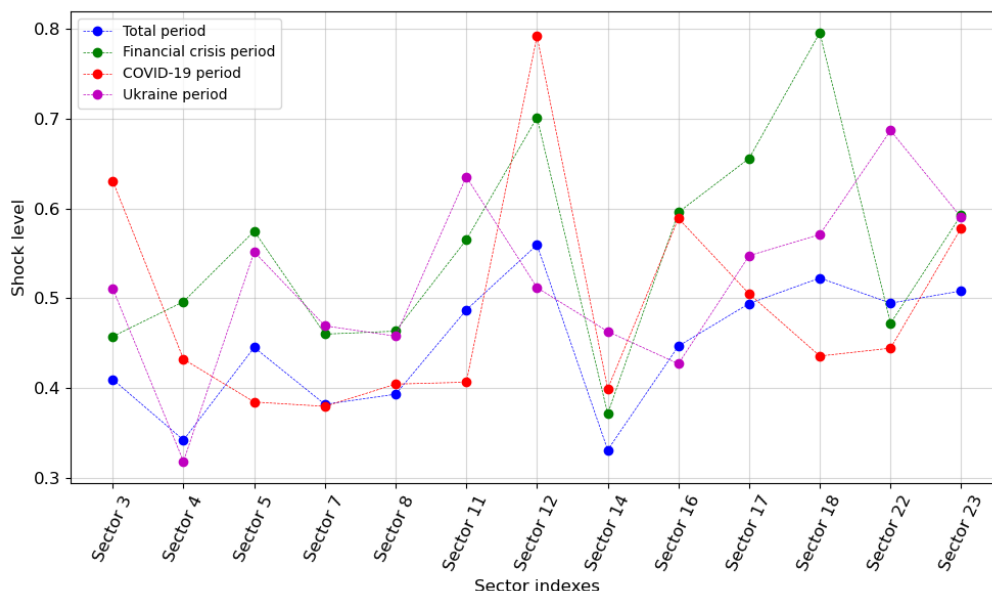


Figure 6 – The one-year shocks of the 13 sectoral indices based on the period

## Markowitz

Simulations can also be applied to asset allocation, using Markowitz portfolio theory for example. The fundamental idea lies in investors' choice of assets according to their return and level of risk. The efficient frontier, a concept introduced by Markowitz, represents the set of possible portfolios with available assets, offering the maximum return for a given level of risk. In this dissertation, all 13 sector indices are available for portfolio construction, and the optimal portfolio is determined by maximizing the return-to-risk ratio.

Without any specific constraints, certain sectors deemed to be polluting, or 'brown', are included in the optimal portfolios, while no sector index qualified as 'green' is included. In order to favor 'green' assets, we have integrated climate constraints to analyze efficient frontier distortions.

## Conclusion

As a first step, various methods of integrating climate risk into the GSE were tested, and the ALM impacts on BE levels were calculated. Although the impacts on central BE are significant after the application of shocks, the variation between central and shocked BE remains of the same order of magnitude whatever the scenario.

arindent! In a second part, a new dynamic for equity trajectories in a risk-neutral universe has been defined, comprising a systemic factor, common to all sector indices, and a factor specific to each index. We focus on volatility, and the impact of interest rates will not be studied. In addition, we can use this model under assumptions about the volatility structure at different horizons of our sector indices. We suggest a method for deducing volatility scenarios using IPCC scenarios.

arindent! Finally, in a third step, a real-world application is proposed, involving the calculation of shocks and an exploration of Markowitz portfolio theory. In both cases, various time horizons and calibration periods have been tested.

arindent! It is possible to envisage further avenues of research to deepen the studies carried out in this dissertation. Since transition risk can increase over time, it would be relevant to carry out a study similar to that on the integration of climate risk in the GSE, considering different shocks to yields and volatilities at different time horizons. In addition, thanks to the dynamics we introduced in the second chapter, we could analyze the results of the model taking into account projections of the volatility structure according to the IPCC scenarios.



# Remerciements

Je remercie très chaleureusement mon tuteur de stage, Sophian Mehalla, pour la confiance qu'il m'a accordée et l'encadrement attentif tout au long de ces six mois de stage. Ses conseils éclairés, ses idées innovantes et sa patience ont été d'une aide inestimable. Un grand merci pour son engagement et son soutien constants.

Je tiens à remercier Alexandre Boumezoued, responsable du pôle Recherche & Développement chez Milliman, pour m'avoir offert l'opportunité de réaliser ce stage dans un environnement professionnel stimulant. Je le remercie pour sa disponibilité et son sens de l'humain.

Je remercie également toute l'équipe R&D de Milliman pour leur accueil chaleureux, l'ambiance de travail agréable ainsi que les échanges enrichissants qui ont marqué mon expérience. Je remercie particulièrement : Flora, Tinhinane, Anas, Jonas, Augustin et Gabrielle pour leur gentillesse et leur soutien pendant ces six mois.

Je suis reconnaissante envers Kévin et Kelly dont l'enthousiasme et le partage de leur expérience m'ont motivée à rejoindre Milliman.

Je remercie également Caroline Hillairet, ma tutrice pédagogique, pour son suivi de mon mémoire ainsi que pour sa relecture.

Je souhaite également remercier de manière plus générale les équipes pédagogiques de l'ENSAE et de l'Université Paris Dauphine pour la qualité de l'enseignement et les connaissances transmises, qui ont été essentielles à la réalisation de ce mémoire.

Pour finir, j'aimerais remercier sincèrement ma famille et mes amis pour leur amour, leur soutien indéfectible et leur bienveillance. Je remercie du fond du coeur : Catherine, Christine, Geneviève, Jean-Pierre, Juliette (x2), Léa, Réda et Thomas.





# Table des matières

Résumé	I
Abstract	III
Note de Synthèse	V
Executive Summary	XIII
Remerciements	XXI
Table des matières	XXIII
Introduction	1
<b>1 Cadre de l'étude</b>	<b>3</b>
1.1 Risque climatique . . . . .	4
1.1.1 Nomenclature du risque climatique . . . . .	4
1.1.2 Lien entre le risque climatique et le risque financier . . . . .	5
1.1.3 Rapport d'évaluation du GIEC . . . . .	5
1.1.4 Les scénarios NGFS . . . . .	7
1.1.5 Exercices de <i>stress tests</i> climatiques de l'ACPR . . . . .	8
1.1.5.1 Contexte de l'exercice 2020-2021 . . . . .	9
1.1.5.2 Impact du risque de transition . . . . .	9
1.1.5.3 Impact du risque physique . . . . .	11
1.1.5.4 Recommandations de l'EIOPA . . . . .	12
1.1.5.5 Exercice 2023 . . . . .	13
1.2 Mathématiques financières . . . . .	14
1.2.1 Définitions mathématiques . . . . .	14
1.2.2 Changement de numéraire . . . . .	15
1.2.3 Taux <i>forward</i> et univers <i>forward</i> -neutre . . . . .	16
1.2.4 Modèle de Black-Scholes . . . . .	17
1.2.4.1 Description du modèle . . . . .	17
1.2.4.2 Option d'achat européenne . . . . .	18
1.2.4.3 Univers T- <i>forward</i> -neutre . . . . .	18
1.3 Générateurs de Scénarios Économiques . . . . .	19
1.3.1 Définition . . . . .	19
1.3.2 Monde réel . . . . .	19
1.3.3 Risque-neutre . . . . .	19
1.4 Réglementation . . . . .	20
1.4.1 Objectifs de Solvabilité 2 . . . . .	20
1.4.2 Capital Réglementaire . . . . .	21

1.4.3	TVOG	22
<b>2</b>	<b>Intégration du risque climatique</b>	<b>23</b>
2.1	Données	23
2.1.1	Indice	24
2.1.2	Secteur	24
2.1.3	Choc EIOPA	25
2.2	Paramétrage des différentes approches	25
2.2.1	Méthode n°1	25
2.2.2	Méthode n°2	25
2.2.3	Méthode n°3	30
2.2.4	Sensibilité à la volatilité	32
2.3	Analyses des scénarios	33
2.3.1	Méthode n°1	34
2.3.2	Méthode n°2	35
2.3.3	Méthode n°3	36
2.4	ALM	38
2.4.1	Présentation	38
2.4.2	Modèle utilisé	39
2.4.3	Paramétrisation	39
2.4.4	Résultats	40
2.4.4.1	Résultats ALM	40
2.4.4.2	Résultats d'analyse d'impact	42
<b>3</b>	<b>Modélisation action avec prix carbone</b>	<b>45</b>
3.1	Marché des émissions de gaz à effet de serre	45
3.1.1	Caractéristiques	46
3.1.2	Le marché européen	47
3.1.3	Le marché californien	49
3.2	Modèle	50
3.2.1	Données	50
3.2.2	Présentation du modèle	50
3.2.3	Paramètres	52
3.2.4	Calibrage	53
3.2.4.1	Volatilité systémique	53
3.2.4.2	Volatilité spécifique constante par morceaux	54
3.2.4.3	Volatilité spécifique constante par morceaux avec contraintes climatiques	56
3.2.4.4	Volatilité spécifique paramétrique	57
3.2.5	Simulations	59
3.2.6	Analyses des scénarios	60
3.2.6.1	Tests martingales	60
3.2.6.2	Tests de <i>market consistency</i>	61
3.3	Scénarios de volatilités GIEC	64
3.3.1	Données	64
3.3.2	Méthode	66
3.3.3	Calcul de la volatilité des indices sectoriels	66
3.3.4	Cas unidimensionnel : prix carbone	68
3.3.5	Cas unidimensionnel : prix du pétrole brut	70
3.3.6	Cas multidimensionnel	72

<b>4</b>	<b>Monde réel et applications</b>	<b>75</b>
4.1	Données . . . . .	75
4.2	Paramètres du modèle en monde réel . . . . .	75
4.2.1	Corrélations historiques . . . . .	76
4.2.2	Volatilités . . . . .	77
4.2.2.1	Volatilités historiques . . . . .	77
4.2.2.2	Volatilité systémique . . . . .	77
4.2.2.3	Volatilités spécifiques . . . . .	78
4.3	Dynamique du modèle . . . . .	79
4.4	Validation des trajectoires . . . . .	80
4.4.1	Volatilité . . . . .	80
4.4.2	Distribution des simulations . . . . .	80
4.5	Utilisation de ces trajectoires . . . . .	82
4.5.1	Calcul de chocs . . . . .	82
4.5.1.1	Méthodes de calcul des chocs . . . . .	82
4.5.1.2	Calcul des chocs . . . . .	84
4.5.1.3	Comparaison avec le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone . . . . .	86
4.5.1.4	Volatilité augmentée . . . . .	87
4.5.2	Allocation d'actifs . . . . .	90
4.5.2.1	Hypothèses . . . . .	90
4.5.2.2	Théorie . . . . .	91
4.5.2.3	Application à nos projections . . . . .	92
	<b>Conclusion</b>	<b>103</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>105</b>
	<b>Annexes</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Intégration du risque climatique</b>	<b>111</b>
A.1	Sources pour la répartition des différents codes NACE . . . . .	112
A.2	Modèles . . . . .	113
A.2.1	LIBOR Market Model . . . . .	113
A.2.2	Cox-Ingersoll-Ross . . . . .	113
<b>B</b>	<b>Calculs de chocs</b>	<b>115</b>
<b>C</b>	<b>Allocation d'actifs</b>	<b>117</b>
C.1	Résolution du programme d'optimisation pour le portefeuille efficient . . . . .	117
C.2	Compositions des portefeuilles . . . . .	118



# Introduction

Le changement climatique suscite de vives inquiétudes pour notre planète, avec de nombreux scientifiques soulignant l'urgence d'une action immédiate pour sa préservation. Cette préoccupation se reflète également dans le secteur de l'assurance, où le risque climatique est une préoccupation majeure. En 2023, l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) a lancé un nouvel exercice de stress tests climatiques, faisant suite à l'exercice mené en 2020, avec pour objectif principal de sensibiliser les acteurs de l'assurance et de les encourager à adopter une perspective à long terme dans leurs décisions stratégiques. L'intégration de ce risque climatique aura des répercussions sur les assureurs, influençant leurs travaux, la gestion des risques et les modèles utilisés.

Ce mémoire propose d'étudier l'intégration du risque climatique dans les scénarios risque-neutre des trajectoires actions.

Le premier chapitre de ce mémoire établira le cadre de l'étude en présentant une explication du risque climatique et en définissant son impact sur les risques financiers. Nous présenterons les scénarios élaborés par le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) et le *Network for Greening the Financial System* (NGFS). De plus, nous aborderons les exercices de stress tests climatiques menés par l'*European Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA). Ensuite, nous définirons les concepts de mathématiques financières essentiels pour ce mémoire, puis préciserons la définition des générateurs de scénarios économiques. Enfin, un point sera effectué sur la directive Solvabilité II.

Dans un second chapitre, nous étudierons les scénarios de simulation visant à intégrer le risque climatique dans des trajectoires actions. Nous proposons de réfléchir dans un cadre de modélisation action "classique" et de jouer sur la granularité dans la modélisation des actions. L'objectif est d'analyser l'impact sur les *Best Estimate* (BE) de ces divers scénarios à la sortie du modèle *Asset Liability Management*. Une granularité suffisante nous permettra d'appliquer les chocs prescrits par l'EIOPA.

Le troisième chapitre expérimente une nouvelle dynamique pour les trajectoires actions. Cette dynamique à long terme contient deux facteurs distincts : un premier représentant le risque systémique commun à tous les assureurs, identifié comme le risque carbone et un second spécifique à chaque action. En complément, il est possible d'utiliser ce modèle sous des hypothèses d'évolution des structures de volatilités considérées à différents horizons. Nous suggérons une méthode pour déduire des scénarios de volatilités en utilisant les scénarios du GIEC.

Dans le dernier chapitre, nous utiliserons le modèle précédemment défini pour des applications de type monde réel. L'objectif est d'observer les impacts sur les chocs ac-

tions à différents horizons temporels et sur différentes plages de calibrage. De plus, nous appliquerons la théorie de gestion de portefeuilles de Markowitz.

# Chapitre 1

## Cadre de l'étude

Les premières connaissances liées au changement climatique remontent au *XIX<sup>ème</sup>* siècle avec notamment les découvertes de l'effet de serre atmosphérique ou de l'impact des rejets d'émissions de gaz à effet de serre par les activités humaines. Mais ce n'est réellement qu'à partir de 1960 que l'hypothèse de l'activité humaine comme cause du réchauffement climatique est diffusée. En 1979, a lieu la première conférence internationale sur le climat à Genève. Cette même année a été publié le rapport [CAB<sup>+</sup>79] qui souligne l'urgence d'agir et fournit, pour la première fois, une évaluation approfondie de l'impact du réchauffement climatique en stipulant que si le  $CO_2$  atmosphérique venait à doubler alors la température à la surface de la Terre augmenterait de 3°C. En 1988, le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Evolution du Climat (GIEC) est créé : il rassemble 195 États membres et a pour mission d'étudier le changement climatique. Les rapports du GIEC ont été grandement utilisés lors de la rédaction de traité internationaux comme par exemple le protocole de Kyoto en 1997. Il contraint les pays industrialisés signataires à réduire leurs émissions moyennes d'au moins 5% entre 2008 et 2012 par rapport à 1990. Dans le but d'accélérer la réduction des émissions de gaz à effet de serre, le protocole introduit les marchés carbone. En 2015, la communauté internationale a adopté un premier accord sur le climat, ratifié par pratiquement tous les pays (195 pays et l'Union Européenne avaient signé l'accord en 2022) : l'Accord de Paris avec pour objectif de maintenir l'élévation des températures en dessous de 2°C d'ici 2100 par rapport aux niveaux pré-industriels. Pour y parvenir, les États signataires se sont engagés à atteindre la neutralité carbone, l'équilibre entre les émissions de gaz à effet de serre et la compensation permise par les puits ou réservoirs de carbone, le plus rapidement possible. Le Parlement européen a fixé cet engagement pour 2050.

D'un côté, depuis la révolution industrielle, la concentration de  $CO_2$  et plus largement de gaz à effet de serre dans l'atmosphère n'a cessé d'augmenter et plus particulièrement depuis les années 1950 ce qui agit comme catalyseur du réchauffement climatique. Cette augmentation implique des conséquences graves par exemple pour les écosystèmes et les conditions météorologiques de la planète. D'un autre côté, de nombreux pays mènent des politiques de transition pour atteindre la neutralité carbone. Cette transition impliquera des investissements dans les énergies renouvelables, des efforts visant à accroître l'efficacité énergétique, ainsi que des incitations pour encourager les entreprises et les citoyens à limiter leurs émissions de gaz à effet de serre. Par conséquence, l'état de notre planète, le réchauffement climatique et les politiques mises en oeuvre auront des répercussions sur les économies. D'un point de vue financier, les investisseurs devraient, de plus en plus,

intégrer des considérations de transition climatique ou énergétique dans leurs anticipations et donc dans leurs investissements. Parmi eux, les assureurs, qui en plus d'être exposés au risque de marché, peuvent être exposés très directement au risque climatique par les divers contrats d'assurance non-vie qui les engagent.

Ce premier chapitre présentera les concepts clefs et les travaux importants menés par le GIEC, le *Network for Greening the Financial System* (NGFS), l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) et l'*European Insurance and Occupational Pensions Authority* (EIOPA).

## 1.1 Risque climatique

### 1.1.1 Nomenclature du risque climatique

La nomenclature du risque climatique a été suggérée par la Bank of England dans un discours de [Car15]. Les risques de transition sont généralement classifiés en trois catégories :

1. **Le risque physique** fait référence aux dommages directement causés par le changement climatique et les phénomènes météorologiques. On qualifie ce risque "d'aigu" lorsqu'il provient d'événements extrêmes tels qu'une tempête, et de "chronique" lorsqu'il se réfère à des modifications progressives comme l'élévation du niveau de la mer. Ces événements climatiques affectent les biens, les individus, l'industrie, les chaînes d'approvisionnement, la productivité, perturbent l'économie et donc le système financier.
2. **Le risque de transition** fait référence au risque financier découlant de la transition de l'économie actuelle vers la neutralité carbone. La neutralité carbone signifie atteindre un équilibre entre la quantité de gaz carbonique émise et celle absorbée par l'atmosphère grâce aux puits de carbone. Un puits de carbone est un réservoir naturel ou artificiel qui absorbe et stocke le  $CO_2$  de l'atmosphère. Les puits de carbone naturels englobent les forêts, les océans, les sols et les tourbières ; les puits de carbone artificiels comprennent les technologies de captage et de stockage du carbone. De nombreux facteurs influencent la rapidité de cette transition comme les politiques publiques, la technologie, les préférences des investisseurs ou encore la survenance de phénomènes météorologiques.
3. **Le risque de réputation** correspond aux conséquences négatives auxquelles une entreprise peut être confrontée en raison de son impact environnemental ou de ses actions face au changement climatique. Une entreprise peut subir des préjudices, par exemple, si elle est poursuivie en justice pour non-respect de certaines normes ou encore si elle est impliquée dans des pratiques comme le *greenwashing*, consistant à utiliser des éléments marketing pour véhiculer de manière trompeuse des arguments écologiques afin d'améliorer l'image de la marque. Pour les assureurs, ce risque englobe également la possibilité de préjudice liée au financement d'industries polluantes.



### 1.1.2 Lien entre le risque climatique et le risque financier

Tous les acteurs économiques - ménages, entreprises et administrations publiques - dans tous les secteurs et régions, seront affectés par les risques climatiques, qu'ils soient physiques ou liés à la transition. Ces changements vont impacter l'économie et le système financier.

Tout d'abord, présentons les impacts des risques physiques sur l'économie. Selon le rapport de [Yag20], le nombre de catastrophes naturelles liées au climat ainsi que les pertes économiques qui en résultent ont presque doublé entre les périodes 1980-1999 et 2000-2019. La survenance de catastrophes naturelles affecte les infrastructures, les bâtiments ou encore la santé des populations, ce qui, à son tour, se répercute sur l'activité économique, les échanges mondiaux et la productivité. Par exemple, la survenance d'un tremblement de terre peut détruire l'usine de production d'une entreprise entraînant un arrêt de la production ce qui se répercutera par un manque à gagner. De plus, l'entreprise sera contrainte d'allouer des fonds pour la reconstruction de son usine, au lieu de les investir dans l'innovation. Les risques physiques influent négativement sur les résultats financiers et la rentabilité de l'entreprise ce qui affecte la valorisation d'une entreprise et, le cas échéant, le cours des actions qu'elle a émises.

Ensuite, exposons des conséquences des risques de transition. L'objectif principal de l'Accord de Paris est d'atteindre la neutralité carbone d'ici 2050. Pour y parvenir, les entreprises devront subir des transformations. Les risques de transition sont liés aux politiques publiques climatiques adoptées, aux technologies disponibles ou encore à la disponibilité des énergies. Par exemple, une politique visant à contrôler l'utilisation d'énergies hautement polluantes aurait des répercussions sur les producteurs de ces énergies, ainsi que sur les secteurs qui les utilisent. Dans le cadre des Accords de Paris, des mesures visant à limiter les émissions de gaz à effet de serre des entreprises sont en place et pourraient être renforcées. Les entreprises devront donc s'adapter, changer leur mode de fonctionnement et supporter les coûts supplémentaires engendrés par ces nouvelles réglementations. Plus la transition vers une économie bas carbone commencera tôt et sera prévisible, plus les marchés et les entreprises pourront anticiper et limiter le coût de ces changements.

Les risques physiques et de transition sont intrinsèquement liés. Si les politiques publiques visent à contenir le réchauffement climatique à  $+2^{\circ}\text{C}$  par rapport à l'ère pré-industrielle, ces politiques devront être strictes ce qui engendrera un risque de transition élevé tandis que le risque physique sera maîtrisé puisque la hausse de température et les fréquences des événements climatiques seront limitées. À l'opposé, en l'absence de politiques publiques significatives, le risque de transition pourrait être moindre, mais les événements climatiques risqueraient d'augmenter en fréquence et en sévérité, ce qui se traduirait par un risque physique accru.

### 1.1.3 Rapport d'évaluation du GIEC

En 1988, le Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) est créé et rassemble 195 États membres. Depuis 35 ans, le GIEC sensibilise sur l'évolution du climat, évalue les répercussions du changement climatique et met en évidence l'impact de l'activité humaine dans ce phénomène. Il émet également des propositions concrètes pour lutter contre le changement climatique et atténuer les effets néfastes. Le GIEC publie des rapports sur l'état des connaissances sur le changement climatique.

Le rapport du GIEC datant de 2013, [IPC13], présente plusieurs scénarios *Representative Concentration Pathways* (RCP). Ce sont des trajectoires de référence de l'évolution du forçage radiatif sur la période 2006-2100. Le forçage radiatif est la différence entre la puissance radiative reçue et émise par la Terre. Un forçage radiatif positif réchauffe le système, tandis qu'un forçage négatif le refroidit. Le GIEC a défini quatre trajectoires distinctes d'évolution des concentrations de gaz à effet de serre. Sur la base de ces scénarios, les climatologues ont décrit les conséquences associées en terme de changement climatique et notamment sur les températures globale en surface du globe (comme illustré dans la Figure 1.1). Les quatre scénarios RCP, du plus optimiste au plus pessimiste, sont les suivants :

- **RCP 2.6** : le scénario le plus optimiste où les émissions de gaz à effet de serre atteignent leur point culminant avant 2050 ;
- **RCP 4.5** : un scénario où les émissions de gaz à effet de serre se stabilisent à la fin du XXI<sup>ème</sup> siècle à un niveau faible ;
- **RCP 6.0** : un scénario où les émissions de gaz à effet de serre se stabilisent à la fin du XXI<sup>ème</sup> siècle à un niveau moyen ;
- **RCP 8.5** : le scénario le plus pessimiste dans lequel les émissions de gaz à effet de serre continuent d'augmenter au rythme actuel.

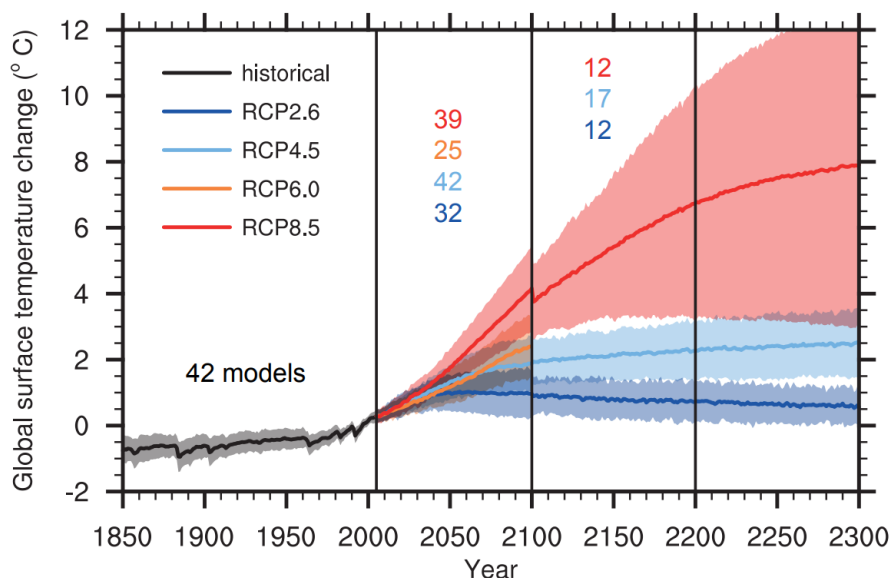


FIGURE 1.1 – Changement des températures à la surface de la Terre en fonction des différents scénarios RCP du GIEC ([IPC13]). Les nombres dans les mêmes couleurs que les courbes représentent le nombre de modèles utilisés.

Le sixième rapport de synthèse du GIEC, paru en mars 2023 ([LCD+23]), sonne l'alarme en soulignant l'urgence de réduire drastiquement nos émissions de gaz à effet de serre pour préserver la viabilité de la planète. Dans ce rapport, l'activité humaine est identifiée comme la principale cause de l'augmentation constatée de 1.1°C des températures moyennes à la surface du globe depuis l'ère pré-industrielle. De plus, les experts estiment qu'il sera difficile de limiter le réchauffement climatique à 1.5°C ou même à 2°C sans actions et engagements accrus pris par les États.

### 1.1.4 Les scénarios NGFS

Le *Network for Greening the Financial System* (NGFS) a été créé au Sommet de Paris en 2017 : il regroupe plus d'une centaine de banques centrales et de superviseurs à travers le monde. Les missions du NGFS sont de donner des recommandations aux institutions bancaires pour intégrer les risques liés au climat, accélérer et soutenir la transition énergétique, augmenter la transparence des institutions sur le risque climatique. Le NGFS va tenter de mesurer la résilience des systèmes financiers face aux risques climatiques. Le NGFS a mis en lumière les risques potentiels futurs, les possibles chocs que va subir le système financier. Le but est d'explorer différents scénarios plutôt que de faire des prévisions.

Le prix de la tonne de  $CO_2$  joue un rôle crucial dans ce mémoire et sera utilisé dans les Chapitres 3 et 4. Il convient de noter que le terme "une tonne en équivalent  $CO_2$ ", ou  $CO_2e$ , est fréquemment utilisé. Il s'agit d'une unité de mesure établie par le GIEC pour quantifier l'impact des divers gaz à effet de serre sur l'environnement. Cette mesure se base sur le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), qui est le principal gaz à effet de serre, comme référence. C'est pour cette raison que, dans la suite, nous parlons des prix de la tonne en équivalent  $CO_2$ , noté  $tCO_2e$ , en présentant les différents scénarios du NGFS.

Dans le rapport du NGFS datant de septembre 2022 ([BGL<sup>+</sup>22]), est proposé un cadre commun composé de six scénarios :

- **Les scénarios ordonnés** (*orderly*) où des politiques climatiques sont introduites tôt et deviennent de plus en plus strictes. Les risques physiques et de transition sont faibles.
  1. **'Net-zéro 2050'** (*Net Zero 2050*) où le réchauffement climatique est limité à  $1,4^\circ C$  à horizon 2100 atteint avec des politiques climatiques strictes. Dans ce scénario, l'augmentation du prix du carbone croît linéairement jusqu'à atteindre environ  $900 \text{ USD}(2010)/tCO_2e$ <sup>1</sup> en 2050.
  2. **'En dessous de 2°'** (*Below 2°C*) où les politiques sont mises en place au fil de l'eau, devenant de plus en plus strictes avec le temps. L'augmentation de la température est limitée à  $1,6^\circ C$  en 2100. Dans ce scénario, l'augmentation du prix du carbone est linéaire, bien que moins importante que dans le scénario précédent, pour atteindre approximativement  $200 \text{ USD}(2010)/tCO_2e$  en 2050.
- **Les scénarios désordonnés** (*disorderly*) où les politiques climatiques sont retardés et/ou différentes entre les pays et les secteurs. Les risques de transition sont élevés.
  3. **'Net-zéro divergeant'** (*Divergent Net Zero*) où l'objectif de neutralité carbone est atteint d'ici 2050. Cependant, en raison de divergences politiques entre les secteurs, le coût de cette transition est plus élevé. Dans ce scénario, l'augmentation de la température mondiale est contenue à  $1,4^\circ C$  d'ici 2100 et le prix du carbone dépasse celui du scénario *Net-zéro 2050* jusqu'en 2040, avec une différence de prix maximale atteignant  $150 \text{ USD}(2010)/tCO_2e$  en 2030.
  4. **'Transition retardée'** (*Delayed Transition*) où il n'y a pas de diminution des émissions de gaz à effet de serre avant 2030. Après cela, des politiques climatiques très rigoureuses sont instaurées pour limiter le réchauffement climatique à  $1,6^\circ C$  en 2100. Dans ce contexte, le prix du carbone est stable jusqu'en 2030, puis son prix augmente drastiquement pour atteindre environ

---

1. Cette unité indique le coût est exprimé en dollars constants de l'année 2010 par tonne de  $CO_2e$ .

1000 USD(2010)/ $tCO_2e$  en 2050.

- **Les scénarios terre étuve** (*hot house world*) où les efforts sont insuffisants et pas appliqués à l'échelle mondiale, les politiques ne suffisent pas à limiter le réchauffement climatique. Dans ce cas, les objectifs de neutralité carbone en 2050 ne sont pas atteints. Les risques physiques sont élevés et irréversibles.
- 5. **'Contributions déterminées au niveau national'** (*Nationally Determined Contributions (NDCs)*) comprend les objectifs annoncés mais les politiques climatiques proposées ne sont pas efficaces. Les émissions diminuent mais conduisent à un réchauffement climatique de  $2,6^\circ C$  en 2100 et l'augmentation du prix du carbone est d'environ 150 USD(2010)/ $tCO_2e$  en 2050.
- 6. **'Politiques actuelles'** (*Current Policies*) où les politiques publiques actuelles sont conservées. Ce scénario est le pire car il induit des risques physiques importants : le réchauffement climatique est de  $3,2^\circ C$  en 2100 et le prix carbone reste stable jusqu'en 2050.

Ces six scénarios sont illustrés dans la Figure 1.2.

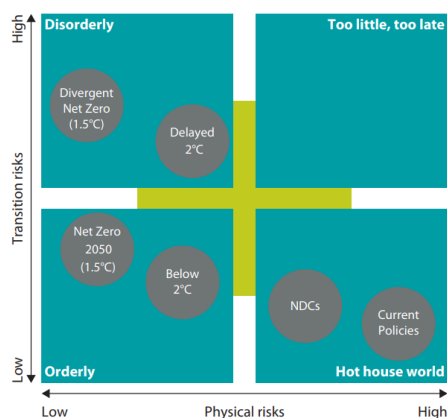


FIGURE 1.2 – Les différents scénarios NGFS ([BGL<sup>+</sup>22])

Les six scénarios NGFS fournissent, pour différentes zones géographiques, trois types de variables :

1. **Les variables liées aux risques de transition** dont les émissions de gaz à effet de serre, le prix du carbone ou encore les capacités de production d'électricité.
2. **Les variables relatives aux risques physiques** comme le niveau des températures, la montée du niveau de la mer et les dommages dus aux inondations.
3. **Les variables macro-financières** telles que le produit intérieur brut, le taux chômage et l'inflation.

### 1.1.5 Exercices de *stress tests* climatiques de l'ACPR

En 2020, l'ACPR (Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution), est le premier superviseur à réaliser un exercice d'évaluation des risques associés au changement climatique sur les groupes bancaires et assurantiels. Nous allons revenir sur les conclusions de

cet exercice. De plus, l'ACPR actualise cet exercice en 2023, nous verrons les différences et le cadre de ce nouvel exercice.

Dans cette partie, le Livre Blanc de Milliman, [Mil21], traitant du premier exercice ACPR en présentant une synthèse des résultats a été utilisé comme référence.

#### 1.1.5.1 Contexte de l'exercice 2020-2021

L'exercice de *stress test* mené de juillet 2020 à avril 2021 a été réalisé sur 9 groupes bancaires et 15 groupes d'assurance représentant respectivement 85% du bilan bancaires et 75% du bilan assurantiels du marché français. L'exercice couvre les risques physiques et de transition sur un horizon de 30 ans. Il considère trois scénarios de transition et un scénario de risque physique sur des activités 'dommages' aux biens et santé. En élaborant ces scénarios conformément aux orientations du NGFS, l'ACPR s'inscrit dans une démarche internationale visant à construire un socle commun de connaissances et d'évaluation des risques climatiques pour les acteurs financiers européens.

Dans cet exercice pilote, la conclusion souligne que les groupes bancaires et assurantiels français ont une exposition globalement "modérée" aux risques financiers liés au changement climatique. En effet, les territoires français et européens, représentant respectivement environ 50% et 75% des expositions des acteurs financiers français, sont relativement peu impactés par le changement climatique selon les projections du GIEC sur lesquelles reposent cet exercice.

En outre, l'exposition aux secteurs les plus impactés par le risque de transition (industries extractives, raffinage, pétrole, agriculture, etc.) est également assez faible dans les bilans. Il convient toutefois d'analyser cette conclusion à la lumière de l'hypothèse d'absence de récession économique retenue pour l'exercice, laquelle atténue les scénarios de transition adverses. Du côté des passifs, les vulnérabilités identifiées sont plus prononcées avec notamment une forte hausse du coût des sinistres pour les aléas naturels, mais le marché estime globalement que cette évolution peut être intégralement compensée par une augmentation régulière des primes. Dans un marché dominé par des contrats annuels, les assureurs considèrent dans cet exercice qu'ils peuvent maintenir le contrôle de leurs tarifs sans être limités par la frontière d'assurabilité.

#### 1.1.5.2 Impact du risque de transition

L'ACPR a sélectionné trois scénarios de transition, comme présenté dans la Figure 1.3 :

- Un scénario de référence correspondant à une "transition ordonnée" et reflétant la stratégie nationale "bas carbone" de l'accord de Paris.
- Un scénario adverse de "transition retardée" (Variante 1), où les objectifs de réduction d'émission de gaz à effet de serre ne sont pas atteints en 2030, nécessitant des mesures plus drastiques entraînant à la fois une augmentation du prix du carbone plus importante et une forte hausse du prix de l'énergie.
- Un second scénario adverse (Variante 2) reposant sur une augmentation encore plus forte du prix du carbone et une baisse de la productivité conduisant à une "transition rapide" d'urgence.

Malgré l'engagement des assureurs français pour atteindre la neutralité carbone d'ici

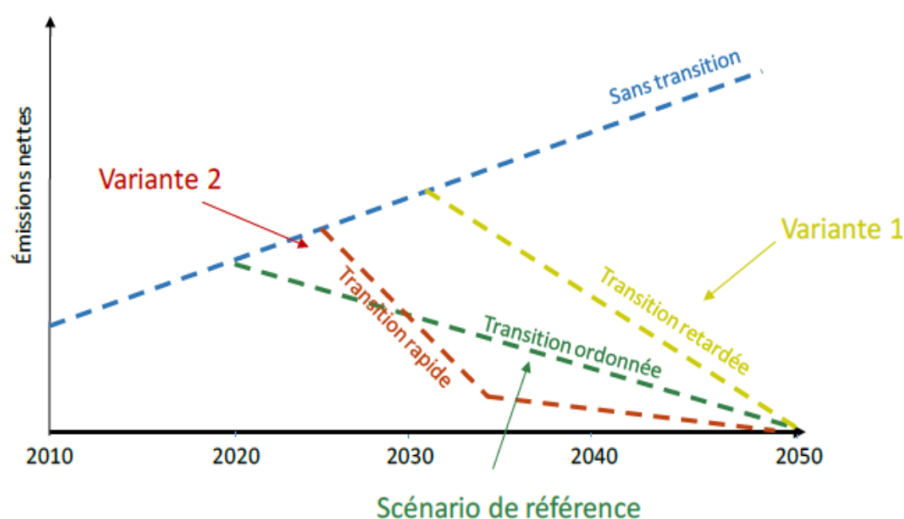


FIGURE 1.3 – Scénarios de transition ([CBCS+21])

2030, aucune stratégie claire de ré-allocation des actifs n'a été observée dans l'exercice. En effet, la composition actuelle des portefeuilles semble persister, tant en termes de classes d'actifs que de répartition sectorielle. En cas de chocs liés aux risques de transition, l'exposition aux secteurs à risques représente actuellement 17% des actifs.

De plus, dans le but de réduire globalement les expositions aux risques, les portefeuilles des assureurs ont connu une transition importante à la mise en place du régime prudentiel Solvabilité 2 et sont désormais principalement composés d'obligations. Cependant, l'étude démontre une sensibilité plutôt faible des portefeuilles obligataires vis-à-vis des secteurs les plus grands émetteurs de carbone, contrairement au portefeuille d'actions. Par conséquent, l'exercice met en évidence une exposition modérée des assureurs français au risque de transition.

Cependant, cette conclusion doit être nuancée car il existe de nombreuses incertitudes concernant la vitesse et l'impact du changement climatique. En effet, l'analyse se concentre principalement sur l'effet de premier ordre sur le prix des actifs et ne tient pas compte de l'effet de second ordre, c'est-à-dire des effets connexes tels que les risques de contagion, de rupture d'approvisionnement ou d'amplification généralement observés en période de crise. De plus, il est important de noter que les trois scénarios analysés n'entraînent pas de crise économique à l'horizon 2050, mais seulement un ralentissement de l'activité. Or les scénarios envisagés dans l'exercice pilote sont susceptibles de provoquer des perturbations économiques et la politique monétaire mise en place pour faire face à ces crises potentielles se traduit généralement par une baisse des taux d'intérêt pour compenser le ralentissement de l'activité. Ainsi, la transition vers une économie à faible émission de carbone pourrait devenir une menace pour les assureurs si elle contribue à une prolongation sur le long terme d'un environnement défavorable de taux bas. Ces effets ne sont pas pris en compte dans l'analyse.

### 1.1.5.3 Impact du risque physique

L'unique scénario de risque physique pris en compte dans l'exercice de l'ACPR est basé sur les hypothèses du scénario climatique RCP 8.5 du GIEC, qui prévoit une augmentation de la température moyenne annuelle comprise entre 1,4 °C et 2,6 °C d'ici 2050. Son impact sur l'activité 'dommages' se traduit par une augmentation de la fréquence et de la sévérité des catastrophes naturelles (sécheresse, inondation, submersion marine et tempêtes tropicales pour les départements d'Outre-mer). Il est important de noter que tous ces risques sont actuellement couverts par le régime des catastrophes naturelles (CATNAT) de la loi de 1982 et par la réassurance illimitée de la Caisse Centrale de Réassurance (CCR) avec la garantie de l'État. Cette évolution des risques naturels s'accompagne des projections démographiques de l'INSEE, qui prévoient une augmentation significative de la population et de sa concentration dans certains départements à risque.

D'après l'exercice pilote de l'ACPR, l'augmentation globale des sinistres de l'activité 'dommages' aux biens est estimée à 174% entre 2019 et 2050. Pour comparaison, la CCR a publié en septembre 2018 une étude sur les conséquences du changement climatique en France entre 2000 et 2050, en se basant également sur le scénario RCP 8.5 du GIEC. Pour les risques de sécheresse, d'inondations et de submersions marines, les sinistres augmenteraient de 212% sur un horizon de 50 ans. Cette augmentation prend en compte trois sources de variation : le changement climatique, l'évolution des biens assurés et l'inflation. En incluant les tempêtes cycloniques en Outre-mer, modélisées dans une étude complémentaire, l'augmentation des sinistres sur un horizon de 50 ans atteindrait 209%, ce qui est cohérent avec l'augmentation de 174% des sinistres CATNAT sur 30 ans résultant de l'exercice mené par l'ACPR. L'écart d'estimation observé s'explique principalement par les horizons de projection considérés, mais aussi par des divergences de modélisation. Ce chiffre moyen de 174% ne reflète cependant pas les fortes disparités entre les départements français, notamment en raison des différences de concentration géographique de la population et des activités économiques. La comparaison de la sinistralité par habitant révèle des effets de rattrapage, en particulier pour le risque de sécheresse : les départements dont la sinistralité est faible aujourd'hui sont ceux dont l'augmentation de la sinistralité serait la plus forte dans les 30 prochaines années, et vice versa. Les modèles utilisés semblent donc prévoir en tendance une homogénéisation des risques entre les territoires sur la période de projection.

Les données et les modèles utilisés ne sont pas encore accessibles, il est donc difficile à ce stade d'analyser les mécanismes à l'origine de ces phénomènes et de tirer des conclusions précises sur la cohérence de ces résultats. Face à l'augmentation significative des sinistres causés par le changement climatique, l'exercice a permis aux acteurs de modifier leur stratégie de souscription. En particulier, ils ont eu la possibilité de revoir leur tarification chaque année, de modifier la répartition géographique de leurs expositions, de réviser leur structure de réassurance ou encore d'ajuster les garanties d'assurance proposées pour atténuer le risque couvert. La majorité des assureurs ont choisi de maintenir leur ratio sinistres sur primes (S/P) stable sur la période de projection (augmentation des primes brutes de 172%, comparativement à une croissance du PIB de 133% sur la même période). Pour ce premier exercice, les acteurs ne semblent pas avoir pris en compte la frontière d'assurabilité à laquelle l'ACPR souhaitait les sensibiliser. À ce stade des réflexions, les participants n'ont pas non plus choisi de réallouer géographiquement leurs expositions et n'ont pas fondamentalement adapté leur couverture en réassurance, d'où une diminution progressive de la part des primes cédées.

Le changement climatique favorise également la propagation de maladies vectorielles ([DRV20]) et intensifie la pollution de l'air ([DMV20]), ce qui entraîne une augmentation des coûts de soins de santé, des arrêts de travail et des décès. L'augmentation des maladies vectorielles présente d'importantes disparités régionales. Contrairement à la stratégie de maintien du ratio sinistres sur primes (S/P) adoptée pour l'activité 'dommages' aux biens, cette augmentation n'a pas été compensée par une hausse proportionnelle des primes. Cette stratégie d'adaptation se traduit par une légère hausse du ratio S/P à l'horizon 2050 dans toutes les régions, à l'exception de l'Île-de-France, ce qui semble également résulter d'un effet de rattrapage dans les modèles. La dégradation de la santé due aux effets de la pollution atmosphérique entraîne une augmentation moyenne des sinistres de 119% en France métropolitaine, avec également un effet de rattrapage observable en Île-de-France, qui combine la plus faible augmentation des sinistres sur la période et le nombre de sinistres le plus élevé en 2019. En moyenne, le ratio S/P augmente très légèrement (de 62% à 64%), mais dans la majorité des grandes villes, les assureurs améliorent leur rentabilité. La stratégie d'adaptation choisie consiste donc à répercuter l'augmentation des sinistres sur le tarif proposé aux assurés tout en conservant une certaine diversification géographique des expositions.

#### 1.1.5.4 Recommandations de l'EIOPA

En avril, l'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (EIOPA) a publié un avis<sup>2</sup> traitant de l'utilisation des scénarios de risque de changement climatique dans l'ORSA. Cet avis, bien que destiné aux superviseurs nationaux, contient en germe de nouvelles exigences pour les assureurs, exigences que l'ACPR devra détailler et qui feront probablement largement écho aux travaux de l'exercice pilote climatique, dans le respect du principe de proportionnalité. L'avis de l'EIOPA établit la nécessité d'inclure dans l'ORSA des scénarios reflétant les risques induits par le changement climatique. Loin de se contenter d'attentes générales, l'autorité européenne détaille très précisément les sept principales orientations que devrait suivre cette inclusion. Parmi les points importants à retenir de l'avis, on peut citer :

- La nécessité d'évaluer le risque de changement climatique à court terme, comme pour le reste de l'ORSA, mais aussi à long terme afin de le mettre en regard de la stratégie financière et opérationnelle, avec idéalement différents horizons de temps considérés ;
- Le besoin d'une vision globale en considérant à la fois les risques de transition et les risques physiques ;
- Le besoin d'une vision prospective en tenant compte des changements de vulnérabilité induits par le changement climatique ;
- Deux scénarios de long terme au moins devraient être testés : un scénario où la hausse de température est comprise entre 1,5°C et 2°C, et un scénario où cette hausse excède les 2°C.

L'EIOPA précise que les entreprises peuvent élaborer leurs propres scénarios ou adapter des scénarios existants à différents degrés en fonction de leur expertise et de leurs ressources. En faisant cela, l'EIOPA fait spécifiquement référence aux trajectoires du NGFS qui sont présentées en annexe de l'avis, et qui sont également les scénarios qui ont servi de base aux *stress tests* climatiques de l'ACPR. Dans une approche généralement dynamique,

2. Avis : [https://www.eiopa.europa.eu/eiopa-issues-opinion-supervision-use-climate-change-risk-scenarios-orsa-2021-04-19\\_en](https://www.eiopa.europa.eu/eiopa-issues-opinion-supervision-use-climate-change-risk-scenarios-orsa-2021-04-19_en)



l'EIOPA indique que l'augmentation du coût de l'assurance ou des conditions générales plus restrictives pourraient limiter la demande d'assurance dans certains domaines (phénomène d'inassurabilité) et avoir des répercussions sur l'activité.

L'EIOPA précise également que la couverture en réassurance ne suffit pas à justifier que les risques physiques ne sont pas matériels. En effet, la disponibilité de solutions de réassurance pourrait être remise en question et son coût pourrait s'envoler. De manière générale, l'autorité européenne souhaite que les risques matériels identifiés soient soumis à un panel suffisamment large de scénarios afin de tester la résilience des stratégies opérationnelles de l'entreprise face à des développements divers de risques climatiques. À cette fin, l'EIOPA souligne que les principaux facteurs de risque peuvent se traduire dans les modules de risques traditionnels (souscription, marché, contrepartie, etc.) et propose un mapping indicatif. Cette charge peut s'avérer très lourde, ce pourquoi l'EIOPA précise que ces travaux pourraient être menés à un rythme pluriannuel et ne faire l'objet que de mises à jour partielles, notamment lorsque de nouveaux risques sont identifiés ou que de nouvelles données ou méthodologies sont disponibles. En revanche, une amélioration systématique du périmètre et de la sophistication des analyses quantitatives est attendue à mesure que l'entreprise gagne de l'expérience. Enfin, l'EIOPA indique que les entreprises devraient faire preuve de transparence dans leur ORSA. Pourraient en particulier y figurer leurs principales expositions, les méthodes et principales hypothèses utilisées pour évaluer les risques, les résultats qualitatifs et quantitatifs des analyses par scénario ainsi que les conclusions tirées de ces études.

#### 1.1.5.5 Exercice 2023

En juillet 2023, l'ACPR a lancé son nouvel exercice de *stress test* climatique pour le secteur assurantiel. Le but de cet exercice est de continuer l'intégration des risques climatiques et l'évaluation des risques financiers. L'intérêt sera aussi de pouvoir comparer les évolutions par rapport à l'ancien exercice en termes notamment d'outils et de modèles.

Par rapport à l'exercice précédent, celui-ci a subi des modifications : un scénario à court terme a été introduit, les scénarios NGFS ont été actualisés en septembre 2022, notamment en raison d'une révision des variables macro-économiques suite à la guerre en Ukraine, et une meilleure considération du risque physique a été intégrée.

Dans ce nouvel exercice, l'ACPR va étudier trois scénarios :

- Deux scénarios long terme : le scénario 'En dessous de 2°C' du NGFS, faisant parti de la catégorie ordonnée (décrit dans la Paragraphe 1.1.4) ; le scénario 'Transition retardée' du NGFS appartenant aux scénarios désordonnés (décrit dans le Paragraphe 1.1.4). L'effet de ces scénarios est mesuré en termes de différence par rapport à un scénario fictif de référence, qui ne comporte ni risque physique ni transition. Ce scénario de référence a été conçu par le National Institute of Economic and Social Research (NIESR). Dans ces visions à long terme, la gestion du bilan est dynamique : les assureurs ont la possibilité d'ajuster leurs investissements, ce qui les encourage à incorporer une vision à plus long terme dans leurs décisions stratégiques. Les différentes hypothèses climatiques, macroéconomiques et financières sont fournies par la Banque de France et l'ACPR à un pas 5 ans sur la période de 2025 à 2050 ;
- Un scénario à court terme, élaboré par l'ACPR et la Banque de France pour la période 2023-2027, intègre des chocs de risques physiques intenses et des chocs financiers,

résultant d'une prise de conscience des marchés suite à ces événements et en prévision des politiques de transition. L'inclusion de ce scénario permet d'examiner l'impact du risque climatique sur la solvabilité des assureurs en bilan statique, en cohérence avec les *stress tests* de l'EIOPA. Cet horizon correspond à la planification stratégique des assureurs. Dans ce scénario, les variables sont fournies à un pas de temps annuel.

Les scénarios à long terme offrent une ventilation sectorielle plus fine des chocs financiers par rapport à l'exercice 2020-2021. Une granularité accrue est donc proposée pour les secteurs qui pourraient être les plus affectés par ces chocs financiers. En revanche, les secteurs jugés moins vulnérables ont été regroupés en catégories agrégées. Par conséquent, dans cet exercice, 22 secteurs ont été sélectionnés. Par ailleurs, pour mesurer l'impact du risque physique, la trajectoire du GIEC RCP 4.5 (décrit dans le Paragrahe 1.1.3) a été utilisée. Cette trajectoire est en adéquation avec les scénarios *En dessous de 2°C* et *Transition retardée* utilisés pour le risque de transition à horizon 2050.

Les compagnies d'assurance impliquées dans ce projet ont soumis leurs résultats à la fin de l'année 2023 et l'ACPR prévoit de rendre ses conclusions en mai 2024.

## 1.2 Mathématiques financières

L'objectif de cette partie est d'introduire les notations et les outils financiers nécessaires à la compréhension de ce mémoire. Les définitions et notations suivantes sont issues du cours de [BT16] et, pour les taux *forward*, du livre de [BM01].

### 1.2.1 Définitions mathématiques

Pour présenter le modèle de Black-Scholes, il est nécessaire d'introduire certains éléments théoriques.

Considérons un espace de probabilité complet  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  où  $\Omega$  représente l'ensemble des états possibles du marché,  $\mathcal{F}$  l'information disponible sur le marché et  $\mathbb{P}$  la probabilité historique.

Considérons  $\mathbb{T} \subset \mathbb{R}_+$  un intervalle correspondant à un ensemble d'instant. Il est peut-être infini :  $\mathbb{T} = \mathbb{R}_+$  ou fini :  $\mathbb{T} = [0, T]$  où  $T \in \mathbb{R}_+^*$ .

**Définition 1.2.1.** Soit  $\mathbb{F} := \{\mathcal{F}_t, t \in \mathbb{T}\}$  une filtration et  $M$  un processus  $\mathbb{F}$ -adapté tel que  $\mathbb{E}[|M_t|] < \infty$  pour tout  $t \in \mathbb{T}$ .  $M$  est une  $(\mathbb{F}, \mathbb{P})$ -martingale si :  $\mathbb{E}[M_t | \mathcal{F}_s] = M_s, \forall 0 \leq s \leq t$ .

**Définition 1.2.2.** Un  $\mathbb{F}$ -mouvement Brownien,  $B := (B_t)_{t \geq 0}$ , sur  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$  muni de la filtration  $\mathbb{F}$  est un processus  $\mathbb{F}$ -adapté qui vérifie :

1.  $B$  est à trajectoires continues ( $\mathbb{P}$  presque sûrement) ;
2.  $B$  est à accroissements indépendants :  $\forall t > s, (B_t - B_s) \perp \mathcal{F}_s$  ;
3.  $B$  est à accroissements gaussiens :  $\forall t > 0, (B_t - B_0) \sim \mathcal{N}(0, t)$ .

Si  $B_0 = 0$   $\mathbb{P}$ -p.s., on dit que  $B$  est un mouvement Brownien standard.

On peut souligner que, de manière générale, lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté, la filtration associée à une martingale ou à un mouvement Brownien n'est pas spécifiée.

**Définition 1.2.3.** On appelle processus d'Itô tout processus stochastique  $X$  qui s'écrit sous la forme :

$$X_t = X_0 + \int_0^t \alpha_u du + \int_0^t H_u dB_u$$

où  $X_0$  est  $\mathcal{F}_0$ -mesurable,  $(\alpha_t)_{t \geq 0}$  et  $(H_t)_{t \geq 0}$  sont deux processus stochastiques  $\mathbb{F}$ -adaptés vérifiant les conditions d'intégrabilité :

$$\int_0^T |\alpha_u| du < \infty \mathbb{P} - p.s. \text{ et } \int_0^T |H_u|^2 du < \infty \mathbb{P} - p.s.$$

On note sous forme différentielle :  $dX_t = \alpha_t dt + H_t dB_t$ .

**Formule d'Itô :** Soit  $f : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction de la classe  $C^{1,2}$ . Soit  $X$  un processus d'Itô alors  $Y_t = f(t, X_t)_{t \geq 0}$  est un processus d'Itô tel que :

$$f(t, X_t) = f(0, X_0) + \int_0^t \left\{ \frac{\partial f}{\partial t} + \alpha_u \frac{\partial f}{\partial x} + H_u^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right\} (u, X_u) du + \int_0^t H_u \frac{\partial f}{\partial x} (u, X_u) dB_u \quad (1.1)$$

### 1.2.2 Changement de numéraire

**Définition 1.2.4.** Une obligation zéro-coupon d'échéance  $T$  est un contrat qui garantit à son détenteur une unité de monnaie à  $T$ , sans paiement intermédiaire.  $P(t, T)$  désigne sa valeur au temps  $t < T$ . En particulier,  $P(T, T) = 1$  pour tout  $T$ .

**Définition 1.2.5.** On appelle numéraire, tout instrument de marché strictement positif ne payant pas de dividendes intermédiaires, comme par exemple le zéro-coupon :  $P(t, T)$  avec  $0 \leq t \leq T$ .

**Théorème 1.2.1.** Supposons qu'il existe un numéraire  $N$  et une probabilité  $\mathbb{Q}^N$  équivalente à la probabilité historique  $\mathbb{P}$  tel que le prix de n'importe quel instrument financier  $X$  normalisé par  $N$  soit martingale sous  $\mathbb{Q}^N$ , i.e pour  $0 \leq t \leq T$  :

$$\frac{X_t}{N_t} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^N} \left[ \frac{X_T}{N_T} \middle| \mathcal{F}_t \right]$$

Alors, pour tout numéraire  $U$ , il existe une probabilité  $\mathbb{Q}^U$  équivalente à  $\mathbb{P}$  tel que le prix de n'importe quel actif financier  $Y$  normalisé par  $U$  soit une martingale sous  $\mathbb{Q}^U$ , i.e pour  $0 \leq t \leq T$  :

$$\frac{Y_t}{U_t} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^U} \left[ \frac{Y_T}{U_T} \middle| \mathcal{F}_t \right]$$

De plus, la densité de Radon-Nikodym qui définit la probabilité  $\mathbb{Q}^U$  est donnée par :

$$\frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{Q}^N} = \frac{U_T N_0}{U_0 N_T}$$

**Définition 1.2.6.** Un compte de marché monétaire est un investissement sans risque où les gains sont cumulés de manière continue au taux sans risque du marché. On note  $B(t)$  sa valeur avec  $B(0) = 1$  et on admet qu'elle suit l'équation différentielle suivante :

$$dB(t) = r_t B(t) dt$$

Grâce à la formule d'Itô (définie à l'Équation (1.1)) appliquée à  $\ln(B(t))$ , on peut résoudre cette équation différentielle :

$$B(t) = \exp\left(\int_0^t r_s ds\right)$$

où  $r_s$  est la valeur en date  $s$  du taux *spot* sans risque instantané appelé aussi taux court.

L'univers risque-neutre est l'univers dont le numéraire est le compte bancaire  $B(t)$ . On peut définir une probabilité  $\mathbb{Q}$ , appelée risque-neutre, associée à ce numéraire qui est équivalente à la probabilité historique. Sous cette probabilité risque-neutre, les processus de prix actualisés sont des martingales (voir la Définition 1.2.1).

L'absence d'opportunité d'arbitrage est une condition nécessaire à l'existence de la probabilité risque-neutre. L'hypothèse d'absence d'opportunité d'arbitrage suppose qu'il est impossible de réaliser un gain sans risque sur les marchés financiers avec un investissement initial nul. De plus, pour garantir l'unicité de cette probabilité risque-neutre, le marché doit être complet. L'hypothèse de complétude indique que tous les actifs présents sur ce marché admettent une stratégie de réplcation.

Supposons que  $r = \{r_t, t \geq 0\}$  est  $\mathcal{F}_t$ -adapté et intégrable par rapport au temps.

**Définition 1.2.7.** *Un déflateur ou facteur d'actualisation entre  $t$  et  $T$ , est le montant en date  $t \leq T$  qui est équivalent à une unité monétaire en date  $T$ . On le note  $D(t, T)$  et ; il est défini par :*

$$D(t, T) = \frac{B(t)}{B(T)} = \exp\left(-\int_t^T r_s ds\right)$$

où  $r_s$  est la valeur en date  $s$  du taux *spot* sans risque instantané appelé aussi taux court.

Si le taux court est déterministe, alors  $B$  l'est également ainsi on connaît avec certitude  $D(t, T)$ , on a donc  $P(t, T) = D(t, T)$ .

Si le taux court est stochastique, plusieurs réalisations de  $D(t, T)$  sont possibles. Alors on a :

$$P(t, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [D(t, T) | \mathcal{F}_t]$$

### 1.2.3 Taux *forward* et univers *forward*-neutre

La définition des taux *forward* provient de l'ouvrage [BM01].

Le taux *forward* est caractérisé par trois instants : le moment  $t$  où le taux est considéré, son échéance  $T$  et sa maturité  $S$ , avec  $t \leq T \leq S$ . Ainsi, les taux *forward* sont des taux d'intérêt qui peuvent être fixés aujourd'hui pour un investissement dans une période future.

**Définition 1.2.8.** *Le taux *forward* en composition simple, à la date  $t$  expirant en  $T$  et de maturité  $S > T$ , noté  $F(t, T, S)$ , est défini par :*

$$F(t, T, S) = \frac{P(t, T) - P(t, S)}{\tau(T, S)P(t, S)} = \frac{1}{\tau(T, S)} \left( \frac{P(t, T)}{P(t, S)} - 1 \right)$$

où  $\tau(T, S)$  est la mesure de la différence de temps en années entre la date  $T$  et  $S$  avec  $T < S$ .

L'univers  $T$ -*forward*-neutre est l'univers dont le numéraire est le zéro-coupon  $P(t, T)$ . En effet, l'expression du taux *forward* est une martingale dans l'univers  $T$ -*forward*-neutre. D'après le Théorème 1.2.1, il existe une probabilité  $\mathbb{Q}^T$  telle que :

$$\frac{X_t}{P(t, T)} = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^T} \left[ \frac{X_u}{D(u, T)} \middle| \mathcal{F}_t \right]$$

où  $0 \leq t \leq u \leq T$ .

### 1.2.4 Modèle de Black-Scholes

Dans nos projections, pour simuler la valeur des actifs dans le temps nous avons besoin d'un modèle de valorisation des actifs. Le modèle retenu et fréquemment utilisé est celui de Black-Scholes aussi appelé Black-Merton-Scholes. Il a été élaboré en 1973, [BS73], pour modéliser le cours du prix d'une action ou d'un indice. Leur théorie repose sur une méthode de portefeuille répliquant dans un monde sans opportunité d'arbitrage, c'est à dire où il n'est pas possible de générer un gain sans mise initiale. Grâce à cette avancée, le marché des options a connu une croissance significative. Le prix de la Banque de Suède en sciences économiques, communément appelé 'prix Nobel d'économie', a été décerné à Robert Merton et Myron Scholes en 1997. Leur modèle est encore très utilisé en finance de marché.

#### 1.2.4.1 Description du modèle

Les éléments théoriques nécessaires à la compréhension du modèle ont été définis, le modèle de Black-Scholes sera maintenant présenté.

Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

1. Les actifs sont divisibles à l'infini ;
2. Le marché est liquide : on peut acheter ou vendre un actif coté à tout instant ;
3. On peut emprunter et vendre à découvert ;
4. Les échanges ont lieu sans coûts de transaction ;
5. On peut emprunter et prêter au même taux.

Supposons que le taux court :  $r = \{r_t, t \geq 0\}$  est  $\mathcal{F}_t$ -adapté et intégrable par rapport au temps. Le modèle de Black-Scholes considère un marché constitué de deux actifs :

- **Un actif sans risque**  $S^0$  :  $S_t^0 = \exp(\int_0^t r_s ds)$  et comme valeur initiale  $S_0^0 = 1$  ;
- **Un actif risqué**  $S$  dont le processus de prix sous la probabilité risque-neutre est décrit par le modèle de Black-Scholes :

$$dS_t = r_t S_t dt + \sigma S_t dB_t \quad (1.2)$$

où  $r_t$  représente le taux court au temps  $t$ ,  $\sigma$  la volatilité de  $S$  et  $B$  un mouvement Brownien. Avec les même notations, le prix de l'actif actualisé, noté  $\tilde{S}$ , est :

$$d\tilde{S}_t = \sigma \tilde{S}_t dB_t.$$

D'après la formule d'Itô (définie à l'Équation (1.1)), on a :

$$S_t = S_0 \exp \left\{ \left( r_t - \frac{\sigma^2}{2} \right) t + \sigma B_t \right\} \text{ et } \tilde{S}_t = S_0 \exp \left\{ -\frac{\sigma^2 t}{2} + \sigma B_t \right\}$$

On observe que  $S$  est une quantité positive qui est exprimée comme l'exponentielle d'un mouvement Brownien avec dérive. Nous pouvons identifier la distribution de  $S$  comme étant une distribution log-normale, ce qui facilite plusieurs calculs explicites, tels que le calcul du prix d'une option.

### 1.2.4.2 Option d'achat européenne

Un *call* européen ou option d'achat européenne est un contrat entre deux parties qui donne à l'acheteur la possibilité d'acheter un actif financier appelé actif sous-jacent à un prix fixé à l'avance appelé *strike*, noté  $K$ , et à une date d'échéance déterminée  $T$ . La valeur terminale d'un *call* européen s'écrit :

$$V(T, K) = \max(S_T - K, 0)$$

où  $S_T$  est la valeur terminale de l'actif sous-jacent.

À l'instant  $t$ , on dit qu'un *call* est :

- dans la monnaie, *In The Money* (ITM), si le *strike* est inférieur au prix du sous-jacent en  $t$  ;
- à la monnaie, *At The Money* (ATM), si le *strike* est égal au prix du sous-jacent en  $t$  ;
- en dehors de la monnaie, *Out of The Money* (OTM), si le *strike* est supérieur au prix du sous-jacent en  $t$ .

Dans le modèle de Black-Scholes, le prix d'un *call* européen de maturité  $T$  et de *strike*  $K$  correspond à l'espérance du payoff actualisée sous la probabilité risque-neutre. Sous cette probabilité, l'actif sous-jacent  $S$  suit une loi log-normale ce qui conduit à l'expression suivante :

$$C(t, T, \sigma, K) = S_t \phi(d_1) - \exp(-r(T-t)) K \phi(d_2), \quad t \in [0, T], \quad (1.3)$$

où  $\phi$  est la fonction de répartition d'une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$  et  $d_1$  et  $d_2$  sont donnés par :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad \text{et} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}. \quad (1.4)$$

Dans le modèle de Black-Scholes, pour évaluer le prix d'un *call*, deux paramètres sont nécessaires : la volatilité  $\sigma$  et le taux sans risque  $r$ . Seules les volatilités implicites sont directement observables sur les marchés. Cette volatilité implicite est définie comme étant l'inverse du prix de marché par la fonction de Black-Scholes :

$$C(t, T, \sigma_{\text{implicite}}, K) = P_{\text{marche}}(T, K)$$

où  $P_{\text{marche}}(T, K)$  représente le prix d'un *call* européen sur les marchés de maturité  $T$  et de *strike*  $K$ .

### 1.2.4.3 Univers T-forward-neutre

Les résultats du modèle Black-Scholes que nous avons présentés précédemment sont basés sur sa version initiale. Dans cette section, nous allons examiner les résultats quand les taux d'intérêt sont stochastiques. Dans ce cas il est possible de recourir à un univers T-forward-neutre. On montre alors que :

$$S_t = P(t, T) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}^T} [S_T | \mathcal{F}_t]$$

En outre, le prix d'un *call* évalué en 0, de maturité  $T$ , de volatilité  $\sigma$  et de *strike*  $K$  est :

$$C(0, T, \sigma, K) = S_0 \phi(d_1) - P(0, T) K \phi(d_2), \quad t \in [0, T], \quad (1.5)$$

où  $\phi$  est la fonction de répartition d'une loi normale  $\mathcal{N}(0, 1)$  et  $d_1$  et  $d_2$  sont donnés par :

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{KP(0,T)}\right) + \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma\sqrt{T}} \quad \text{et} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}. \quad (1.6)$$

## 1.3 Générateurs de Scénarios Économiques

### 1.3.1 Définition

Un scénario économique est défini par [PTK09] comme "une projection de grandeurs économiques et financières sur un horizon d'intérêt". Par exemple, on peut générer des trajectoires de rendements des actions, de taux d'intérêts ou encore de l'indice inflation. Un Générateur de Scénarios Économiques (GSE) est un outil permettant la simulation de ces facteurs de risques économiques et financiers fournissant une représentation de l'évolution future de la situation économique globale.

Dans un GSE, il est possible de modéliser conjointement plusieurs facteurs de risque. Lors de la construction de scénarios économiques, les mouvements Browniens des modèles choisis rendent compte de l'aspect aléatoire des scénarios et doivent donc être corrélés. Une matrice de corrélation entre les aléas des modèles considérés est construite à partir de la matrice de corrélation empirique entre les variables économiques. Ces projections sont utiles pour estimer les rendements futurs des actifs financiers gérés par une compagnie d'assurance. Elles sont également utilisées pour calculer la valeur économique des actifs et des passifs.

Les GSE peuvent être réalisés dans deux univers : monde réel et risque-neutre.

### 1.3.2 Monde réel

Dans un GSE en univers monde réel, les calculs sont réalisés sous la probabilité historique. L'objectif est de simuler les trajectoires le plus proche de la réalité économique constatée, conformément aux données historiques. Pour le calibrage, les données historiques sont utilisées pour en extraire une distribution historique. Dans cette méthode, le choix de la fenêtre d'historique utilisée pour le calibrage est cruciale. Dans cet univers, les agents sont sensibles au risque et donc une prime de risque est comprise dans les rendements des actifs financiers. Cette prime de risque diffère d'un actif à l'autre.

Les simulations d'un GSE en univers monde réel sont utilisées notamment pour la gestion d'actif et de passif, *Asset and Liability Management* (ALM), pour déterminer une allocation optimale du portefeuille d'une compagnie ou encore pour l'application des processus *Own Risk and Solvency Assessment* (ORSA) en utilisant des scénarios monde réel sur l'horizon du plan stratégique de l'assureur.

### 1.3.3 Risque-neutre

En univers risque-neutre, les agents mettent en place des stratégies de réplcation pour se couvrir contre le risque.

L'hypothèse centrale permettant de définir cet univers est l'absence d'opportunité d'arbitrage c'est-à-dire qu'il est impossible de réaliser un gain sans risque sur les marchés financiers avec un investissement initial nul. Ainsi, les rendements des actifs sont en moyenne égaux au taux sans risque. L'hypothèse de complétude des marchés, qui est nécessaire pour garantir l'unicité de la probabilité risque-neutre, est peu réaliste. En effet, cela est dû aux engagements à long terme des assureurs et en particulier à la faible liquidité des marchés pour les instruments financiers de maturité élevée.

Les simulations issues d'un GSE risque-neutre sont censées être cohérentes avec les conditions des marchés financiers. Ainsi, le calibrage du GSE se fait sur des données extraites des marchés financiers (prix de dérivés, taux d'intérêt). On dit que le GSE est *market consistent*, si les trajectoires fournies par le GSE sont cohérentes avec les marchés financiers.

En assurance, cet univers risque-neutre est utilisé pour les valorisations *market consistent* des engagements de l'assureur notamment dans le cadre de Solvabilité II.

## 1.4 Réglementation

Afin de protéger les assurés et la stabilité financière, les assureurs sont très réglementés. Après la crise financière de 2008, un nouveau régime prudentiel est apparu pour les assureurs européens : la directive Solvabilité 2. Cette directive a été adoptée en 2009 et est entrée en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2016.

### 1.4.1 Objectifs de Solvabilité 2

Les objectifs de la Directive Solvabilité 2 sont regroupés en trois piliers :

1. **Pilier 1 - Exigences de quantification des risques** : ce premier pilier établit les exigences de capitaux nécessaires à l'assureur. Il se fonde sur le calcul des provisions techniques en *Best Estimate* et sur l'élaboration d'un bilan prudentiel en valeur de marché. Ce pilier établit les principes en termes d'allocation et d'exigibilité des actifs. Deux exigences de capital sont à considérer : le MCR (*Minimum Capital Requirement*) et le SCR (*Solvency Capital Requirement*). Le but final étant de déterminer un capital réglementaire reflétant la réalité économique de l'assureur.
2. **Pilier 2 - Exigences qualitatives de gestion des risques et de gouvernance** : ce deuxième pilier fixe les règles qualitatives de gouvernance et de gestion des risques. Cela implique la formalisation de la politique de gestion des risques, la mise en place de l'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) qui est un processus interne d'évaluation des risques et de la solvabilité par l'assureur, la nomination d'organes de direction et d'administration compétents ainsi que la définition des quatre fonctions clés. L'objectif est de renforcer les systèmes de gouvernance et de gestion des risques.
3. **Pilier 3 - Exigences de communication financière** : ce troisième pilier correspond à la communication financière envers les régulateurs et le marché. Aussi, chaque trimestre, les assureurs doivent remettre de multiples informations (bilan prudentiel, SCR, fonds propres etc.) à l'ACPR. De plus, la qualité des données et la diffusion



de l'information financière sont au coeur de la sécurité financière d'un assureur. L'enjeu est de promouvoir la transparence financière à des fins de communication et de contrôle.

### 1.4.2 Capital Réglementaire

Le bilan économique d'un assureur est une vision où les actifs et les passifs sont comptabilisés à leur "juste valeur". La "juste valeur" est définie, dans la norme comptable IAS 32, comme le montant pour lequel un actif ou un passif peut-être échangé entre deux parties informées et consentantes, dans des conditions normales de concurrence. Le bilan peut-être simplifié en considérant :

- A l'actif :  $A_t$  correspondant aux actifs en valeur de marché à l'instant  $t$  ;
- Au passif :
  - $BE_t$  : représentant le *Best Estimate* (BE) des passifs à l'instant  $t$ . Selon le Code des assurances à l'article R351-2, le BE "correspond à la moyenne pondérée par leur probabilité des flux de trésorerie futurs compte tenu de la valeur temporelle de l'argent estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinente, soit la valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs". Ce calcul est réalisé sous la probabilité risque-neutre. Ces flux de trésorerie peuvent être des prestations, des commissions ou encore des frais.
  - $FP_t$  : désignant les fonds propres économiques à l'instant  $t$  pouvant être définis comme l'espérance actualisée des marges futures sous la probabilité risque-neutre augmentés des fonds propres durs. Cette quantité est souvent appelée NAV (*Net Asset Value*) et est définie par :  $NAV_t = A_t - BE_t$ .

La Directive Solvabilité 2 exige que l'assureur dispose d'un montant de fonds propres minimum afin d'éviter avec une probabilité supérieure à 99,5% qu'il se retrouve en situation de ruine économique à horizon 1 an. Cette probabilité de 99,5% équivaut à une occurrence maximale de ruine tous les 200 ans. Étant donné un horizon d'un an, une projection de la distribution des fonds propres pour cette période est nécessaire. La ruine économique se produit lorsque la valeur de marché des actifs de l'assureur est inférieure au BE des passifs.

Ainsi, le SCR correspond au capital cible nécessaire pour absorber les chocs provoqués par des événements imprévus dans l'année à venir avec une probabilité de 99,5%. Le SCR est donc défini comme le plus petit niveau tel que la probabilité de ruine économique l'année suivante ne dépasse pas 0,5%. En utilisant les notations de [Meh21] :

$$SCR = \inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(NAV_1 \leq 0 \mid NAV_0 = x) \leq 0,005\}$$

où :  $NAV_1$  représente les fonds propres économiques au temps  $t = 1$  et  $NAV_0$  représente les fonds propres économiques aujourd'hui.

En pratique, le SCR se calcule via le quantile de la distribution des pertes grâce à la *Value at Risk* (VaR). Par définition, la VaR de niveau  $\alpha \in [0, 1]$  associée au risque  $X$  est donnée par :

$$\begin{aligned} VaR(X, \alpha) &= \inf\{m \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}(X + m \leq 0) \leq \alpha\} \\ &= -\sup\{m' \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}(X < m') \leq \alpha\} \\ &= -q_\alpha(X). \end{aligned}$$

Ainsi, si  $D(0,1)$  est le déflateur entre l'année 0 et 1 et  $L$  la perte définie telle que :

$L = NAV_0 - D(0, 1) \times NAV_1$ . Le SCR se calcule comme :

$$\begin{aligned}
 SCR &= \inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(L \leq x) \geq 0,995\} \\
 &= \inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}((x - NAV_0) + D(0, 1) \times NAV_1 \leq 0) \leq 0,005\} \\
 &= NAV_0 + \inf\{x \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(D(0, 1) \times NAV_1 + x \leq 0) \leq 0,005\} \\
 &= NAV_0 + VaR_{0,5\%}(D(0, 1) \times NAV_1) \\
 &= NAV_0 - q_{0,5\%}(D(0, 1) \times NAV_1)
 \end{aligned}$$

### 1.4.3 TVOG

Lorsqu'un assuré souscrit à un contrat d'assurance vie, de nombreuses options et garanties contractuelles existent comme par exemple la garantie du capital investi, ou la présence d'un taux minimum garanti. Ces différentes options et garantis peuvent être source d'asymétrie.

La TVOG, *Time Value of the Options and Guarantees*, est le coût des options et garanties résultant de l'asymétrie de partage du sort entre actionnaire et assuré. En effet, l'assureur assume l'intégralité des pertes tandis que les bénéfices sont partagés avec l'assuré. En utilisant des méthodes stochastiques, il est possible de prévoir les différents coûts potentiels de ces options et garanties sur les marchés financiers. Cette TVOG s'obtient en faisant la différence entre la valeur déterministe et stochastique des résultats futurs.

#### Conclusion

Dans cette première partie, nous avons présenté les rapports, établi les concepts et donné les outils qui sont essentiels pour comprendre la suite de ce mémoire.

## Chapitre 2

# Intégration du risque climatique

Afin de respecter la neutralité carbone d'ici 2050, les États, les entreprises et les individus devront s'adapter et évoluer. Ces changements induisent un risque de transition qui peut exacerber le risque de marché auquel les assureurs sont déjà exposés. Ainsi, les compagnies d'assurance vont devoir intégrer le risque climatique dans leurs anticipations. Depuis 2020, les régulateurs tels que l'ACPR<sup>1</sup> en France, l'EIOPA<sup>2</sup> dans l'Union Européenne, la *Bank of England*<sup>3</sup> en Angleterre ou encore la *Federal Reserve System (FED)*<sup>4</sup> aux États-Unis mènent des exercices climatiques pilotes pour intégrer le risque climatique dans les prévisions et mesurer son impact sur les bilans des banques et des assureurs.

Dans ce chapitre, trois approches distinctes seront testées pour intégrer le risque climatique dans les trajectoires risque-neutre des actions et analyser leur impact sur le bilan d'une compagnie d'assurance virtuelle. En complément, une étude de sensibilité à la volatilité dans le cas de la troisième méthode sera menée.

Ce chapitre a conduit à une publication dans le Livre Blanc de Milliman réalisée en collaboration avec le bureau Milliman de Varsovie. Le bureau de Paris a principalement travaillé sur les scénarios économiques tandis que le bureau de Varsovie a pris en charge le modèle ALM. Le Livre Blanc [Mil24] est repris dans ce chapitre.

### 2.1 Données

Dans cette étude, différentes approches seront examinées pour intégrer le risque climatique dans les trajectoires risque-neutre des actions et analyser l'impact sur le bilan d'un assureur virtuel. Nous avons considéré une compagnie européenne dont le bilan est influencé par l'*Euro Stoxx 50*. L'objectif principal de ce travail est de proposer un cadre de modélisation à la granularité appropriée, conformément à la taxonomie européenne. Ainsi,

---

1. ACPR – Les principaux résultats de l'exercice pilote climatique 2020 – 2021 [https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/20210602\\_as\\_exercice\\_pilote.pdf](https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/20210602_as_exercice_pilote.pdf)

2. EIOPA – Climate stress test for the occupational pensions sector 2022 – December 2022 [https://www.eiopa.europa.eu/browse/financial-stability/occupational-pensions-stress-test/climate-stress-test-occupational-pensions-sector-2022\\_en](https://www.eiopa.europa.eu/browse/financial-stability/occupational-pensions-stress-test/climate-stress-test-occupational-pensions-sector-2022_en)

3. Bank of England – Results of the 2021 Climate Biennial Exploratory Scenario – May 2022 <https://www.bankofengland.co.uk/stress-testing/2022/results-of-the-2021-climate-biennial-exploratory-scenario>

4. FED – CRISK : Measuring the Climate Risk Exposure of the Financial System – September 2021 - [https://www.newyorkfed.org/medialibrary/media/research/staff\\_reports/sr977.pdf?sc\\_lang=en](https://www.newyorkfed.org/medialibrary/media/research/staff_reports/sr977.pdf?sc_lang=en)

dans certaines méthodes, l'*Euro Stoxx 50* sera décomposé par secteur d'activité, en suivant la classification établie par l'EIOPA. Les valeurs des chocs fournies par l'EIOPA pourront ensuite être appliquées aux rendements d'actifs selon leur secteur d'activité.

### 2.1.1 Indice

Dans cette étude, l'analyse s'est concentrée sur l'indice *Euro Stoxx 50*. Depuis 1998, cet indice boursier regroupe les 50 entreprises de la zone Euro ayant la plus grande capitalisation boursière. Chaque année, en septembre, une évaluation de la capitalisation boursière des sociétés de la zone Euro est réalisée afin de sélectionner les 50 sociétés qui composeront l'*Euro Stoxx 50*. La part de chaque entreprise dans cet indice est limitée à 10% et la pondération de l'indice évolue dans le temps en fonction des capitalisations boursières des entreprises. L'*Euro Stoxx 50* englobe environ 60% de la capitalisation boursière totale en zone Euro.

Dans l'étude, la liste des entreprises composant l'*Euro Stoxx 50* ainsi que leur poids dans l'indice proviennent du site Marketscreener<sup>5</sup> au 12 juin 2023. Dans notre étude, les poids et la liste des entreprises sont considérés comme invariants avec le temps ce qui est une hypothèse simplificatrice.

Les cotations de ces 50 entreprises, les taux Euribor 1 an et les volatilités implicites des *calls* sur l'indice proviennent du fournisseur de données Refinitiv. L'historique des cotations et des taux est journalier et s'étend du 2 janvier 2002 au 31 mai 2023. Dans ce mémoire, nous avons opté pour un échantillonnage mensuel en sélectionnant la dernière cotation disponible pour chaque mois, ce qui correspond à un total de 256 dates de cotations. Les volatilités implicites des *calls* sont cotées au 31 mars 2023 pour des maturités de 1 à 20 ans.

### 2.1.2 Secteur

Dans l'exercice climatique mené par l'EIOPA en 2022, une segmentation des entreprises fonction de leur classification dans la Nomenclature statistiques des Activités économiques dans la Communauté Européenne (code NACE) a été retenue. Ce système de classification a été instauré en 2009 afin d'uniformiser les pratiques dans l'Union Européenne. Dans ce mémoire, une segmentation identique est appliquée : pour chaque entreprise figurant dans l'*Euro Stoxx 50*, un code NACE unique est attribué en se fondant sur les ressources de la Commission européenne<sup>6</sup>. Toutefois, certaines entreprises au sein de l'indice sont associées à plusieurs codes NACE distincts. Dans de tels cas, si l'information est disponible, le code NACE correspondant à l'activité représentant une part prédominante du chiffre d'affaire a été retenu dans ce travail. La liste des entreprises est présente dans l'Annexe A.1. En l'absence d'informations, le code NACE représentant le choc EIOPA le plus adverse a été choisi.

Après l'attribution d'un code NACE unique pour chaque entreprise composant l'indice, il s'avère que 13 secteurs distincts sont représentés. Dans la Table 2.1 figure le code NACE associé à chaque entreprise, le secteur d'activité correspondant et le poids de ce secteur dans

---

5. Site : <https://www.marketscreener.com/quote/index/EURO-STOXX-50-7396/components/>

6. Site : <https://competition-cases.ec.europa.eu/search> et [https://ec.europa.eu/competition/mergers/cases/index/by\\_NACE\\_a\\_.html](https://ec.europa.eu/competition/mergers/cases/index/by_NACE_a_.html)

l'*Euro Stoxx 50*. Le secteur 23, qui est principalement composé de banques et d'assureurs, représente presque un tiers de l'indice. Ensuite, le secteur 11, qui est lié à la production de produits informatiques, électroniques et optiques, est le deuxième secteur le plus représenté dans l'*Euro Stoxx 50*, constituant 17% de celui-ci.

### 2.1.3 Choc EIOPA

Les chocs que l'on va appliquer sur les actions proviennent de l'exercice mené par l'EIOPA en 2022 : *Climate stress test for the occupational pensions sectors*<sup>7</sup>. Dans ce document, l'EIOPA fournit les différents chocs à appliquer selon le code NACE de l'entreprise. Les chocs sont retranscrits dans la Table 2.2.

## 2.2 Paramétrage des différentes approches

Trois approches distinctes pour intégrer le risque climatique dans les scénarios risque-neutre des actions ont été expérimentées. Les trois méthodes sont présentées de la plus générale à la plus détaillée.

### 2.2.1 Méthode n°1

Cette méthode est l'approche standard qui est couramment utilisée. Les actions qui composent le portefeuille action de la compagnie sont toutes représentées par un même facteur risque financier, qui est calibré sur l'*Euro Stoxx 50*. Les trajectoires de cet indice seront utilisées dans le modèle ALM pour faire vieillir le bilan de la compagnie. Ainsi, la structure de volatilité est identique pour les 13 secteurs composant l'indice, elle correspond à celle de l'*Euro Stoxx 50*.

Le facteur de risque action, dont la valeur au temps  $t$  est notée  $A_t$ , est modélisé suivant une dynamique de type Black-Scholes avec une volatilité variable au cours du temps :

$$\frac{dA_t}{A_t} = r_t dt + \sigma(t) dB_t$$

où

- $r_t$  est le taux instantané sans risque au temps  $t$  ;
- $B$  est un mouvement Brownien standard dirigeant le facteur de risque action ;
- la fonction constante par morceaux  $t \mapsto \sigma(t)$  représente la volatilité et est calibrée à partir des données de marché. Plus précisément, cette fonction est déterminée en utilisant les volatilités implicites de l'*Euro Stoxx 50* des *calls* européens à la monnaie ayant des maturités de 1 à 20 ans cotés le 31 mars 2023.

### 2.2.2 Méthode n°2

Dans cette seconde approche, les 13 secteurs constituant l'*Euro Stoxx 50* sont modélisés grâce à 13 facteurs de risque actions distincts. Par conséquent, le GSE générera autant de

7. Site : [https://www.eiopa.europa.eu/browse/financial-stability/occupational-pensions-stress-test/climat-e-stress-test-occupational-pensions-sector-2022\\_en](https://www.eiopa.europa.eu/browse/financial-stability/occupational-pensions-stress-test/climat-e-stress-test-occupational-pensions-sector-2022_en)

Code NACE	Numéro du secteur	Poids dans l'indice	Entreprises	Activités
B05-B09	3	6,1%	Eni, TotalEnergies	Industries extractives
C10-C12	4	4,1%	Anheuser-Busch InBev, Danone, Pernod Ricard	Industries alimentaires, fabrication de boissons, fabrication de produits à base de tabac
C13-C18	5	11,9%	Adidas, Hermès, Kering, LVMH, Inditex	Fabrication de textiles, industrie de l'habillement, industrie du cuir et de la chaussure
C20	7	6,3%	BASF, Bayer, L'Oreal	Industrie chimique
C21-C22	8	3,4%	Sanofi	Industrie pharmaceutique
C26-C28	11	17,2%	ASML Holding, EssilorLuxottica, Infineon Technologies, Schneider electric, Siemens	Fabrication de produits informatiques, électroniques, optiques, d'équipements électriques, de machines et équipements
C29-C30	12	4,1%	Airbus, Safran	Fabrication matériels de transport
D35	14	6,0%	Air Liquide, Enel, Iberdola	Production et distribution d'électricité, de gaz, de vapeur et d'air conditionné
F41-F43	16	2,8%	Nokia, Vinci	Construction
G45-G47	17	7,1%	Ahold Delhaize, BMW, CRH, Mercedes-Benz, Stellantis, Volkswagen	Commerces, réparation d'automobiles et de motocycles
H49	18	1,3%	Deutsche Post	Transports et entreposage
L68	22	0,6%	Vonovia	Activités immobilières
<i>Other</i>	23	29,2%	Adyen, Allianz, Axa, BBVA, Banco Santander, BNP Paribas, Deutsche Börse, Deutsche Telekom, Flutter Entertainment, ING Group, Intesa Sanpaolo, Unicredit, Nordea Bank, Muich Re, Prosus, SAP	Autres

TABLE 2.1 – Composition de l'indice *Euro Stoxx 50* par code NACE

Code NACE	Numéro du secteur	Stress test (% de variation)
A01	1	-11,5
A02-A03	2	-11,8
B05-B09	3	-37,8
C10-C12	4	-12,3
C13-C18	5	-10,9
C19	6	-32,2
C20	7	-12,7
C21-C22	8	-11,1
C23	9	-20,4
C24-C25	10	-15,3
C26-C28	11	-11,1
C29-C30	12	-11,2
C31-C33	13	-9,8
D35	14	-23,0
E36-E39	15	-13,1
F41-F43	16	-11,5
G45-G47	17	-13,4
H49	18	-22,6
H50	19	-12,7
H51	20	-14,2
H52-H53	21	-10,8
L68	22	-12,0
<i>Other</i>	23	-14,3

TABLE 2.2 – Chocs par code NACE fournis par l'EIOPA

trajectoires qu'il y a de secteurs d'activités présents dans le portefeuille de l'entreprise. Dans cette approche, les 13 facteurs de risque actions ont la même structure de volatilité et une structure de corrélation doit être définie.

Pour générer nos trajectoires, nous allons utiliser les historiques des 50 actions ainsi que leur poids dans l'*Euro Stoxx 50* afin de créer 13 indices sectoriels.

Introduisons quelques notations :

- $S_t^i$  correspondant au prix de la  $i^{\text{ème}}$  action composant l'indice au temps  $t$ , pour  $i$  allant de 1 à 50 ;
- $w_i$  correspondant au poids de la  $i^{\text{ème}}$  action dans l'*Euro Stoxx 50* (supposé constant dans le temps).

Avec ces notations, la valeur de l'*Euro Stoxx 50* au temps  $t$  s'écrit :

$$A_t = \sum_{i=1}^{50} w_i S_t^i$$

Avec la classification par code NACE, 13 indices sectoriels différents sont obtenus. Pour le secteur d'activité noté  $I$ , nous avons :

$$S_t^I = \frac{1}{\bar{w}_I} \sum_{i \in I} w_i S_t^i \quad (2.1)$$

où l'on a introduit  $\bar{w}_I = \sum_{i \in I} w_i$ . Avec ces notations, la valeur de l'*Euro Stoxx 50* s'exprime en fonction des indices sectoriels :

$$A_t = \sum_{I=1}^{13} \bar{w}_I S_t^I \quad (2.2)$$

Ces 13 indices sectoriels sont modélisés avec des dynamiques de type Black-Scholes, à volatilité dépendante du temps :

$$\frac{dS_t^I}{S_t^I} = r_t dt + \sigma(t) dB_t^I \quad (2.3)$$

où :

- $B^I$  est un mouvement Brownien standard ;
- $\sigma(t)$  représente la volatilité et est identique à la fonction de volatilité calibrée dans la première méthode c'est-à-dire résultant du calibrage sur la structure de volatilité de l'*Euro Stoxx 50*.

Dans cette démarche, la structure de corrélation entre les indices sectoriels modélisés doit être définie. Pour ce faire, on estime la corrélation entre les indices sectoriels en considérant les log-rendements actualisés des données historiques :

$$R_{t_k}^I = \ln \left( \frac{S_{t_k}^I / (1 + \text{ERB}(t_k, 1))}{S_{t_{k-1}}^I / (1 + \text{ERB}(t_{k-1}, 1))} \right) \quad (2.4)$$

avec  $\text{ERB}(t_k, 1)$  correspondant à la valeur à la date  $t_k$  du taux Euribor 1 ans. Les corrélations historiques entre les log-rendements des indices sectoriels correspondent aux corrélations cibles que nous cherchons à reproduire. Si la matrice de corrélation empirique est semi-définie positive, alors la corrélation entre les mouvements Browniens  $B^I$ , guidant la trajectoire de  $S^I$ , et  $B^J$ , guidant la trajectoire de  $S^J$ , est égale à :

$$\rho_{I,J} = \text{Cor}(B^I, B^J) = \text{Cor}(R^I, R^J)$$

Dans le cas contraire, la matrice de corrélation historique sera ajustée afin d'obtenir une matrice qui est suffisamment proche de la matrice d'origine tout en étant semi-définie positive. La matrice de corrélation entre les différents mouvements Browniens correspondra à cette nouvelle matrice.

En utilisant les données historiques mensuelles de janvier 2002 à mai 2023, nous avons estimé les corrélations empiriques entre chaque indice sectoriel. Les résultats sont illustrés dans la Figure 2.1. On note que toutes les corrélations empiriques sont positives. Dans l'ensemble, le secteur L68, constitué des activités immobilières, et le secteur *Other*, principalement représenté par des banques et des compagnies d'assurance, présentent les plus basses corrélations avec les autres secteurs. La corrélation la plus faible, 14%, est observée entre ces deux secteurs. A l'inverse, la corrélation la plus élevée, 71%, est relevée entre le secteur C13-C18, représentant les entreprises de l'habillement, et le secteur C26-C28, composé de l'industrie des produits informatiques, électroniques et optiques, deux secteurs ayant connu une croissance rapide ces dernières années. De plus, une corrélation de 66% est constatée entre le secteur C20, qui représente l'industrie chimique, et C26-C28, qui englobe l'industrie des produits informatiques, électroniques et optiques. Cette corrélation élevée est cohérente, étant donné que l'industrie chimique fait appel à des équipements techniques pour sa production.

Les intervalles de confiance autour des corrélations estimées,  $\hat{\rho}_{I,J}$ , à un niveau de confiance de 95% sont calculés grâce à la transformation de Fisher de la corrélation :

$$z_{I,J} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \hat{\rho}_{I,J}}{1 - \hat{\rho}_{I,J}} \right).$$



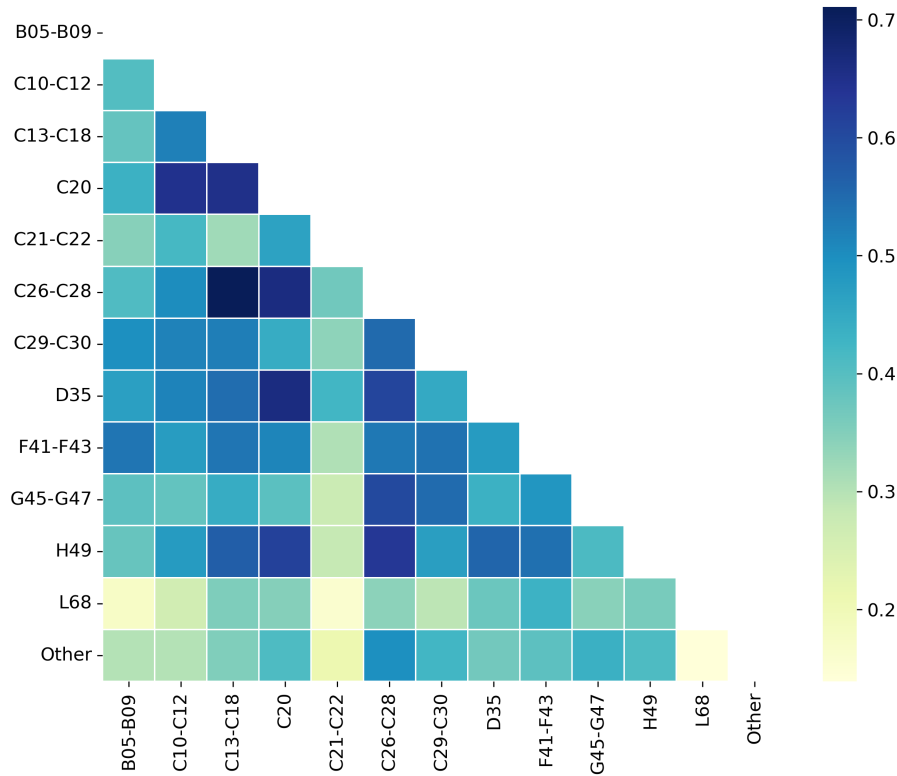


FIGURE 2.1 – Les corrélations empiriques entre les indices sectoriels

L'intervalle de confiance de la transformation de Fisher s'écrit :

$$Z_{I,J}^{\pm}(\alpha) = z_{I,J} \pm \phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) \sqrt{\frac{1}{N-3}}$$

où :

- $\phi$  représente la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite et donc  $\phi^{-1}(k)$  représente le quantile d'une loi normale centrée réduite d'ordre  $k$  ;
- $\alpha$  est le niveau de confiance de l'intervalle construit, fixé à la valeur de 95% dans nos calculs ;
- $N$  est le nombre d'observations, ici 256.

Afin d'obtenir l'intervalle de confiance désiré sur les coefficients de corrélations, on réalise l'opération inverse de la transformation de Fisher :

$$IC_{I,J}(\alpha) = \left[ \frac{e^{2Z_{I,J}^{-}(\alpha)} - 1}{e^{2Z_{I,J}^{+}(\alpha)} - 1} ; \frac{e^{2Z_{I,J}^{+}(\alpha)} - 1}{e^{2Z_{I,J}^{-}(\alpha)} - 1} \right] \quad (2.5)$$

La Figure 2.2 représente les corrélations avec leur intervalle de confiance à un niveau de 95% pour les 10 paires d'indices sectoriels dont les pondérations sont les plus élevées au sein de l'*Euro Stoxx 50*.

On aurait pu espérer simplifier la structure de corrélation en fixant certains coefficients à zéro si les intervalles de confiance contenaient la valeur 0. Ce n'est pas le cas donc nous conservons les corrélations estimées comme cibles.

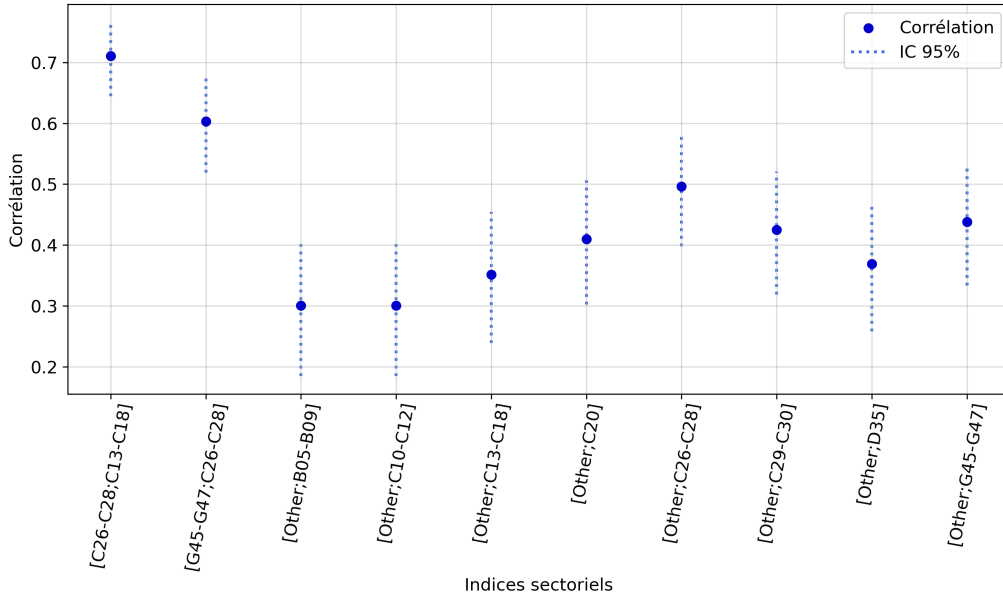


FIGURE 2.2 – Les corrélations historiques inter-sectorielles avec les intervalles de confiance de Fisher à un niveau de 95%.

### 2.2.3 Méthode n°3

Dans cette troisième approche, une granularité plus fine est adoptée. La distinction entre les secteurs faite à la méthode n°2 est maintenue et, en plus, une structure de volatilité spécifique pour chaque indice sectoriel est intégrée. Comme dans les méthodes précédentes, nous utiliserons la dynamique de Black-Scholes pour modéliser les facteurs de risque liés aux actions. En revanche, l'Équation (2.3) est modifiée comme suit :

$$\frac{dS_t^I}{S_t^I} = r_t dt + \sigma_I dB_t^I \quad (2.6)$$

où  $\sigma_I$  représente la volatilité de l'indice sectoriel  $I$  et nécessite d'être calibrée. Or, il n'existe pas d'option européenne dont le sous-jacent serait un indice sectoriel ou une action singulière qui le compose. Par conséquent, nous avons opté pour une approche où les volatilités  $\sigma_I$  sont fixées constantes égales aux volatilités historiques estimées sur les données mensuelles puis annualisées. Dans ce modèle, les volatilités sont sans dépendance temporelle, contrairement aux paramétrages précédents. Les volatilités retenues sont fournies dans la Table 2.3.

Cependant, pour être cohérent avec les informations du marché, ou *market consistent*, une nouvelle structure de corrélation a été déterminée de manière à ce que la volatilité totale intégrée dans les indices sectoriels soit cohérente avec la structure de volatilités d'options sur l'*Euro Stoxx 50* cotées sur les marchés (et utilisés dans les méthodes n°1 et 2). Pour y parvenir, il a été observé que la volatilité de l'indice global défini dans l'Équation (2.2) incorporée dans les trajectoires simulées grâce au modèle défini dans l'Équation (2.6) est donnée par :

$$\sigma_{tot}^2 = \sum_{I,J=1}^{13} \bar{w}_I \bar{w}_J \hat{\rho}_{I,J} \sigma_I \sigma_J. \quad (2.7)$$

Code NACE	Numéro du secteur	Volatilité historique (%)
B05-B09	3	20,17
C10-C12	4	16,56
C13-C18	5	22,09
C20	7	17,95
C21-C22	8	19,39
C26-C28	11	24,73
C29-C30	12	30,57
D35	14	16,02
F41-F43	16	22,19
G45-G47	17	26,14
H49	18	29,44
L68	22	25,52
<i>Other</i>	23	26,19

TABLE 2.3 – Volatilités historiques par code NACE.

Nous voulons imposer que  $\sigma_{tot}$  soit égale à la moyenne des volatilités implicites des *calls* sur l'*Euro Stoxx 50* pour des maturités de 1 à 10 ans,  $\sigma_{STX50} = 19,81\%$ . Cependant, pour atteindre cette égalité, quelques degrés de liberté doivent être accordés. Les pondérations ( $\bar{w}_I$  présent dans la Table 2.1), les volatilités historiques ( $\sigma_I$ , se référer à la Table 2.3) ont été fixées ainsi nous avons choisi d'ajuster certaines valeurs de corrélations pour parvenir à imposer l'égalité (2.7).

Afin de respecter l'égalité recherchée (Équation (2.7)), la détermination des corrélations à ajuster a été effectuée de la manière suivante. L'objectif était de minimiser autant que possible le nombre de corrélations ajustées, d'où notre choix de sélectionner les paires associées aux poids les plus importants dans l'indice. Ainsi, huit paires ont été identifiées pour lesquelles les valeurs des corrélations ont été modifiées. Diminuer le nombre de paires de corrélations ne nous permettait pas de reproduire correctement la volatilité cible. Ces paires étaient constituées du secteur *Other*, principalement composé de banques et d'assurances, ainsi que du secteur C26-C28, lié à la fabrication de produits informatiques, électroniques, optiques, électriques et de machines. Les huit corrélations ajustées après optimisation sont présentées dans la Table 2.4.

Code NACE	Corrélation historique	Corrélation ajustée
[C13-C18 x C26-C28]	0,71	0,85
[C13-C18 x <i>Other</i> ]	0,35	0,90
[C20 x C26-C28]	0,66	0,83
[C20 x <i>Other</i> ]	0,41	0,86
[C26-C28 x G45-G47]	0,60	0,86
[C26-C28 x <i>Other</i> ]	0,50	0,90
[C29-C30 x <i>Other</i> ]	0,42	0,85
[G45-G47 x <i>Other</i> ]	0,44	0,84

TABLE 2.4 – Liste des corrélations ajustées.

### 2.2.4 Sensibilité à la volatilité

Dans ce paragraphe, des analyses de sensibilité à la volatilité seront effectuées sur les paramètres de la méthode n°3, présentée précédemment dans le Paragraphe 2.2.3. Le but est d'observer l'effet de la variation de la volatilité des indices des actions sur le *Best Estimate* (BE). Comme la plupart des *stress tests* climatiques ne précisent pas comment les volatilités sont affectées, cette quatrième étude est une étape vers la compréhension de ce mécanisme.

En utilisant les chocs EIOPA (Table 2.2), nous classifions les secteurs du plus émetteur, dit 'brun', au moins émetteur, dit 'vert'. Par exemple, le secteur B05-B09, qui correspond à l'industrie extractive, est le "plus" 'brun' avec un choc EIOPA de -37,8%. À l'opposé, le secteur C13-C18, associé aux entreprises de l'industrie de l'habillement, est associé à un choc EIOPA de -10,9% et est donc considéré comme le "plus" 'vert'. Dans le cadre de cette étude, ces deux indices sectoriels seront utilisés pour mesurer l'impact des variations de volatilité.

Plus précisément, nous nous intéressons au ratio entre les volatilités glissantes réalisées sur les six derniers mois et les volatilités estimées sur l'ensemble de la période historique considérée (et données dans la Table 2.3). Ces volatilités historiques, utilisées pour configurer la méthode n°3, sont indiquées dans la Table 2.3. Il est important de noter que la volatilité réalisée est calculée de manière rétrospective : à chaque date, le ratio est calculé à partir des volatilités observées sur les six mois précédents. Ce ratio de volatilité au cours du temps pour les secteurs B05-B09 et C13-C18 est présenté dans la Figure 2.3.

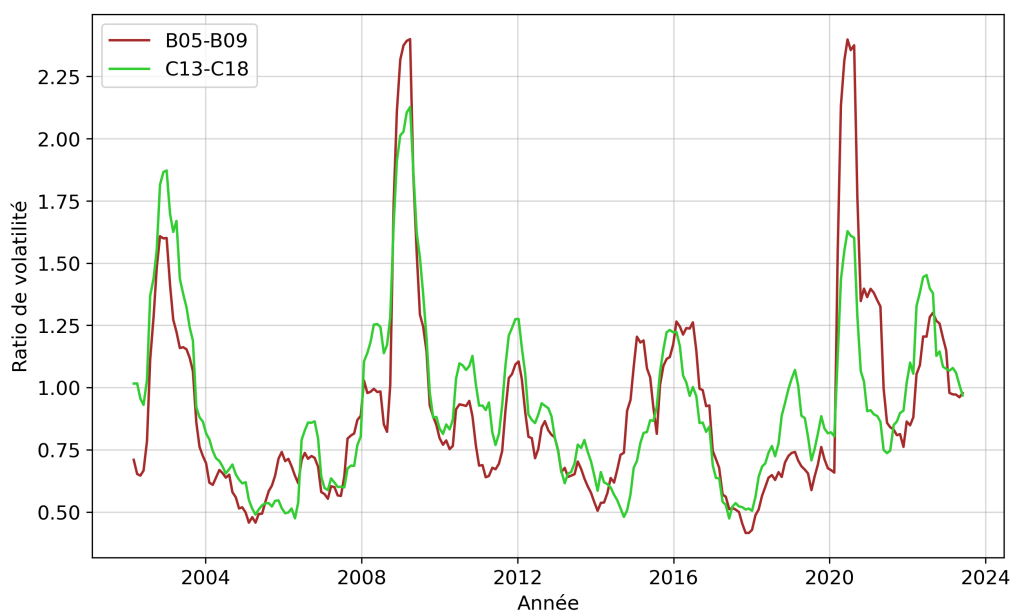


FIGURE 2.3 – Évolution des volatilités réalisées sur 6 mois par rapport à la volatilité sur l'ensemble de la période

Une variation dans la fourchette de valeurs  $[0,4 ; 2,4]$  est observée pour les deux ratios. L'explosion des ratios en période de crise économique n'est pas surprenante. Au sommet de la crise de la COVID-19 en juin 2020, le ratio de volatilité était de 2,4 pour l'actif 'brun' et de 1,6 pour l'actif 'vert'. Selon l'article [LBGF23], les volatilités long terme des actifs 'brun'

augmenteraient significativement contrairement à celle des actifs 'verts'. En effet, l'intérêt des investisseurs pour les actifs 'bruns' pourrait progressivement diminuer, contrairement aux actifs 'verts'. De plus, l'article démontre que les corrélations long terme entre les actifs 'bruns' et 'verts' diminuent avec une augmentation du risque climatique. Enfin, il met en évidence que le *hedging* entre deux indices boursiers peut-être amélioré en introduisant le facteur de risque climatique dans la composante à long terme de la corrélation. Dans notre analyse, nous focalisons notre attention sur la première conclusion de l'article. Ainsi, dans une perspective conservatrice, deux sensibilités ont été mises en œuvre par rapport au scénario défini dans le Paragraphe précédent 2.2.3, prenant en compte :

- **Paramétrage n°4** : un doublement de la volatilité du secteur 'brun' B05-B09 ;
- **Paramétrage n°5** : une division par deux de la volatilité du secteur 'vert' C13-C18.

Les volatilités considérées pour ces deux sensibilités figurent dans la Table 2.5.

Code NACE	Numéro du secteur	Volatilité historique	Volatilité stressée
B05-B09	3	20,17%	40,34%
C13-C18	5	22,09%	11,05%

TABLE 2.5 – Volatilités mensuelles annualisées par code NACE

## 2.3 Analyses des scénarios

Milliman ESG<sup>8</sup> a été utilisé pour générer les tables de scénarios économiques nécessaires, qui servent ensuite comme données d'entrées dans l'algorithme ALM.

Nous avons généré des tables contenant 5000 simulations de trajectoires d'actions et de taux d'intérêt sur un horizon de 30 ans.

Pour les taux zéro-coupon, la maturité maximale considérée est de 30 ans. Afin de modéliser les taux d'intérêts, le modèle Libor Market Model (LMM) a été utilisé (voir Annexe A.2.1). Ce modèle de taux est fréquemment utilisé par les banques et les compagnies d'assurance. On l'appelle modèle de marché car il modélise les taux *forward* qui sont des quantités observables sur les marchés. Ainsi, le GSE simule des taux *forward*. Pour déterminer les prix zéro-coupon, nous utilisons la relation suivante :

$$P(T_i, T_{i+m}) = \prod_{j=0}^{m-1} \frac{1}{1 + F_{i+j}(T_i)}$$

Les indices boursiers, tels que présentés dans les Paragraphes 2.2.1, 2.2.2, 2.2.3 et 2.2.4 précédents, ont été modélisés à l'aide d'un modèle type Black-Scholes avec une volatilité déterministe constante par morceaux. Dans ce modèle nous avons supposé avoir accès au taux court  $r_t$  alors que cette quantité n'est pas observable en pratique. Ainsi, on utilise une approximation du taux court grâce au prix zéro-coupon :

$$P(0, t) = \mathbb{E}[D(t)] = \exp(-r_t t) \Leftrightarrow r_t = -\frac{1}{t} \ln(P(0, t))$$

Les dividendes sont tous modélisés de manière stochastique à l'aide d'un processus positif de

8. Site : <https://www.milliman.com/en/products/economic-scenario-generator>

Cox-Ingersoll-Ross, dont les détails ne seront pas abordés dans ce mémoire. Les paramètres sont identiques pour tous les indices sectoriels et dans nos trois méthodes. Ce modèle est présenté en Annexe A.2.2.

Ces simulations ont été réalisées en univers risque-neutre, où tous les actifs rapportent en moyenne le taux sans risque. Après calibrage des modèles et simulations des trajectoires, Milliman ESG réalise un certain nombre de tests sur celles-ci dans l'objectif de s'assurer de la bonne validité des simulations. Notamment, trois types de tests sont réalisés :

- **Les tests martingales**, qui vérifient l'hypothèse fondamentale selon laquelle les prix actualisés sont martingales dans l'univers risque-neutre. La vérification suivante est effectuée :

$$\mathbb{E}[D(0, t)S_t] = S_0$$

où  $S_t$  représente le prix de l'action en  $t$ ,  $D(0, t)$  est le déflateur entre 0 et  $t$  et  $\mathbb{E}$  représente l'espérance sous la probabilité risque-neutre et est estimée sur les trajectoires comme étant la moyenne empirique de l'indice action actualisé au temps  $t$ .

- **Les tests de *market consistency***, qui consistent à recalculer empiriquement sur les scénarios les prix des instruments ayant servi au calibrage. En effet, sous la probabilité risque-neutre, le prix d'une option s'écrit comme l'espérance de sa valeur finale actualisée au taux sans risque que l'on peut estimer par une moyenne empirique. Ces prix Monte-Carlo sont convertis en volatilités implicites Monte-Carlo en inversant la formule de Black-Scholes (dans le cas d'un *call* : Équation (1.5)). Pour réaliser ce test, on compare donc les volatilités implicites de marché avec les volatilités implicites Monte-Carlo.
- **Les tests sur les corrélations** qui permettent de comparer la matrice de corrélation recalculée empiriquement sur les trajectoires avec la matrice cible historique à différentes dates de projection. On compare les corrélations moyennes estimées à chaque pas de temps, dites corrélations Monte-Carlo, avec les corrélations historiques données en entrée du GSE.

Dans ce qui suit, les résultats de ces tests pour les trois tables générées, représentant les trois approches distinctes de l'intégration du risque climatique dans les trajectoires risque-neutre des actions, sont présentés.

### 2.3.1 Méthode n°1

Nous rappelons que la première table correspond à la méthode standard d'application d'un choc action : un seul facteur de risque action calibré sur l'indice *Euro Stoxx 50*, avec une structure de volatilité calibrée sur la volatilité implicite de l'*Euro Stoxx 50* des *calls* ATM cotées sur les marchés au 31 mars 2023, pour les maturités 1 à 20 ans. Le niveau de départ des trajectoires actions coïncide avec le niveau de l'*Euro Stoxx 50* au 31 mars 2023.

La Figure 2.4 illustre le résultat du test martingale à chaque date de simulation  $t$  :

$$\frac{\mathbb{E}[D(0, t)S_t]}{S_0} - 1.$$

Sur notre horizon de projection de 30 ans, il est observé que les espérances des prix actualisés, simulés par la méthode de Monte-Carlo, se rapprochent de la valeur initiale de l'indice. Les tests martingales sont satisfaisants puisque restant dans l'intervalle de confiance à 95%, et l'écart relatif maximal atteint 1,44%.

Le résultat du test de *market consistency* est illustré dans la Figure 2.5. Nous constatons

que la volatilité implicite recalculée à l'aide des simulations est très proche de la volatilité implicite du marché.

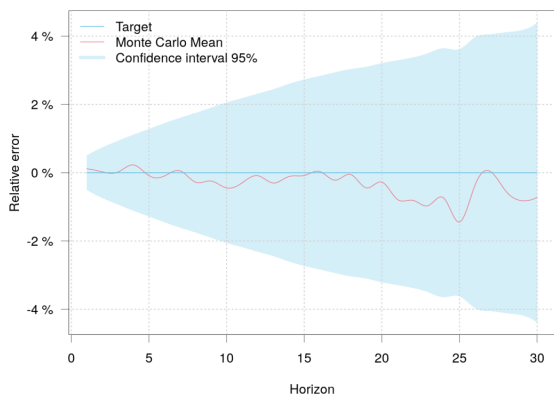


FIGURE 2.4 – Test martingale - Méthode n°1

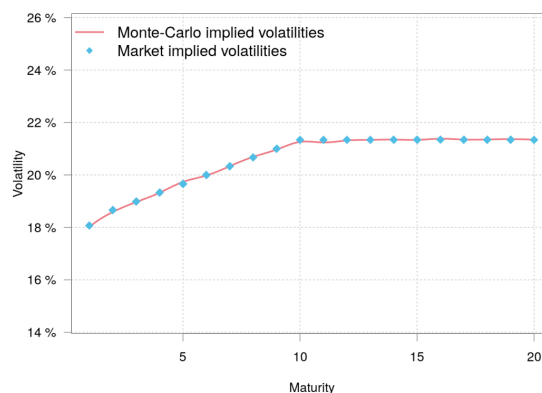


FIGURE 2.5 – Test de *market consistency* - Méthode n°1

Ces deux tests nous permettent de valider les simulations utilisées dans la méthode n°1.

### 2.3.2 Méthode n°2

La seconde table correspond à une différenciation des 13 facteurs de risque actions selon les secteurs présents dans l'*Euro Stoxx 50*. Ces 13 indices partagent la même structure de volatilité, qui est calibrée sur la volatilité implicite *Euro Stoxx 50* des *calls* ATM cotées sur les marchés au 31 mars 2023, sur les maturités 1 à 20, et sont modélisés au moyen d'une structure de corrélation ad hoc, calibrée sur l'historique. Le niveau de départ des trajectoires actions coïncide avec le niveau des 13 indices sectoriels au 31 mars 2023.

Dans cette section, 13 facteurs actions correspondant aux 13 indices sectoriels ont été simulés, ce qui signifie que 13 tests martingales et de *market consistency* ont été réalisés. Seuls les tests des deux indices sectoriels ayant donné les résultats les moins favorables seront présentés. Il s'agit des secteurs correspondant aux codes NACE F41-F43, associé à la construction, et G45-G47, associé aux commerces d'automobiles, illustrés dans les Figures 2.6 et 2.7 respectivement. Les tests martingales sont satisfaisants puisque restant dans l'intervalle de confiance à 95%. L'écart relatif maximal des tests martingales sur les indices sectoriels est de 1,83% pour le secteur F41-F43 et de 2,03% pour le secteur G45-G47.

Étant donné que la structure de la volatilité est la même pour les 13 secteurs modélisés, les résultats du test de *market consistency* sont identiques et très similaires à ce qui est observé pour la méthode n°1. Ils sont présentés dans la Figure 2.8. Il a été constaté que la volatilité implicite, recalculée à partir des simulations, est similaire à la volatilité implicite du marché.

Ces tests permettent la validation des résultats des projections obtenues dans le GSE pour cette deuxième méthode.

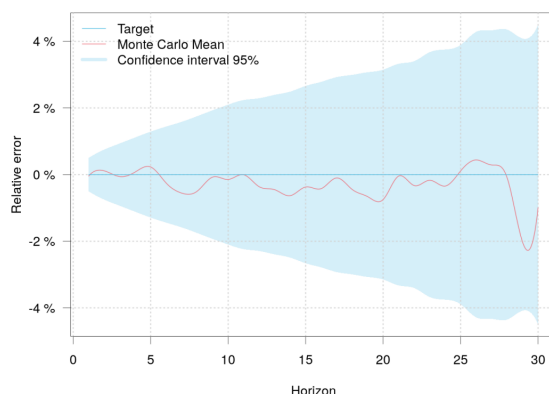
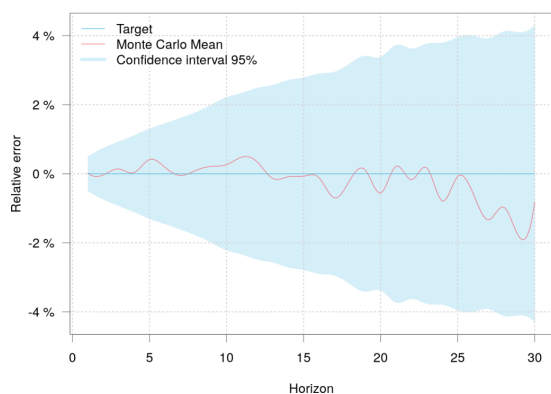


FIGURE 2.6 – Test martingale (F41-F43) - Méthode n°2. FIGURE 2.7 – Test martingale (G45-G47) - Méthode n°2.

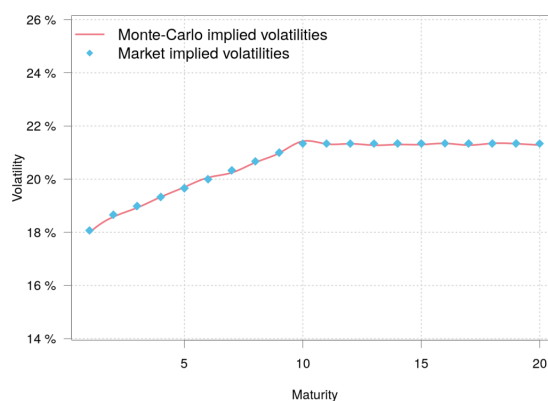


FIGURE 2.8 – Test de *market consistency* - Méthode n°2.

### 2.3.3 Méthode n°3

La troisième table correspond à une différenciation des 13 facteurs de risque actions selon les secteurs présents dans l'*Euro Stoxx 50*, avec cette fois une structure de volatilité différenciée, dérivée des données historiques, et une structure de corrélation calibrée pour satisfaire l'Équation (2.7). Le niveau de départ des trajectoires des actions correspond au niveau des 13 indices sectoriels au 31 mars 2023.

Comme pour la seconde méthode, les deux tests ayant donné les résultats les moins favorables parmi les 13 disponibles seront présentés.

Les résultats des tests martingales pour le secteur correspondant aux codes NACE C29-C30, constitué des entreprises de fabrication du matériel de transports, et H49, composé des activités de transports, sont présentés dans les Figures 2.9 et 2.10 respectivement. Les tests martingales sont satisfaisants et l'écart relatif maximal observé est de 5,08% pour le secteur C29-C30 et de 3,88% pour le secteur H49.

Les résultats des tests de *market consistency* sont illustrés dans les Figures 2.11 et 2.12, correspondant respectivement au secteur C29-C30 et H49. Nous constatons que la volatilité implicite recalculée à partir des simulations est très proche de la volatilité implicite du marché pour tous les secteurs, fixée à 19,81%.



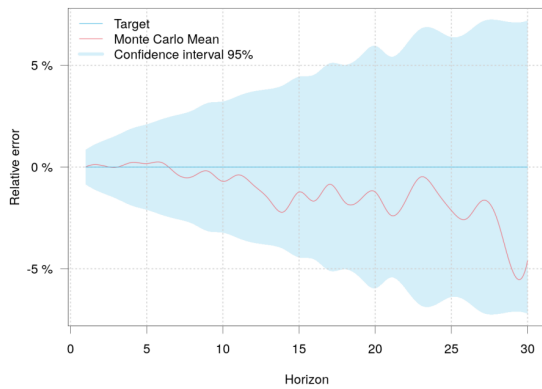


FIGURE 2.9 – Test martingale (C29-C30) - Méthode n°3.

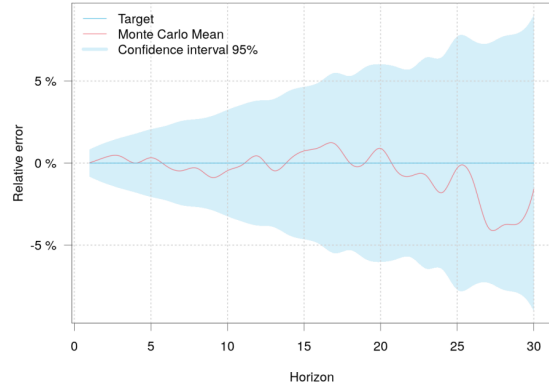
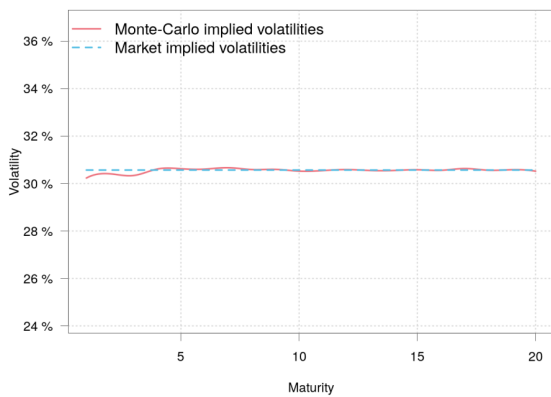
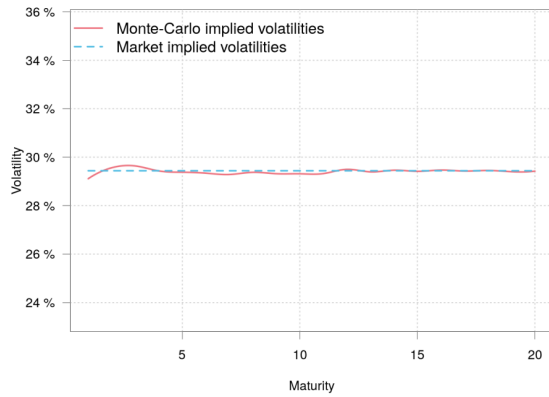


FIGURE 2.10 – Test martingale (H49) - Méthode n°3.

FIGURE 2.11 – Test de *market consistency* (C29-C30) - Méthode n°3.FIGURE 2.12 – Test de *market consistency* (H49) - Méthode n°3.

Dans cette troisième approche, un nouveau test de *market consistency* peut être effectué. Pour rappel, dans cette méthode, les corrélations ont été calibrées pour satisfaire l'Équation (2.7). Le but de ce nouveau test est de vérifier que cette équation est bien satisfaite. Ainsi, il est possible de comparer la volatilité implicite de l'*Euro Stoxx 50* (volatilité cible), pour laquelle nous avons choisi  $\sigma_{tot} = 19,81\%$ , et la volatilité reconstituée à partir des 13 indices (volatilité simulée). Un intervalle de confiance à 95% a pu être construit autour de notre calcul de volatilité simulée :

$$IC(\alpha, \sigma_s) = \left[ \sigma_s \times \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{N-1, \frac{1+\alpha}{2}}^2}} ; \sigma_s \times \sqrt{\frac{N-1}{\chi_{N-1, \frac{1-\alpha}{2}}^2}} \right] \quad (2.8)$$

Où :

- $\sigma_s$  est l'estimation de la volatilité totale ;
- $N$  est le nombre de simulations ;
- $\chi_{m,x}^2$  est le  $x$ -quantile d'une loi du Khi-deux à  $m$  degrés de liberté ;
- $\alpha$  est le niveau de confiance de valeur 95% dans nos calculs.

La Figure 2.13 montre l'évolution dans le temps de la volatilité simulée par rapport à

la volatilité cible avec un intervalle de confiance à 95%. Il apparaît que la volatilité simulée est un peu plus faible que le niveau cible, mais cet écart est tout à fait acceptable.

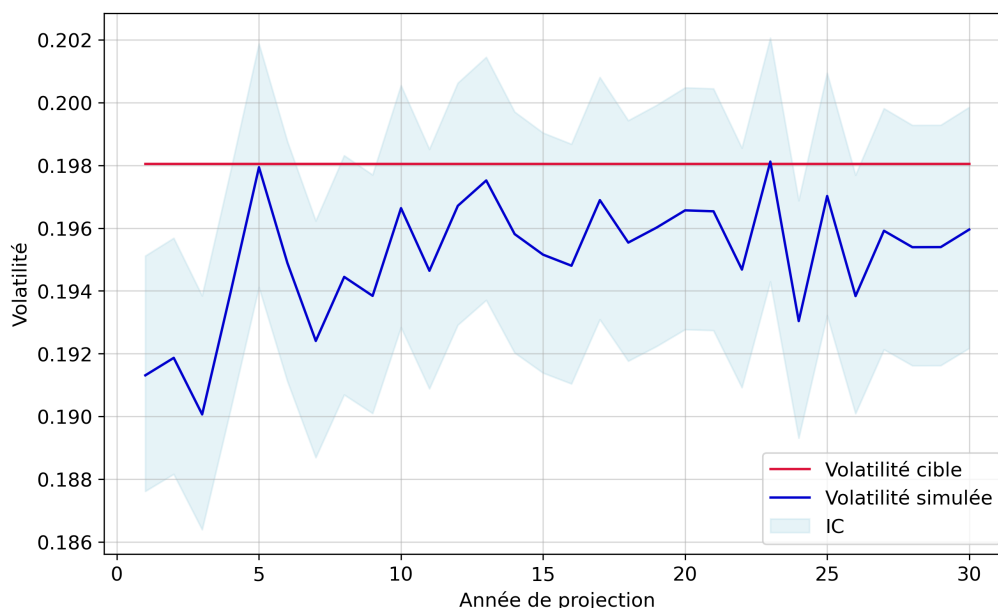


FIGURE 2.13 – Test de *market consistency* pour la volatilité totale.

Ainsi, les tests réalisés pour cette troisième méthode sont satisfaisants et valident nos tables générées par le GSE.

## 2.4 ALM

### 2.4.1 Présentation

Les modèles de gestion d'actif et de passif aussi appelé ALM, *Asset Liability Management*, sont utilisés en assurance afin de projeter sur un horizon temporel les flux de trésorerie d'un assureur.

Pour l'assurance vie, les rendements des actifs ont un impact direct sur la valorisation de l'actif mais aussi sur le passif via les interactions actif-passif, notamment à travers les rachats ou encore la participation aux bénéfices. Cette interaction forte entre l'actif et le passif a conduit au développement des modèles ALM. Cette modélisation dépend des caractéristiques des compagnies d'assurance et des portefeuilles modélisés. La complexité des modèles varie selon les besoins. Le but est de définir une stratégie optimale d'allocation d'actif en fonction des caractéristiques de la compagnie et permettant d'assurer la solvabilité de la compagnie. En particulier, les résultats obtenus grâce à l'algorithme ALM permettent de déterminer le BE d'un assureur.

Cette modélisation a pour objectif de rendre compte des flux financiers futurs de la compagnie englobant les paiements des primes, les versements des prestations (décès ou rachat) ou encore les versements des diverses taxes. L'assureur s'efforce d'estimer avec précision ces différents flux car cela joue un rôle essentiel dans son pilotage.

Un modèle ALM prend en entrée :

- Des informations concernant le portefeuille de l'assureur comme les *model points* de l'actif et de passif ainsi que différentes hypothèses notamment sur les frais ou les rachats ;
- Les scénarios économiques simulés par le GSE sur lesquels les flux de cash-flows de la compagnie seront calculés.

Comme indiqué précédemment, ce chapitre résulte d'une collaboration avec le bureau Milliman de Varsovie, dont l'équipe a pris en charge la section du modèle ALM en raison de son expertise.

### 2.4.2 Modèle utilisé

Les trajectoires actions risque-neutre que nous avons simulées dans les quatre méthodes précédentes vont être utilisées pour évaluer le *Best Estimate* (BE) des passifs en assurance vie et la *Time Value of Financial Options and Guarantees* (TVOG, notion développée dans le Paragraphe 1.4.3) dans un cas central et sous un scénario de stress test climatique. Pour ces calculs, nous avons utilisé une approche itérative en utilisant un modèle Excel pour les passifs (produits avec participation aux bénéfices) et l'outil Milliman Agile ALM<sup>9</sup> pour les projections d'actifs.

Nous notons que Milliman Agile ALM est plus qu'un simple modèle d'actifs, car il capture également les interactions entre les actifs et les passifs avec le même effet qu'un modèle ALM dynamique complet. Le processus de calcul est basé sur des itérations pour assurer un ajustement correct des actifs et des passifs. Dans le processus d'itération, les composants des passifs et de l'ALM sont exécutés de manière interchangeable : après chaque exécution des passifs, les flux de trésorerie des passifs sont importés par Milliman Agile ALM afin de traiter les actifs, et après chaque exécution de l'ALM, les rendements d'investissement projetés sont importés dans le modèle de passifs afin de recalculer les flux de trésorerie. Après quelques itérations, les différences entre deux itérations consécutives deviennent très petites et les résultats convergent vers les flux de trésorerie des passifs projetés. En fait, les flux de trésorerie résultant du processus d'itération sont exactement les mêmes que ceux obtenus avec un modèle ALM dynamique complet avec la même paramétrisation.

### 2.4.3 Paramétrisation

Pour cet exercice, un assureur avec un portefeuille présentant des caractéristiques plutôt typiques pour certains marchés de l'Europe occidentale, tels que la France, l'Italie ou encore l'Allemagne, a été considéré.

Dans le modèle, un mélange de polices a été pris en compte avec :

- Différentes échéances : entre 1 et 30 ans ;
- Différents taux minimaux garantis : 0%, 1% et 2% ;
- Un taux de rachat fixe de 5% sans comportement dynamique ;

---

9. Site : <https://www.milliman.com/en/products/milliman-agile-alm>

- Un calcul de participation aux bénéficiaires comme suit :  $TCR_t = \max(IR_t - 1\%, IG)$  où  $TCR$  fait référence au rendement servi au client,  $IR$  le rendement de l'investissement, 1% correspondant aux frais de gestion fixes et  $IG$  au taux minimal garanti.

En ce qui concerne le portefeuille d'investissements, nous avons considéré une allocation d'actifs avec 30% d'actions selon les allocations sectorielles supposées (voir le Paragraphe 2.4.4 pour le détail) et 70% d'obligations gouvernementales de la zone Euro de haute qualité. Dans le processus de rééquilibrage, il est supposé que les obligations sont vendues à partir de la plus courte maturité, tandis que tout excédent de trésorerie est investi soit en actions, soit en obligations gouvernementales de 15 ans, en fonction du mélange d'actifs réel par rapport au mélange d'actifs cible.

## 2.4.4 Résultats

### 2.4.4.1 Résultats ALM

Plusieurs *runs* ALM ont été effectués sur la base des paramètres décrits précédemment. Deux allocations d'actifs ont été testées : elles sont données dans la Table 2.6. Notez que dans toutes les expériences, le total des actifs liés aux actions représente 30% du portefeuille total d'actifs de l'assureur.

La première allocation est une allocation de référence pouvant représenter la répartition d'une compagnie française d'assurance. La deuxième allocation est une distorsion dans laquelle nous avons surpondéré l'allocation de l'actif le "plus" 'brun', modélisé par l'indice du secteur B05-B09. Les autres actifs 'bruns', D35 et H49, ont été retirés du portefeuille et les actifs restants ont été redistribués proportionnellement.

Code NACE	Numéro du secteur	Allocation d'actifs n°1 (%)	Allocation d'actifs n°2 (%)
B05-B09	3	1	50
C10-C12	4	3	1,5
C13-C18	5	5	2,5
C20	7	1	0,5
C21-C22	8	2,5	1,3
C26-C28	11	7	3,5
C29-C30	12	6	3
D35	14	3	0
F41-F43	16	3	1,5
G45-G47	17	1,5	0,8
H49	18	1	0
L68	22	1	0,5
<i>Other</i>	23	65	35

TABLE 2.6 – Allocation des actions entre les différents secteurs

Pour chacune de ces allocations, et pour chacune des modélisations présentées dans les Méthodes n°1, 2, 3 et 4, des calculs de BE centraux et choqués ont été réalisés. Les chocs utilisés sont ceux fournis par l'EIOPA rappelés en Table 2.2. Les résultats de ces calculs sont présentés dans la Table 2.7 pour l'allocation d'actifs n°1 et dans la Table 2.8 pour

l'allocation d'actifs n°2.

Dans les deux allocations d'actifs, les méthodes n° 1, 2 et 3 ont été réalisées en utilisant les scénarios générés respectivement avec les paramètres n° 1, 2 et 3 (décrits dans le Paragraphe 2.2). La méthode n°1 donne le niveau de référence car elle correspond aux calculs standards actuels.

En ce qui concerne la méthode n°4, il convient de noter que seules 2500 trajectoires ont été générées en raison de contraintes de calcul, ce qui explique l'augmentation des erreurs statistiques. De plus, pour l'allocation d'actifs n°1, la méthode n°4 correspond au paramétrage n°5 (présent dans la Table 2.5), où la volatilité de l'indice sectoriel le "plus" 'vert' est divisée par deux tandis qu'avec l'allocation d'actifs n°2, la méthode n°4 correspond au paramétrage n°4 (présent dans la Table 2.5), où la volatilité de l'indice sectoriel le "plus" 'brun' est doublée.

Méthode	BE Central	BE Choqué	TVOG Centrale	TVOG Choquée
Méthode n°1	216 404 170,3 (±0,484%)	211 306 676,4 (±0,481%)	31 924 277,5	26 826 783,6
Méthode n°2	214 506 348,4 (±0,477%)	209 293 803,2 (±0,474%)	30 026 455,6	24 813 910,4
Méthode n°3	215 657 918,5 (±0,502%)	210 580 811,9 (±0,493%)	31 178 025,7	26 100 919,1
Méthode n°4	215 985 470,5 (±0,724%)	211 110 385,7 (±0,714%)	31 505 577,7	26 630 492,9

TABLE 2.7 – BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°1. Les pourcentages indiqués sous les valeurs de BE correspondent aux erreurs statistiques associées à chaque calcul de BE définies comme étant les moitiés de l'intervalle de confiance à 95% autour des estimations d'erreurs relatives.

Méthode	BE Central	BE Choqué	TVOG Centrale	TVOG Choquée
Méthode n°1	216 404 172,4 (±0,484%)	207 627 224,9 (±0,478%)	31 924 279,6	23 147 332,1
Méthode n°2	214 016 758,8 (±0,465%)	205 040 351,6 (±0,463%)	29 536 866,0	20 560 458,8
Méthode n°3	214 447 435,9 (±0,474%)	205 669 377,9 (±0,469%)	29 967 543,1	21 189 485,8
Méthode n°4	216 702 826,1 (±0,755%)	207 942 084,9 (±0,703%)	32 222 933,3	23 462 192,1

TABLE 2.8 – BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°2. Les pourcentages indiqués sous les valeurs de BE correspondent aux erreurs statistiques associées à chaque calcul de BE définies comme étant les moitiés de l'intervalle de confiance à 95% autour des estimations d'erreurs relatives.

Nous observons tout d'abord que la granularité de la modélisation par secteur a déjà des impacts non négligeables sur les BE (jusqu'à 1%, selon la configuration), par rapport aux valeurs de référence des BE obtenues avec la méthode n°1. Cependant, la variation

entre le BE central et choqué garde le même ordre de grandeur quel que soit le scénario, elle ne varie pas en fonction de la granularité.

De plus, certains comportements attendus sont observés :

- L’augmentation de l’exposition au secteur le plus polluant accroît les impacts de l’application des chocs par rapport aux calculs centraux. Cependant, les impacts des chocs semblent invariants par rapport à la granularité du cadre de modélisation.
- Des expositions plus élevées au secteur le "plus" 'brun' entraînent des impacts plus importants sur la TVOG.
- La diminution de la volatilité du secteur le "plus" 'vert' diminue les impacts des chocs. Dans notre étude, nous n’avons pas testé d’allocation d’actifs dans laquelle les actifs 'verts' sont surreprésentés, mais il est raisonnable de penser que les BE centraux et les BE soumis aux chocs seraient encore plus proches avec une exposition élevée aux secteurs 'verts'.

#### 2.4.4.2 Résultats d’analyse d’impact

Le but de cette étude est d’observer l’impact sur la TVOG de différents éléments : la proportion de l’indice sectoriel B05-B09 (le "plus" 'brun'), la volatilité de ce même secteur et la volatilité du secteur C13-C18 (le "plus" 'vert'). Nous appliquerons un coefficient de proportionnalité à l’impact obtenu avec une hausse de 1% de la volatilité totale, appelé impact de référence. En effet, disposant d’une formule exacte pour la variation de volatilité totale du portefeuille action suite à un choc sur un de ses constituants, nous relierons ce choc à un impact sur la TVOG par proportionnalité. Il s’agit donc d’une approche simplifiée permettant d’obtenir des ordres de grandeur.

Dans une première étape, une sensibilité à une hausse de 1% de la volatilité du portefeuille a été réalisée avec les paramètres de la méthode n°1. Les résultats, associés à la TVOG, nous permettent d’avoir une valeur "étalon" pour réaliser des calculs approchés d’impacts additionnels. Ils sont présentés dans la Table 2.9.

Expérience	TVOG Centrale	TVOG Choquée
Méthode n°1	22 998 803,3	23 103 025,2
Volatilité +1%	23 514 566,6	23 599,352,9

TABLE 2.9 – TVOG

Dans une seconde étape, il faut calculer la volatilité totale des divers portefeuilles. Pour les portefeuilles centraux, la proportion du secteur B05-B09 varie et les poids des autres secteurs sont redistribués proportionnellement à l’allocation d’actifs n°1 (Table 2.6). Pour les portefeuilles choqués, les poids des indices sectoriels ont été ajustés comme suit :

$$w_I^{choc} = \frac{w_I \times choc_I^{EIOPA}}{\sum_{I=1}^{13} w_I \times choc_I^{EIOPA}}$$

où  $w_I$  correspond au poids de l’indice sectoriel  $I$  dans le portefeuille central et  $choc_I^{EIOPA}$  correspond au choc EIOPA figurant dans la Table 2.2. L’Équation (2.7) est appliquée pour calculer les volatilités totales avec les poids définis ci-dessus, la structure de corrélation utilisée dans la méthode n°3 et les volatilités historiques (figurant dans la Table 2.3) sauf pour les secteurs B05-B09 et C13-C18 qui sont l’objet de l’analyse d’impact réalisée ici. Cette formule exacte permet d’obtenir la variation de la volatilité totale du portefeuille

action suite à un choc sur un de ses constituants que nous pouvons relier à un impact sur la TVOG par proportionnalité avec l'impact de référence sur la TVOG (résultant d'une hausse de 1% de la volatilité).

Ainsi, la Figure 2.14 illustre les différents niveaux de TVOG, dans les scénarios centraux (lignes pleines) et choqués (lignes pointillées), en fonction de :

- La proportion du secteur B05-B09, considéré comme le "plus" 'bun', dans le portefeuille. Elle varie entre 0% et 50% sachant que les poids des secteurs restants sont redistribués proportionnellement à l'allocation n°1 (Table 2.6).
- La volatilité des indices sectoriels B05-B09 et C13-C18 variant de 5% à 50%.

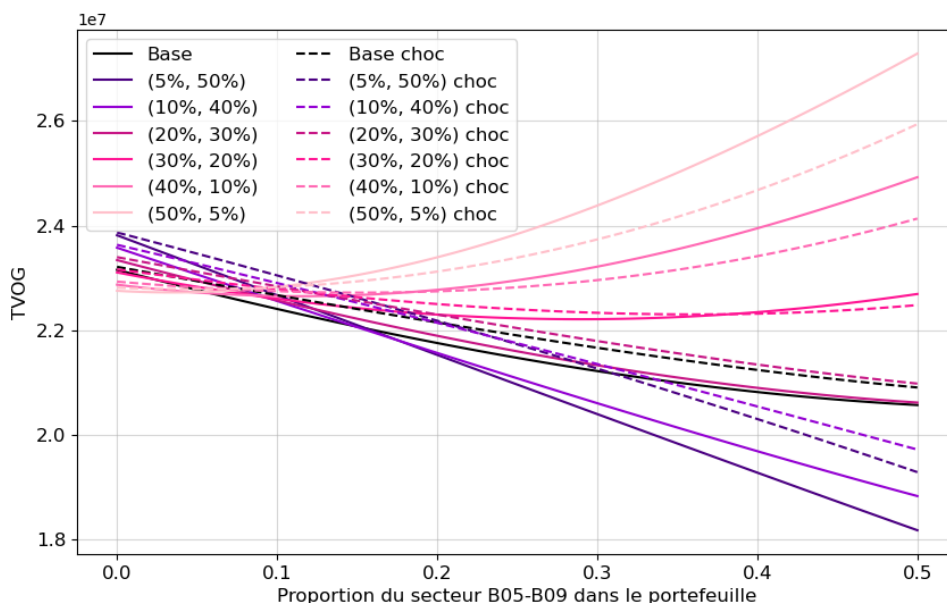


FIGURE 2.14 – TVOG en fonction de la proportion du secteur B05-B09 dans le portefeuille et des différents scénarios. Les volatilités sont indiquées en légende comme suit : (volatilité du secteur B05-B09, volatilité du secteur C13-C18).

Lorsque la proportion du secteur B05-B09 est faible, les écarts de TVOG entre les scénarios centraux et choqués sont minimes. De plus, plus la volatilité du secteur 'vert' diminue et celle du secteur 'brun' augmente, plus la TVOG est élevée, et vice versa. Il convient de noter que dans le cas du scénario de base, représenté par la courbe en noir sur la Figure 2.14 où les volatilité des secteurs B05-B09 et C13-C18 se situent respectivement à 20,17% et 22,09%, la TVOG diminue avec l'augmentation de la pondération du secteur le "plus" 'brun' dans le portefeuille ; cependant, l'effet du choc reste faible.

Ces résultats ouvrent la voie à d'éventuelles études ultérieures :

- L'application de chocs instantanés sur les rendements ne semble pas avoir d'impact supplémentaire par rapport à la modification de la granularité de la modélisation ; il pourrait être intéressant de considérer des chocs sur les volatilités de chaque indice.
- De plus, étant donné que le risque de transition peut augmenter avec le temps, il pourrait être utile de réaliser une étude similaire à différents horizons temporels

(comme dans un calcul ORSA) dans laquelle différents chocs sur les rendements (et les volatilités) sont appliqués.

- L'ensemble de la volatilité intégrée dans les scénarios économiques dépend également de la structure de corrélation entre les indices sectoriels ; l'étude actuelle peut être complétée en réalisant des sensibilités à la structure de corrélations fondées sur une analyse historique. La déformation de la structure de corrélation au fil du temps pourrait être analysée (comme cela a été fait pour la structure de volatilité dans la Figure 2.3) pour déduire des sensibilités pertinentes.

### Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit en détail des méthodes d'intégration du risque climatique dans les trajectoires actions en univers risque-neutre. Une question cruciale est le niveau de granularité retenu pour le paramétrage de la modélisation des actions incluses dans le portefeuille d'actifs de l'assureur considéré. Notre méthodologie s'appuie sur une calibration historique hybride et un critère de *market consistency*. En adoptant une modélisation suffisamment détaillée, nous sommes en mesure d'appliquer les chocs prescrits par l'EIOPA liés à ce risque de transition. Les impacts ALM ont été évalués en utilisant ces scénarios. En fonction des différentes granularités, nous observons une variation significative en terme de BE mais la variation entre le BE central et choqué garde le même ordre de grandeur quel que soit le scénario.



## Chapitre 3

# Modélisation action avec prix carbone

Dans ce chapitre, nous étudions les possibilités d'intégrer des hypothèses à long terme dans les trajectoires des actions générées par un Générateur de Scénarios Économiques (GSE). Cette approche est plus exploratoire. De ce point de vue, nous proposons d'intégrer le risque climatique dans la dynamique des actions elles-mêmes. Étant donné que la vitesse du changement climatique est lié aux émissions de gaz à effet de serre, notamment le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), dans ce chapitre, le risque climatique à moyen / long terme sera assimilé au risque carbone. Ensuite, dans la dernière partie, nous proposons une méthode pour déduire des scénarios de volatilités à partir des scénarios fournis par le GIEC. En effet, l'application de ce modèle nécessite des hypothèses sur la volatilité.

### 3.1 Marché des émissions de gaz à effet de serre

Les émissions de gaz à effet de serre n'ont pas cessé d'augmenter dans le monde passant de  $38 GtCO_2e$  (gigatonnes en équivalent  $CO_2$ ) en 1990 à  $54 GtCO_2e$  en 2021 selon le Programme des Nations unies pour l'environnement (PNUE)<sup>1</sup>. En 2020, les pays membres du G20 portent une responsabilité majeure : ils sont responsables de 75% des émissions mondiales. Toutefois, depuis l'adoption du Protocole de Kyoto en 1997, les États se sont engagés à réduire leurs émissions de gaz à effet de serre. Pour atteindre cet objectif, des mesures incitatives ont été mises en place pour encourager les entreprises et les citoyens à réduire leurs émissions. Parmi ces mesures, on trouve la création d'un marché du carbone. Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser au marché du carbone, *Emissions Trading System* (ETS), qui est un mécanisme permettant l'échange de droits ou quotas d'émission de gaz à effet de serre sur un marché. La mise en place d'un ETS sert de mécanisme incitatif pour les entreprises, les encourageant à investir dans des systèmes plus écologiques afin de réduire leurs émissions. Les ETS sont largement adoptés car ils attribuent un prix au carbone émis, intègrent des trajectoires de diminution des émissions, s'adaptent facilement aux spécificités de chaque pays et juridiction, et permettent aux États d'augmenter leurs recettes.

---

1. Site du rapport 'Emissions Gap Report 2022' : <https://www.unep.org/resources/emissions-gap-report-2022>

### 3.1.1 Caractéristiques

Le marché du carbone fonctionne avec le principe de '*cap and trade*' car l'autorité politique fixe, en amont, un niveau maximal annuel (*cap*) de droits d'émissions de gaz à effet de serre par secteur ou groupe de secteurs. Au fil des années, le nombre de quotas diminue : ce schéma de décroissance est planifié, par exemple jusqu'en 2030 pour l'ETS européen, et permet d'atteindre les objectifs désirés. Les entreprises dans ces secteurs auront besoin de droits d'émissions pour chaque tonne de  $CO_2e$  produite. A la fin de l'année, si une entreprise a consommé moins que les quotas qui lui ont été accordés, elle peut les revendre sur l'ETS ou les conserver pour les utiliser ultérieurement. A l'inverse, une entreprise qui aurait trop consommé pourra acheter des droits supplémentaires correspondant aux tonnes d'émissions excédentaires qu'elle a réalisés. Ces échanges sur un marché organisé correspondent à la partie *trade*. A la fin de chaque période, les entreprises doivent se munir d'autant de droits d'émissions que ce qu'elles ont réellement émis. Pour ce faire les sociétés peuvent :

- réduire leurs émissions : en investissant dans des technologies moins émettrices ;
- acheter des quotas sur le marché ;
- utiliser des mécanismes de compensation au niveau national ou international (ce mécanisme n'est pas autorisé dans tous les marchés carbone) ; cela permet à une entreprise de compenser une partie de ses émissions carbone en utilisant des crédits issus de projet diminuant les émissions dans d'autres secteurs (non concernés par l'ETS) ou dans des pays qui n'ont pas d'engagements chiffrés (pays en voie de développement).

Un quota est égal à une tonne en équivalent  $CO_2$ , noté  $CO_2e$ . Il s'agit d'une unité de mesure mise en place par le GIEC pour quantifier l'impact des différents gaz à effet de serre sur l'environnement. Cette mesure utilise le dioxyde de carbone ( $CO_2$ ), principal gaz à effet de serre, comme référence. Pour distribuer les quotas d'émissions les autorités peuvent :

- les distribuer gratuitement en s'appuyant sur les émissions passées par entreprise, par secteur ou sur les objectifs fixés. Ce processus est souvent mis en place au démarrage d'un ETS pour permettre aux entreprises de rester compétitives et éviter que les entreprises délocalisent leurs activités polluantes vers des pays à la législation plus favorable.
- les vendre aux enchères : cette stratégie crée une source de revenus pour les autorités politiques grâce aux recettes des ventes aux enchères et incite fortement les entreprises à mettre en oeuvre des mesures le plus tôt possible. Ainsi, moins une entreprise émet du  $CO_2$  moins elle devra acheter des quotas sur le marché.

Dans la plupart des ETS, une partie des quotas est distribuée gratuitement par les autorités politiques, tandis que l'autre partie est vendue aux enchères. En cas d'insuffisance de droits d'émission, l'entreprise devra s'acquitter d'une amende d'un montant variable selon les règles de l'ETS.

Les autorités politiques décident aussi des secteurs concernés par ce système. Dans la plupart des marchés du carbone, les secteurs de l'énergie et de l'industrie sont inclus, deux secteurs où les émissions sont plus faciles à mesurer et qui engendrent beaucoup de pollution.

A travers le monde, on recense 25 ETS couvrant 17% des émissions de gaz à effet de serre

mondiales en 2021, selon le Partenariat International d'Action sur le Carbone (ICAP). Certains sont supranationaux comme pour l'Union Européenne, d'autres sont nationaux comme en Nouvelle-Zélande tandis que d'autres sont provinciaux comme en Ontario. La Chine, premier émetteur mondial de gaz à effet de serre représentant environ 30% des émissions mondiales en 2022 selon [CGP+23], a ouvert un marché national du carbone en 2021.

Les ETS peuvent autoriser la mise en réserve ou l'emprunt de droits d'émissions. La mise en réserve permet aux entreprises de garder les droits d'émission non utilisés de la période  $n$  pour les utiliser lors de la période  $n+1$ . L'emprunt fonctionne de manière opposée en permettant aux entreprises d'utiliser à l'avance les quotas qui leurs seront attribués l'année  $n+1$  en année  $n$ . Cela permet de reporter l'achat de quotas ou de retarder la réduction des émissions, ce qui semble aller à l'encontre des objectifs fixés. En principe, ces mécanismes visent à réduire la volatilité et stabiliser le prix du carbone sur le marché.

Les marchés du carbone fonctionnent de manière optimale lorsqu'ils sont appliqués de manière universelle. Cela évite que les entreprises soient tentées de délocaliser leur production vers des régions où les réglementations environnementales sont moins strictes, un phénomène connu sous le nom de "fuite de carbone". Pour contrer cela, de nombreux ETS ont mis en place des mesures pénalisant les produits importés de régions sans réglementations carbone strictes.

### 3.1.2 Le marché européen

Le premier marché du carbone majeur fut établi au sein de l'Union Européenne (UE) en 2005. Il a depuis été rejoint par la Norvège, l'Islande, le Liechtenstein en 2007. L'UE s'est fixée comme objectif global d'atteindre la neutralité carbone d'ici 2050, ce qui signifie que toutes les émissions de gaz à effet de serre devront être compensées par la séquestration du carbone afin d'obtenir des émissions nettes nulles. Lors du Pacte vert pour l'Europe en 2021, un objectif intermédiaire a été défini, visant à réduire les émissions de gaz à effet de serre de 55% par rapport à 1990 d'ici 2030. Sur l'ETS européen, le mécanisme d'épargne des quotas est autorisé mais l'emprunt n'est pas permis. Ce marché s'exerce sur 9 000 sites industriels, centrales électriques et compagnies d'aviation civile représentant 38% des émissions européennes, en 2021 selon l'ICAP. Les installations doivent se trouver dans l'Espace Économique Européen (EEE) et cela s'applique aux vols à l'intérieur de l'EEE, ainsi qu'au Royaume-Uni et à la Suisse.

Le marché a été planifié avec différentes phases pour que l'UE puisse atteindre ses objectifs climatiques :

1. **Phase 1 : 2005-2007.** Cette phase initiale impliquait les 27 pays de l'UE et se concentrait sur les producteurs d'énergie et les industries à forte consommation énergétique comme les raffineries de pétrole ou encore les usines de ciment. Il est important de noter que presque tous les quotas ont été attribués gratuitement aux entreprises et que le système ne couvrait que les émissions de  $CO_2$ .
2. **Phase 2 : 2008-2012.** La deuxième phase a vu l'adhésion de la Norvège, l'Islande et du Liechtenstein à l'ETS européen. Depuis 2012, l'aviation commerciale a été ajoutée aux entreprises couvertes par l'ETS. Cependant, seuls les vols effectués à l'intérieur de l'EEE sont concernés jusqu'en 2026. La proportion d'allocation gratuite des quotas

à légèrement diminué : environ 90% dans cette deuxième phase. Les émissions de protoxyde d'azote ( $N_2O$ ) et d'hydrocarbures perfluorés (PFC) ont été incluses.

3. **Phase 3 : 2013-2020.** Durant la troisième phase, la Croatie en adhérant à l'UE en 2013, a également intégré l'ETS européen. De nouveaux secteurs tels que l'aviation non commerciale, les installations de capture et de stockage de carbone ou encore la production de pétrochimie ont été inclus. Une part croissante des quotas a été vendue aux enchères, 57% tout au long de la phase 3, et des quotas ont été distribués gratuitement en fonction des efforts de décarbonisation. En 2013, un plafond a été établi sur la base de la quantité moyenne d'allocations délivrées annuellement entre 2008 et 2012. Il a été décidé de diminuer ce plafond selon un facteur linéaire de 1,74% par an. En 2019, l'ETS européen a mis en place une *Market Stability Reserve* (MSR). Cette mesure vise à traiter l'excédent historique de quotas et à améliorer la résilience future du système face aux chocs majeurs, en ajustant le nombre de quotas mis sur le marché par le biais des enchères.
4. **Phase 4 : 2021 - 2030.** La phase actuelle a vu le départ du Royaume-Uni suite au Brexit. À partir de 2024, les transports maritimes et les installations d'incinération des déchets municipaux seront intégrés à l'ETS. En 2027, un nouvel ETS pour le transport routier et les bâtiments sera lancé avec un prix maximal de 45€ par tonne de  $CO_2e$  jusqu'en 2030. Les quotas alloués gratuitement diminuent, environ 30% sont alloués gratuitement en 2021. Le facteur de réduction du plafond des quotas alloués est de 2,2% de 2021 à 2023, puis de 4,3% de 2024 à 2027 et enfin de 4,4% de 2028 à 2030. De plus, depuis 2023, un mécanisme d'ajustement aux frontières a été mis en place pour taxer les produits importés dans l'UE à hauteur de leur contenu carbone pour les secteurs présentant un risque élevé de fuite de carbone : fer, acier, ciment, engrais, aluminium et production d'électricité. La fuite carbone correspondant à une délocalisation de la production dans des pays tiers à la suite de la mise en oeuvre de politiques climatiques plus ambitieuse dans l'UE.

Les quotas annuels sont passés d'environ 2300 mégatonnes de  $CO_2e$  par an en 2005 à environ 1300 mégatonnes de  $CO_2e$  en 2022. La valeur du plafond en 2030 correspond à une réduction d'émissions de -62% en 2030 par rapport au niveau de 2005 pour les installations fixes, l'aviation et le maritime.

En 2022, l'ETS européen a récolté 38,8 milliard d'euros grâce aux quotas vendus aux enchères. 50% au moins de ces recettes fiscales doivent être allouées à des enjeux climatiques par les pouvoirs publics.

La Figure 3.1 illustre l'évolution du prix d'une tonne de  $CO_2e$  sur le marché européen au fil du temps, avec des données provenant du site de l'ICAP<sup>2</sup>. Pendant la première phase, 2005-2007, les prix des quotas étaient particulièrement bas. En effet, les quotas émis étaient supérieurs aux émissions des entreprises. Au cours de la deuxième phase, 2008-2012, bien qu'il y ait eu une réduction du *cap*, la crise financière a affecté négativement la production et l'UE avait encore un excédent de quotas sur le marché, d'où les prix bas persistants. Pendant la troisième phase, 2013-2020, les prix étaient toujours trop bas pour inciter les entreprises à agir avec des prix en moyenne à 12€ par tonne de  $CO_2e$  sur cette période. Depuis le lancement de la quatrième phase, 2021-2030, les prix du carbone ont beaucoup augmenté en raison de la réduction du nombre de quotas émis, de la diminution du nombre de quotas gratuits et de la création de la MSR. Actuellement, depuis le début

---

2. Site de l'ICAP : <https://icapcarbonaction.com/fr/node/839>

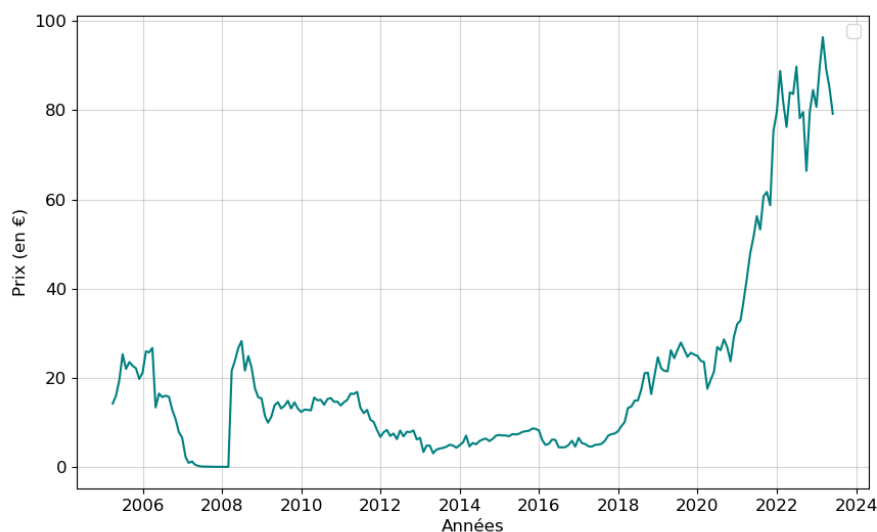


FIGURE 3.1 – Historique du prix de la tonne de  $CO_2e$  sur le marché européen

de la quatrième phase, le prix moyen d'une tonne de  $CO_2e$  est d'environ 70€ par tonne de  $CO_2e$  ce qui incite davantage les entreprises à réduire leurs émissions. Une poursuite de la tendance haussière est prévue à mesure que le *cap* diminue chaque année jusqu'en 2030. Les données de l'ETS européen seront utilisées dans la suite de ce chapitre pour représenter le risque carbone.

### 3.1.3 Le marché californien

Le marché du carbone californien a été instauré en 2012. L'objectif est d'atteindre la neutralité carbone d'ici 2050, et selon le '*Final 2022 Scoping Plan*'<sup>3</sup>, la cible est de réduire de 48% les émissions de gaz à effet de serre par rapport à 1990 d'ici 2030. Ce marché concerne environ 450 entités dans les secteurs des transports, du bâtiment, de l'industrie et de l'énergie, qui représentent 75% des émissions de gaz à effet de serre en Californie en 2020, selon l'ICAP. Le mécanisme d'épargne des quotas est autorisé cependant l'emprunt n'est pas permis. À l'instar de l'ETS européen, le plafond des émissions dans le système californien diminue progressivement, passant de 394,5 mégatonnes de  $CO_2e$  en 2015 à 200,5 mégatonnes de  $CO_2e$  en 2030. Environ 65% des quotas sont mis aux enchères, tandis que 35% sont distribués gratuitement. Ces enchères ont lieu trimestriellement. De plus, le prix minimum des quotas augmente de 5% en plus de l'inflation chaque année, et le plafond diminue de 4% par an. En 2022, l'ETS californien a généré des revenus de 4,03 milliards de dollars grâce aux ventes aux enchères des quotas. Ces recettes sont principalement allouées à un fonds consacré à la réduction des gaz à effet de serre.

Les prix de ventes aux enchères trimestrielles sont représentés dans la Figure 3.2. Une légère diminution en 2020 suite au COVID puis une reprise rapide à partir de 2021 sont observées.

3. Lien du rapport : <https://ww2.arb.ca.gov/sites/default/files/2023-04/2022-sp.pdf>

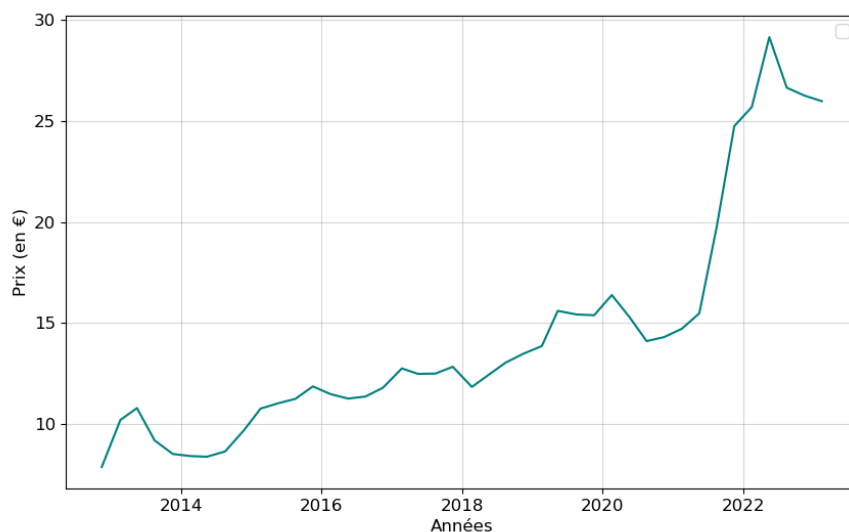


FIGURE 3.2 – Historique du prix d’une tonne de  $CO_2e$  sur le marché primaire californien

## 3.2 Modèle

Dans cette partie, le facteur systémique sera modélisé par le risque carbone. Nous souhaitons intégrer les prix des quotas carbone observés sur l’ETS européen dans la modélisation des actions en univers risque-neutre au sein d’un Générateur de Scénarios Économiques (GSE). Nous pourrions envisager d’utiliser le facteur systémique pour modéliser une autre quantité que le carbone pour diriger les évolutions des actions, telle que par exemple le prix du pétrole.

### 3.2.1 Données

Dans cette section, nous avons repris les 13 indices sectoriels construits au chapitre précédent dans le Paragraphe 2.2.2 (Équation (2.1)). Pour rappel, les données des actions composant l’indice *Euro Stoxx 50* proviennent du fournisseur de données Refinitiv, elles ont été extraites mensuellement de janvier 2002 à mai 2023, en prenant la dernière cotation disponible pour chaque mois. Les volatilités implicites des *calls* proviennent du même fournisseur de données et datent du 31 mars 2023. Les données concernant le prix du carbone sur l’ETS européen, ont été prises sur le site de l’ICAP. Ces données sont journalières et s’étendent du 9 mars 2005 au 31 mai 2023. Pour avoir une fréquence similaire aux indices sectoriels, la dernière cotation du mois a été retenue.

### 3.2.2 Présentation du modèle

Nous étudions dans ce paragraphe un modèle dédié à l’évolution des actions en univers risque neutre. Sa particularité est d’intégrer un facteur de risque représentant le risque de transition vers une économie bas carbone. Pour ce faire, nous tenterons d’exploiter les prix

de quotas carbone observés sur les marchés décrits précédemment. Il s'agit d'un modèle à deux facteurs dans lequel le rendement action est la somme d'un terme spécifique et d'un terme systémique. Ce dernier correspond au risque de transition, commun à toutes les actions ou indices modélisés. Cette variable est considérée comme systémique, car toutes les entreprises sont impactées par le changement climatique. Cette notion de risque systémique fait référence à la possibilité qu'un événement perturbe l'ensemble d'un système économique et financier et donc ce risque n'est pas "diversifiable". Aussi, pour chaque indice sectoriel ou action modélisée, un facteur spécifique relatif aux risques qui lui sont propres est introduit. Dans ce chapitre, nous nous focaliserons sur des quantités actualisées : nous nous concentrons sur l'effet de la partie diffusive, l'impact de la tendance (i.e. des taux) ne sera pas étudié. De plus, nous formulons une hypothèse significative : la volatilité que nous observons sur les séries historiques est entièrement attribuée aux actions, alors qu'en réalité, elle est aussi partiellement liée aux taux d'intérêt. C'est une limite de l'approche présentée qui ouvre la voie à des travaux ultérieurs.

Ainsi, en reprenant les notations définies au chapitre précédent, la dynamique d'un indice sectoriel actualisée,  $\tilde{S}$ , s'écrit :

$$\frac{d\tilde{S}_t^I}{\tilde{S}_t^I} = \sigma_{spe}^I(t)dW_t^I + \sigma_{sys}dZ_t \quad (3.1)$$

où :

- $\sigma_{spe}^I$  correspond à la volatilité associée au risque spécifique du secteur  $I$  ;
- $W^I$  est un mouvement Brownien sous la probabilité risque-neutre et représente un facteur de risque spécifique ;
- $\sigma_{sys}$  est une fonction déterministe du temps et correspond à la volatilité systémique identique aux 13 secteurs ;
- $Z^I$  est un mouvement Brownien sous la probabilité risque-neutre et représente un facteur de risque systémique dans notre cas assimilé au risque carbone.

Posons,  $X_t^I = \ln(\tilde{S}_t^I)$ . En appliquant la formule d'Itô (Formule (1.1)), nous obtenons :

$$dX_t^I = \frac{d\tilde{S}_t^I}{\tilde{S}_t^I} - \frac{1}{2} \frac{d\langle \tilde{S}^I \rangle_t}{(\tilde{S}_t^I)^2} \quad (3.2)$$

où  $\langle X \rangle_T$  représente la variation quadratique de  $X$  sur  $T$ .

Or,

$$d\langle \tilde{S}^I \rangle_t = (\tilde{S}_t^I)^2 [\sigma_{spe}^I(t)^2 + \sigma_{sys}^2 + 2 \times \sigma_{spe}^I(t) \times \sigma_{sys} \times \rho_{carbone,I}] dt$$

D'où,

$$dX_t^I = \sigma_{spe}^I(t)dW_t^I + \sigma_{sys}dZ_t - \frac{1}{2} \times [\sigma_{spe}^I(t)^2 + \sigma_{sys}^2 + 2 \times \sigma_{spe}^I(t) \times \sigma_{sys} \times \rho_{carbone,I}] dt$$

où  $\rho_{carbone,I}$  représente la corrélation entre les log-rendements du secteur  $I$  et du carbone.

On obtient finalement :

$$\tilde{S}_t^I = \exp \left( \int_0^t (\sigma_{spe}^I(u)dW_u^I) + \int_0^t (\sigma_{sys}dZ_u) - \int_0^t \frac{1}{2} \times [\sigma_{spe}^I(u)^2 + \sigma_{sys}^2 + 2 \times \sigma_{spe}^I(u) \times \sigma_{sys} \times \rho_{carbone,I}] du \right)$$

Dans les expériences numériques, nous supposons que  $\sigma_{spe}$  est une fonction du temps

constante par morceaux. Ainsi, le schéma de simulation de l'indice actualisé  $\tilde{S}_t$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_t^I &= \tilde{S}_s^I \times \exp \left( \int_s^t (\sigma_{spe}^I(u) dW_u^I) + \int_s^t (\sigma_{sys} dZ_u) \right. \\ &\quad \left. - \int_s^t \frac{1}{2} \times [\sigma_{spe}^I(u)^2 + \sigma_{sys}^2 + 2 \times \sigma_{spe}^I(u) \times \sigma_{sys} \times \rho_{carbone,I}] du \right) \\ &= \tilde{S}_s^I \times \exp \left( \sigma_{spe}^I(s) \times (W_t - W_s) + \sigma_{sys} \times (Z_t - Z_s) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \times \Delta_s \times [\sigma_{spe}^I(s)^2 + \sigma_{sys}^2 + 2 \times \sigma_{spe}^I(s) \times \sigma_{sys} \times \rho_{carbone,I}] \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

où  $\Delta_s$  représente le pas de temps :  $t - s$ . Dans nos simulations,  $\Delta_s$  est considéré comme constant et sera noté  $\Delta$ .

### 3.2.3 Paramètres

Les log-rendements des indices sectoriels actualisés construits comme dans le chapitre précédent (Équation (2.4)) ont été utilisés. La série des log-rendements des prix du carbone actualisés est aussi établie de façon analogue avec les données de l'ETS européen.

Pour faciliter la lecture, nous emploierons "corrélation entre le carbone et les indices sectoriels" pour faire référence à la corrélation entre les log-rendements des prix du carbone et les log-rendements des prix des indices sectoriels.

La première étape consiste à calculer les corrélations entre les différentes séries à disposition. Les corrélations historiques entre les 13 secteurs sont identiques à celles utilisées dans le chapitre précédent (voir la Figure 2.1). Les corrélations entre les log-rendements des différents secteurs et ceux des prix du carbone sont décrites dans la Table 3.1.

Secteur	Corrélation carbone (%)
3	-3,04
4	-1,61
5	6,14
7	-0,46
8	-1,10
11	-9,36
12	-4,16
14	6,20
16	2,55
17	0,98
18	-5,56
22	13,27
23	2,96

TABLE 3.1 – Corrélations empiriques entre les log-rendements des prix du carbone et des indices sectoriels sur la période de janvier 2002 à mai 2023

Les corrélations entre le carbone et les indices sectoriels sont particulièrement faibles, avec huit corrélations inférieures à 5% en valeur absolue. Cette faible corrélation peut être



attribuée au fait qu'avant 2013, la plupart des quotas étaient distribués gratuitement et la surabondance de quotas sur le marché a entraîné des prix extrêmement bas pour le carbone indépendamment de l'activité économique. En conséquence, les log-rendements du carbone n'étaient pas nécessairement corrélés avec ceux des indices sectoriels. Une faible corrélation, de l'ordre de 7%, est aussi observée entre les log-rendements des prix du carbone sur l'ETS européen et ceux du CAC 40, indice regroupant les 40 capitalisations boursières françaises les plus importantes.

### 3.2.4 Calibrage

Dans cette section, notre objectif est double. Premièrement, nous voulons fixer la volatilité systémique, correspondant à la volatilité du carbone, à une valeur objectivée. Deuxièmement, nous souhaitons utiliser les volatilités implicites sur l'*Euro Stoxx 50* pour déduire les volatilités spécifiques, en tenant compte de la décomposition sectorielle de l'*Euro Stoxx 50*, dans le même esprit que ce qui a été fait dans le chapitre précédent au Paragraphe 2.2.3. Pour rappel, les marchés financiers ne fournissent pas de volatilités implicites pour les indices sectoriels. Plusieurs méthodes peuvent être envisagées pour calibrer la volatilité spécifique de chaque secteur. Nous allons réaliser trois calibrages sous différents paramétrages, que nous utiliserons ensuite pour projeter nos indices sectoriels. Dans cette partie, nous décrirons les trois méthodes implémentées.

#### 3.2.4.1 Volatilité systémique

Dans notre modèle, la volatilité systémique représente la volatilité du carbone. Notre objectif initial était de la calibrer sur les données de marché du carbone européen. Toutefois, les valeurs historiques sont trop élevées pour permettre à nos simulations d'être *market consistent*. C'est pourquoi, la volatilité systémique a été fixée à une valeur ne reflétant pas le marché du carbone.

La Figure 3.3 illustre la volatilité les log-rendements des prix du carbone sur le marché européen en utilisant une fenêtre glissante avec une date de fin fixée au 31 mai 2023, et une date de début variable (en abscisse sur le graphique). Le but est d'observer l'évolution de la volatilité en fonction de la fenêtre historique considérée. Quand la plage de données maximale est prise en compte, la volatilité atteint 165%, ce qui est excessivement élevé. On attribue ce pic de volatilité au fait que le prix du carbone était presque nul en 2007, ce qui a provoqué une augmentation de la volatilité des log-rendements. En effet, à partir de 2008, on observe une baisse de la volatilité qui se stabilise entre 40% et 50%. Le marché est donc très volatile. Cette volatilité est en partie expliquée dans l'article de [BGG17] où les auteurs ont démontré que seulement 6% des participants à ce marché étaient des établissements soumis aux quotas carbone, les autres étant principalement des banques, *brokers* ou encore des *hedge funds*. Aussi, depuis 2010, les produits dérivés représentent 99% des transactions et donc seulement 1% des transactions sont comptant. Sachant que les transactions comptant induisent un transfert physique alors que les transactions des produits dérivés sont majoritairement réalisées à des fins de couverture ou de spéculation. De plus, les changements réglementaires peuvent également contribuer à cette volatilité.

Pour que nos simulations soient *market consistent*, notre objectif est de reproduire les volatilités implicites de l'Euro Stoxx 50, qui fluctuent entre 18% et 22% en fonction

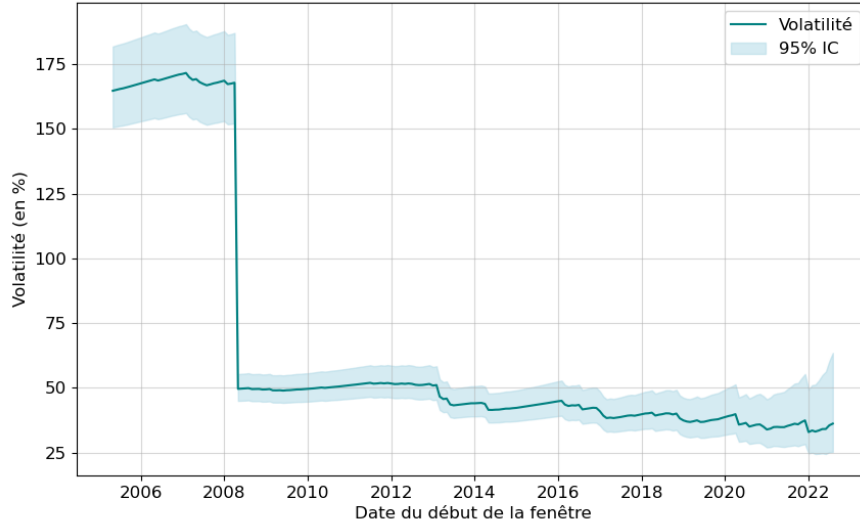


FIGURE 3.3 – La volatilité des log-rendements des prix du carbone sur l’ETS européen avec une fenêtre glissante au cours du temps

de la maturité. Par conséquent, l’utilisation de la volatilité historique du carbone comme volatilité systémique serait bien trop élevée pour notre modèle. C’est pour cette raison technique que nous avons décidé d’établir la volatilité systémique à 20%.

### 3.2.4.2 Volatilité spécifique constante par morceaux

Le but de ce calibrage est de reproduire les données de marchés ici correspondantes aux volatilités implicites de l’*Euro Stoxx 50* des *calls* européens à la monnaie ayant des maturités de 1 à 20 ans cotées le 31 mars 2023. Les volatilités spécifiques des 13 secteurs sont supposées constantes par morceaux :

$\forall I \in (1, \dots, 13),$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour } t \leq 1 : \sigma_{spe}^I(t) = \sigma_{spe}^I(1) \\ \text{Pour } 1 < t \leq 2 : \sigma_{spe}^I(t) = \sigma_{spe}^I(2) \\ \vdots \\ \text{Pour } t > 19 : \sigma_{spe}^I(t) = \sigma_{spe}^I(20) \end{array} \right.$$

où  $t$  est exprimé en année.

Nous souhaitons déterminer les paramètres :

$$\Theta = (\sigma_{spe}^I(t))_{t=1, \dots, 20, I=1, \dots, 13}$$

qui minimisent :

$$\min_{\Theta} \sum_{t=1}^{20} \left[ \sum_{I, J=1}^{13} \sigma_t^I \sigma_t^J \bar{w}_I \bar{w}_J \rho_{I, J} - (\sigma_t^{STX50})^2 \right] \quad (3.4)$$

Avec, par définition, les volatilités totales sectoriels s'écrivant comme :

$$\sigma_t^I = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (\sigma_{sys}^2 + (\sigma_{spe}^I(s))^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I(s) \times \rho_{carbone,I}) ds}$$

$$\forall t \in (1, \dots, 20), \forall I \in (1, \dots, 13)$$

où :

- $\bar{w}_I$  représente le poids normalisé du secteur  $I$  dans l'indice *Euro Stoxx 50* ;
- $\rho_{I,J}$  représente la corrélation entre les log-rendements actualisés des secteurs  $I$  et  $J$  ;
- $\rho_{carbone,I}$  représente la corrélation entre les log-rendements actualisés des prix du carbone sur le marché européen et du secteur  $I$ .

Pour identifier les volatilités spécifiques, il est possible de procéder de façon récursive. Pour  $t = 1$  et pour tout  $I = (1, \dots, 13)$ ,

$$\begin{aligned} \sigma_1^I &= \sqrt{\int_0^1 (\sigma_{sys}^2 + \sigma_{spe}^I(s)^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I(s) \times \rho_{carbone,I}) ds} \\ &= \sqrt{\sigma_{sys}^2 + \sigma_{spe}^I(1)^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I(1) \times \rho_{carbone,I}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

On veut choisir des volatilités spécifiques en  $t = 1$ , de façon à résoudre notre programme (3.4) (pour  $t = 1$ ) sous les contraintes (3.5) pour tous les secteurs  $I$ .

Ensuite, pour  $t = 2$  et pour tout  $I = (1, \dots, 13)$ ,

$$\begin{aligned} \sigma_2^I &= \sqrt{\frac{1}{2} \int_0^2 \sigma^I(s)^2 ds} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left( \int_0^1 (\sigma_1^I)^2 ds + \int_1^2 (\sigma_{sys}^2 + \sigma_{spe}^I(s)^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I(s) \times \rho_{carbone,I}) ds \right)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{2} \left( (\sigma_1^I)^2 + \sigma_{sys}^2 + \sigma_{spe}^I(2)^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I(2) \times \rho_{carbone,I} \right)} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Les volatilités spécifiques en  $t = 1$  sont maintenant connues, le choix des volatilités spécifiques en  $t = 2$  est effectué de façon à minimiser le programme d'optimisation (3.4) en respectant les contraintes (3.6).

Ces opérations sont répétées pour les 20 maturités disponibles. Lors de notre calibrage sur données réelles, nous avons obtenu une erreur de  $9,64 \cdot 10^{-4}$ , ce qui indique une précision satisfaisante. Cela démontre que les volatilités par secteurs obtenues sont efficaces pour reproduire les volatilités implicites de marché correspondant à celles de l'indice *Euro Stoxx 50*.

La Figure 3.4 illustre les volatilités spécifiques constantes par morceaux obtenues pour chaque secteur. Par construction, nous avons fixé la volatilité systémique, ainsi les volatilités spécifiques suivent le même profil que les volatilités de marché de l'*Euro Stoxx 50*, nos volatilités cibles, qui sont croissantes jusqu'à 10 ans puis sont extrapolées de manière constante de 10 à 20 ans. Les secteurs 23, 11 et 5 se distinguent par une augmentation plus marquée, atteignant une volatilité spécifique d'environ 31%, 26% et 24% respectivement. La Figure 3.5 présente les volatilités totales pour chaque secteur. De manière similaire aux volatilités spécifiques, la tendance est à la hausse et les volatilités totales se situent entre 27% et 30% pour les années supérieures à 10.

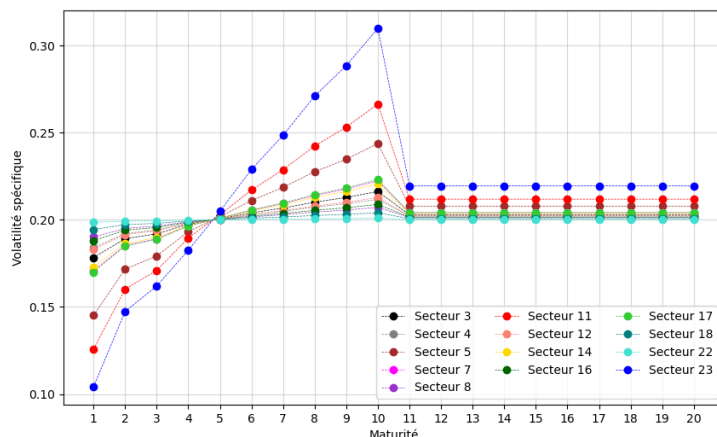


FIGURE 3.4 – Les volatilités spécifiques constantes par morceaux des 13 secteurs

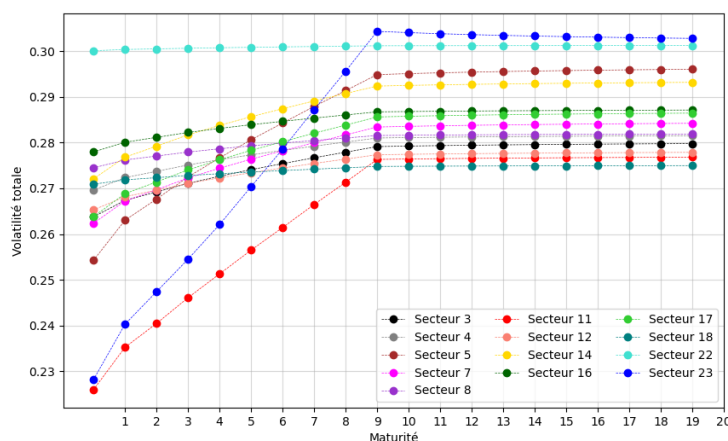


FIGURE 3.5 – Les volatilités totales des 13 secteurs avec les volatilités spécifiques constantes par morceaux

### 3.2.4.3 Volatilité spécifique constante par morceaux avec contraintes climatiques

Dans cette section, nous expérimentons un calibrage en intégrant des contraintes liées au climat au programme d'optimisation (3.4). L'objectif est de vérifier que le problème d'optimisation pour le calibrage reste soluble et que les résultats obtenus sont satisfaisants. Comme nous introduisons des contraintes supplémentaires tout en conservant les mêmes données, nous anticipons un calibrage moins performant que celui effectué dans le paragraphe précédent (Paragraphe 3.2.4.2). Ces contraintes climatiques stipulent que les volatilités spécifiques des actifs 'verts' doivent être inférieures à celles des actifs 'bruns' en raison de la moindre exposition des actifs 'verts' aux risques climatiques. Dans ce travail, les secteurs 'verts' sont définis comme les cinq secteurs présentant les chocs EIOPA les plus faibles, tandis que les secteurs 'bruns' correspondent aux cinq secteurs avec les chocs EIOPA les plus élevés. La Table 3.2 résume les secteurs inclus dans chaque catégorie.

Catégorie	Numéro du secteur	Code NACE
Secteurs 'verts'	5, 8, 11, 12, 16	C13-C18, C21-C22, C26-C28, C29-C30, F41-F43
Secteurs 'bruns'	3, 14, 17, 18, 23	B05-B09, D35, G45-G47, H49, <i>Other</i>
Autres secteurs	4, 7, 22	C10-C12, C20, L68

TABLE 3.2 – Classement des différents secteurs

En conservant les notations définies, le programme d'optimisation s'écrit :

$$\min_{\Theta} \sum_{t=1}^{20} \left[ \sum_{I,J=1}^{13} \sigma_t^I \sigma_t^J \overline{w_I} \overline{w_J} \rho_{I,J} - (\sigma_t^{STX50})^2 \right]$$

Sous la contrainte :

$$\sigma_{spe}^{I_{vert}}(t) \leq \sigma_{spe}^{J_{brun}}(t), \forall t \in (1, \dots, 20), \forall I_{vert}, \forall J_{brun}$$

Avec, par définition :

$$\sigma_t^I = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t (\sigma_{sys}^2 + (\sigma_{spe}^I(s))^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I(s) \times \rho_{carbone,I}) ds}$$

$$\forall t \in (1, \dots, 20), \forall I \in (1, \dots, 13)$$

Ce programme est aussi résolu de façon récursive. Lors de notre calibrage sur nos données, une erreur de  $1,65 \cdot 10^{-3}$  est obtenue, ce qui est satisfaisant. Comme attendu, la précision de l'optimisation est inférieure à celle réalisée pour la volatilité spécifique constante par morceaux sans contraintes. Les volatilités spécifiques sont représentées sur la Figure 3.6 et les volatilités totales sur la Figure 3.7. Les contraintes ont bien été respectées ainsi les volatilités spécifiques des cinq secteurs considérés comme 'verts' ont diminué et celle des secteurs 'bruns' ont augmenté pour compenser.

### 3.2.4.4 Volatilité spécifique paramétrique

Dans cette partie, la volatilité spécifique est considérée sous forme paramétrique :

$$\sigma_{spe}^I(t) = \sigma_{\infty}^I + (\sigma_0^I - \sigma_{\infty}^I) \exp(-\alpha^I t)$$

Dans cette équation,  $\sigma_0$  correspond à la volatilité initiale en  $t = 0$ ,  $\sigma_{\infty}$  représente la volatilité à long terme et  $\alpha$  détermine la vitesse à laquelle la volatilité tend vers sa valeur de long terme ( $\sigma_{\infty}$ ). Plus  $\alpha$  est élevé plus la volatilité converge rapidement vers sa valeur de long terme, et inversement.

Dans ce cas, les paramètres à déterminer sont :

$$\Theta = ((\sigma_{\infty}^I, \sigma_0^I, \alpha^I)_{I=1, \dots, 13})$$

L'objectif est toujours de résoudre le programme de minimisation (3.4) avec une volatilité spécifique sous forme paramétrique.

Lors de notre calibrage sur nos données, nous avons trouvé une erreur de  $4,01 \cdot 10^{-3}$ , ce qui est satisfaisant. Comme prévu, une légère baisse du niveau de précision est observée par rapport au cas de la volatilité spécifique constante par morceaux, en raison du nombre réduit de paramètres. Les volatilités spécifiques sont illustrées dans la Figure 3.8 et les volatilités totales dans la Figure 3.9. La volatilité spécifique du secteur 23, composé majoritairement de banques et d'assurances, croît rapidement en passant de 11% la première

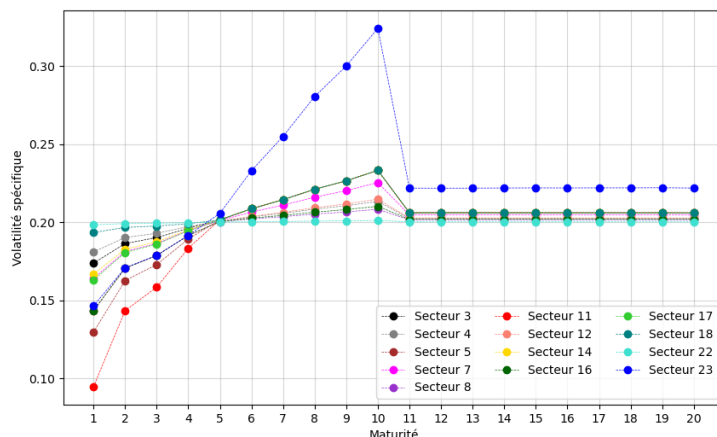


FIGURE 3.6 – Les volatilités spécifiques constantes par morceaux avec contraintes climatiques des 13 secteurs

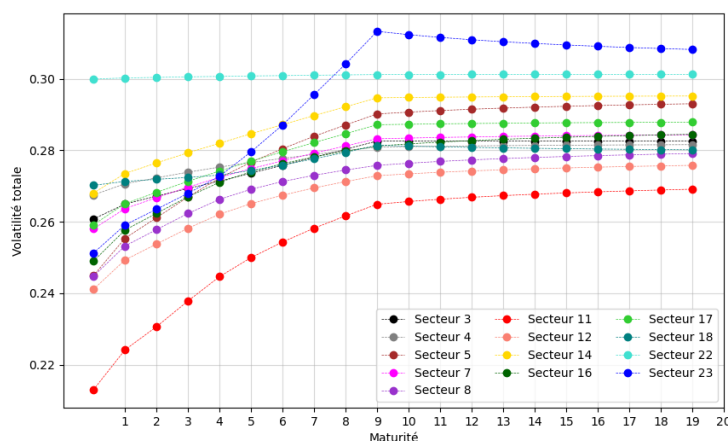


FIGURE 3.7 – Les volatilités totales des 13 secteurs avec les volatilités spécifiques constantes par morceaux avec contraintes climatiques

année à 25% la vingtième année. Les volatilités spécifiques des autres secteurs se situent entre 16% et 20%. En ce qui concerne les volatilités totales, elles varient entre 25% et 33%. Le secteur 23 se démarque des autres secteurs par sa plus grande amplitude, avec une volatilité totale passant de 21% la première année à 33% la vingtième année.

En comparaison avec le scénario de volatilité spécifique constante par morceaux, nous observons que, pour les maturités inférieures à 4 ans, seules les volatilités totales paramétriques des secteurs 5 (industrie de l'habillement), 11 (produits informatiques et électroniques), et 23 (banques, assurances) sont supérieures aux volatilités totales constantes par morceaux. Pour les maturités supérieures à 10 ans, les secteurs 8 (industrie pharmaceutique), 18 (transports et entreposages), 22 (activités immobilières), et 23 (banques, assurances) présentent des volatilités supérieures dans le cas de la volatilité paramétrique. Il est à noter que le secteur 23 affichait déjà les valeurs de volatilité les plus dispersées même avec des volatilités constantes par morceaux. Par conséquent, avec l'utilisation d'un

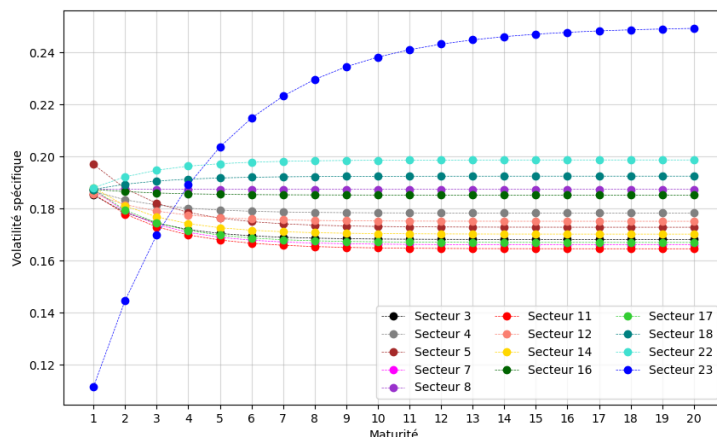


FIGURE 3.8 – Les volatilités spécifiques paramétriques des 13 secteurs

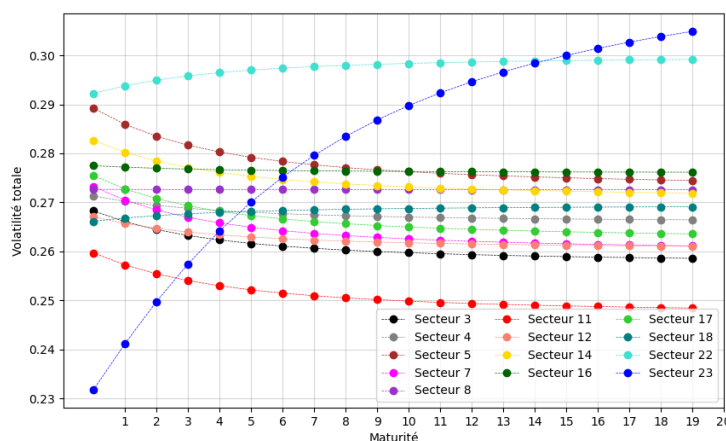


FIGURE 3.9 – Les volatilités totales des 13 secteurs avec les volatilités spécifiques paramétriques

modèle paramétrique, qui est intrinsèquement moins flexible, des écarts proches de 3% sur les valeurs à long terme de la volatilité entre les deux méthodes sont observés.

### 3.2.5 Simulations

Il est important de rappeler que dans ce modèle, nous projetons les indices d'actions actualisés et que nous négligeons l'impact des taux d'intérêt.

Afin d'utiliser l'Équation (3.3), les incréments de Browniens systémiques et spécifiques doivent être calculés. Ils sont générés avec la méthode de Cholesky pour avoir la bonne structure de corrélation. 5 000 simulations sur 30 ans à un pas de temps mensuels ont été réalisées. En utilisant le schéma de simulation donné dans l'Équation (3.3), nous obtenons les trajectoires de prix actualisés sur 30 ans de nos 13 indices sectoriel.

Dans la Figure 3.10 sont représentées cinq trajectoires différentes pour l'indice sectoriel

3, correspondant aux industries extractives, avec une volatilité spécifique constante par morceaux.

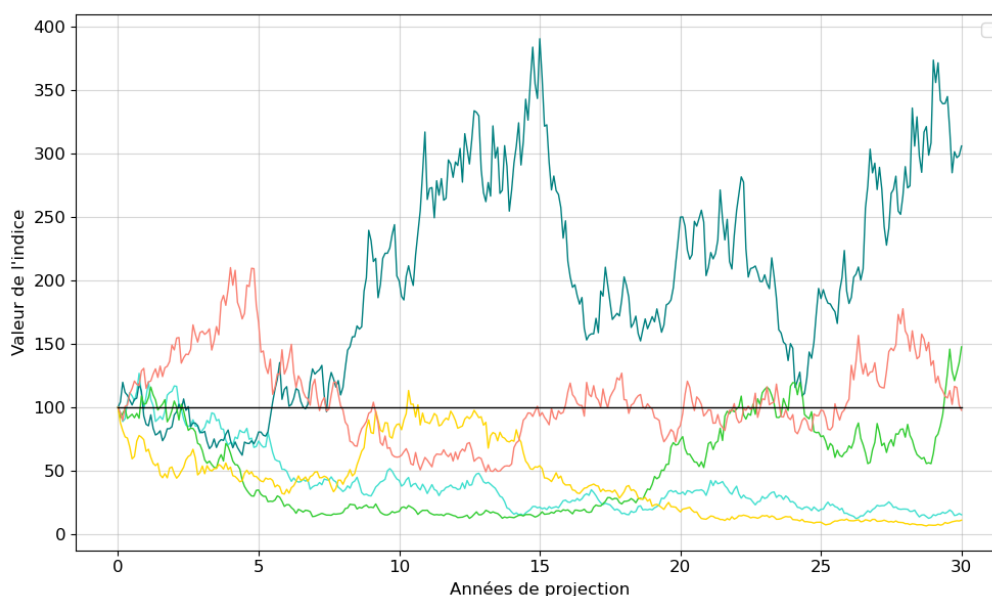


FIGURE 3.10 – Cinq trajectoires de l'indice sectoriel 3 (B05-B09) dans le cas d'une volatilité spécifique constante par morceaux

### 3.2.6 Analyses des scénarios

Avant de pouvoir utiliser les scénarios simulés, il convient de les valider. Pour ce faire, des tests martingales et de *market consistency* sont réalisés sur les indices sectoriels actualisés simulés.

#### 3.2.6.1 Tests martingales

Les tests martingales sont les premiers à être effectués sur les simulations. Étant donné que nous avons simulé les trajectoires des indices sectoriels actualisés, il faut vérifier que l'espérance des prix actualisés est, en moyenne, égale à  $S_0$  :

$$\mathbb{E}(\tilde{S}_t^I) = S_0$$

D'après la loi forte des grands nombres, cette espérance peut-être estimée comme la moyenne empirique de l'indice sectoriel actualisé au cours du temps.

Ainsi, à chaque date de simulation, on calcule la quantité  $\mathbb{E}(\tilde{S}_t^I) - S_0$  et d'après le théorème central limite, l'intervalle de confiance peut être déterminé de la manière suivante :

$$IC(\alpha) = \left[ -\phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) \times \frac{\sigma_t^I}{\sqrt{N}} ; \phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) \times \frac{\sigma_t^I}{\sqrt{N}} \right]$$

où :

- $\phi^{-1}(k)$  représente le quantile de la loi normale centrée réduite d'ordre  $k$  ;
- $\alpha$  correspond au niveau de confiance de valeur fixé à 95% dans nos calculs ;
- $\sigma_t^I$  représente l'écart-type des prix simulés de l'indice sectoriel  $I$  à l'instant  $t$  ;



–  $N$  représente le nombre d'observations, ici fixé à 5 000.

Ces tests martingales ont été réalisés pour les 13 indices sectoriels et les trois méthodes de calibrage de la volatilité spécifique. Les résultats des tests martingales pour le secteur 11, lié aux produits informatiques et électroniques, et le secteur 14, correspondant à la production et la distribution d'électricité et de gaz, sont illustrés dans les Figures 3.11 et 3.12. Dans tous les cas, les tests martingales sont valides car l'espérance ( $\mathbb{E}(\tilde{S}_t^I - S_0)$ ) se situe à l'intérieur de l'intervalle de confiance à 95%.

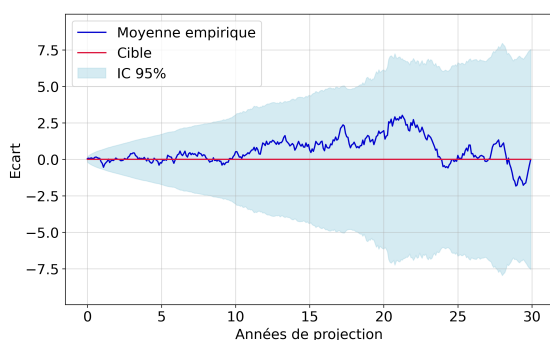


FIGURE 3.11 – Test martingale pour le secteur 11 (C26-C28) avec la volatilité spécifique constante par morceaux

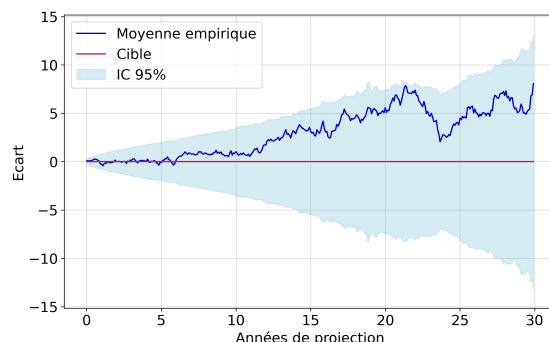


FIGURE 3.12 – Test martingale pour le secteur 14 (D35) avec la volatilité spécifique constante par morceaux

### 3.2.6.2 Tests de *market consistency*

Un test de *market consistency* peut-être réalisé sur nos simulations. Nous vérifions que les trajectoires simulées reflètent les données de marché utilisées pour calibrer le modèle. En effet, le prix d'une option peut s'écrire comme l'espérance de sa valeur finale actualisée que l'on peut estimer par une moyenne empirique. Ces prix Monte-Carlo seront ensuite transformés en volatilités implicites Monte-Carlo grâce à la formule de Black-Scholes.

Dans un premier temps, pour chaque indice sectoriel, nous calculons le prix des *calls* ATM en fixant le *strike*, noté  $K$ , à  $S_0$ , c'est-à-dire 100. Le payoff d'un *call* européen à la date d'échéance  $t$  est  $\max(\tilde{S}_t - \tilde{K}, 0)$ , où  $\tilde{S}_t$  représente le prix de l'actif actualisé à l'instant  $t$  et  $\tilde{K}$  le *strike* actualisé. Ainsi, le prix  $C$  en date  $t = 0$  est l'espérance du payoff actualisé :

$$C_t^I = \mathbb{E}(\max(\tilde{S}_t^I - \tilde{K}, 0))$$

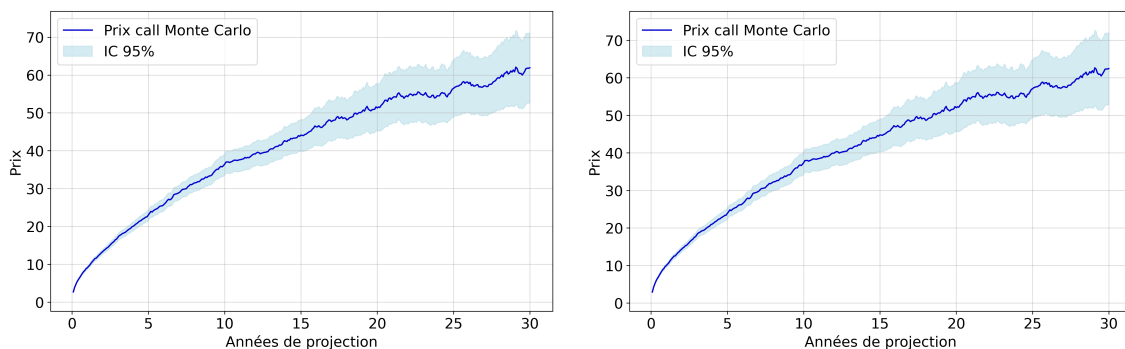
où  $C_t^I$  représente le prix du *call* ATM pour l'indice sectoriel  $I$  en  $t = 0$  de maturité  $t$ . Les intervalles de confiance s'écrivent sous la forme :

$$IC(\alpha, C_t^I, M_t^I) = \left[ C_t^I - \phi^{-1} \left( \frac{1 + \alpha}{2} \right) \times \frac{\sigma_{M_t^I}}{\sqrt{N}} ; C_t^I + \phi^{-1} \left( \frac{1 + \alpha}{2} \right) \times \frac{\sigma_{M_t^I}}{\sqrt{N}} \right]$$

avec  $\sigma_{M_t^I}$  correspondant à l'écart type de la variable aléatoire  $M_t^I = \max(\tilde{S}_t^I - \tilde{K}, 0)$ .

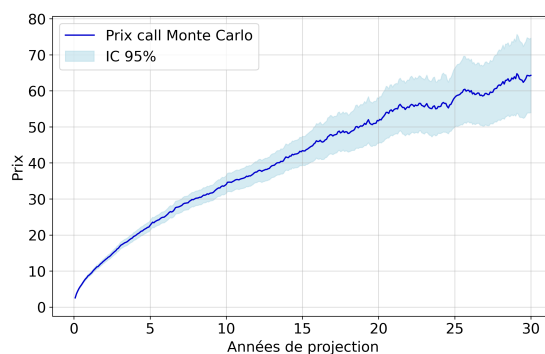
Les Figures 3.13 présentent les prix des *calls* Monte-Carlo pour le secteur 3, lié à l'industrie extractive, pour les trois méthodes de calibrage. Les courbes sont similaires entre les secteurs et entre les différentes hypothèses prises sur le calibrage de la volatilité spécifique.

Dans un second temps, il faut calculer la volatilité implicite associée à ces prix de *calls*. Nous allons utiliser la formule de pricing des *calls* de Black-Scholes (Équation (1.5)). Dans cette équation, seul le paramètre  $\sigma$  représentant la volatilité est inconnu. Un programme



a) Volatilité spécifique constante par morceaux

b) Volatilité spécifique constante par morceaux avec contraintes climatiques



c) Volatilité spécifique paramétrique

FIGURE 3.13 – Prix du call Monte-Carlo pour le secteur 23 (*Other*)

d'optimisation est réalisé afin de trouver les volatilités implicites pour chaque pas de temps et pour chaque secteur :

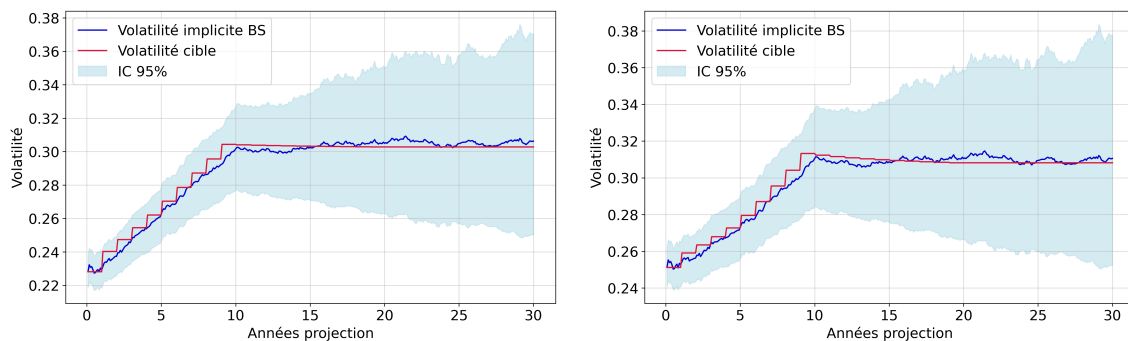
$$\min_{\sigma_t^I} \left[ C_t^I - \left( \tilde{S}_t^I \phi(d_1) - \phi(d_2) \right) \right]$$

où  $d_1$  et  $d_2$  sont définis dans l'Équation (1.6).

Nous rappelons que les options sur les indices sectoriels européens n'existent pas sur les marchés financiers. Par conséquent, la volatilité totale de chaque indice sectoriel calculée après le calibrage est considérée comme la volatilité de marché. Pour maintenir la cohérence avec les données de marchés, ces volatilités totales par secteur ont été déterminées en satisfaisant le programme de minimisation (3.4) contenant les volatilités implicites de l'*Euro Stoxx 50* sur les marchés.

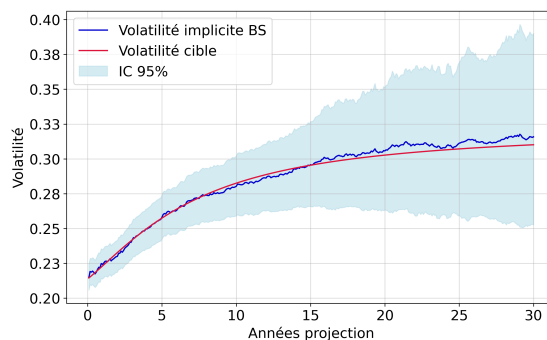
Les volatilités implicites par indice sectoriel sont donc comparées aux volatilités totales par secteur. Dans les Figures 3.14 sont représentés ces tests pour le secteur 23, majoritairement constitué de banques et d'assureurs, pour les trois calibrages de volatilité.

Pour les 13 indices sectoriels et les trois différentes méthodes de calibrage de la volatilité, les tests de *market consistency* sont validés : les volatilités cibles se situent bien à l'intérieur de l'intervalle de confiance à 95%.



a) Volatilité spécifique constante par morceaux

b) Volatilité spécifique constante par morceaux avec contraintes climatiques



c) Volatilité spécifique paramétrique

FIGURE 3.14 – Test de *market consistency* pour le secteur 23 (*Other*)

### Conclusion

Dans cette section, nous avons défini une nouvelle dynamique pour la projection des trajectoires actions dans un environnement risque neutre. Cette dynamique est constituée d'une composante systémique, liée au risque carbone et partagée par toutes les actions, ainsi que d'une composante spécifique propre à chaque indice action. Grâce à cette dynamique, nous avons projeté les indices sectoriels actualisés. Notre étude s'est limitée à l'effet de la structure de volatilité, sans prendre en compte l'impact de la tendance (les taux). En utilisant les données de marchés, nous avons calibré notre modèle de trois manières distinctes. Ensuite, nous avons simulé des trajectoires et validé ces simulations pour les 13 indices sectoriels, en considérant les trois volatilités spécifiques différentes. A noter que, dans cette étude, nous faisons l'hypothèse que la volatilité que nous observons est uniquement liée aux actions. C'est une hypothèse forte car, en réalité, une partie de la variabilité est liée aux actions et une autre partie est liée aux taux d'intérêt. Dans une étude future, il serait intéressant d'explorer davantage afin de distinguer la partie liée aux actions et celle liée aux taux d'intérêt. Cela pourrait permettre une compréhension plus précise et détaillée de ces dynamiques.

### 3.3 Scénarios de volatilités cohérents avec les scénarios GIEC

Afin d'utiliser le modèle présenté précédemment, notamment dans le cadre de l'ORSA climatique (se référer au Paragraphe 1.1.5.4), nous avons besoin d'émettre des hypothèses sur la structure de volatilités à différents horizons. Dans cette partie, nous proposons une méthode pour déduire des scénarios de volatilités en utilisant les scénarios du GIEC.

#### 3.3.1 Données

Les données de projections du GIEC ont été extraites sur le site 'AR6 Scenario Explorer and Database hosted by IASA'<sup>4</sup>. Cet explorateur de scénarios présente des projections de différentes métriques conformément au sixième rapport du GIEC (AR6, [SSS+22]). En utilisant cet outil, les prévisions sont réalisées à un pas de 5 ans jusqu'en 2050. Deux séries différentes du modèle 'REMIND-MAGPIE 2.1-4.2' ont été retenues : le prix du carbone et le prix du pétrole brut. Dans les deux cas, les données ont été collectées pour la zone de l'Union Européenne, en suivant les scénarios du NGFS : 'Net-zéro 2050', 'En dessous de 2°C', 'Transition retardée' et 'Politiques actuelles' (Paragraphe 1.1.4). Une brève explication des scénarios commençant par celui qui limite le plus l'augmentation de la température à la surface de la Terre. Le scénario 'Net-zéro 2050' illustre un cas où des politiques climatiques strictes sont mises en œuvre dès maintenant. Le scénario 'En dessous de 2°C' décrit une situation où les politiques climatiques sont progressivement renforcées. Le scénario 'Transition retardée' représente un cas où les émissions de gaz à effet de serre ne diminuent pas avant 2030, après quoi des politiques rigoureuses sont mises en place. Enfin, le scénario 'Politiques actuelles' maintient les politiques existantes sans tenir compte du risque climatique.

Les Figures 3.15 et 3.16 présentent les projections, selon l'explorateur de données du GIEC, du prix du carbone et du pétrole brut. Comme les données ont un pas de temps de 5 ans, des interpolations linéaires mensuelles ont été réalisées entre ces points.

En ce qui concerne le prix du carbone, dans le scénario 'Politiques actuelles', il stagne en raison de l'absence de réglementation ou d'actions significatives de la part des politiques. Ensuite, dans le scénario 'En dessous de 2°C', l'augmentation du prix du carbone est plus modérée que dans les deux autres scénarios, en raison de la mise en œuvre progressive des politiques climatiques. Dans le scénario 'Net-zéro 2050', le prix du carbone augmente continuellement pour inciter les entreprises à réduire leurs émissions grâce à des politiques strictes. Enfin, dans le scénario 'Transition retardée', le prix du carbone connaît une augmentation drastique à partir de 2030, correspondant à la mise en place de politiques strictes et représentant le scénario où la projection du prix du carbone est la plus élevée en 2050.

En ce qui concerne les projections du prix du pétrole, les quatre scénarios présentent une forme similaire : une augmentation jusqu'en 2030, une diminution plus ou moins marquée de 2030 à 2035, puis une nouvelle augmentation jusqu'en 2050. La première augmentation jusqu'en 2030 peut être attribuée au temps nécessaire pour que les entreprises ajustent leur consommation de pétrole, ainsi qu'à une offre de plus en plus limitée sur les marchés. La hausse est moins marquée dans le scénario 'Net-zéro 2050' et plus importante dans les scénarios 'Politiques actuelles' et 'Transition retardée'. De 2030 à 2035, le prix du pétrole diminue, ce qui peut être associé à une accélération de la transition énergétique, au désintérêt croissant des entreprises pour le pétrole et donc à une baisse de la demande,

4. Site : <https://iiasa.ac.at/models-tools-data/ar6-scenario-explorer-and-database>

alors que l'offre ne s'est pas encore totalement adaptée. Les avancées technologiques peuvent également expliquer cette diminution. Les politiques strictes mises en place dans le scénario 'Transition retardée' entraînent la diminution la plus sévère parmi les quatre scénarios. L'augmentation après 2035 peut s'expliquer par une diminution de la production pétrolière, réduisant l'offre mondiale, et par une demande persistante dans certains secteurs encore non totalement sortis de l'utilisation du pétrole.

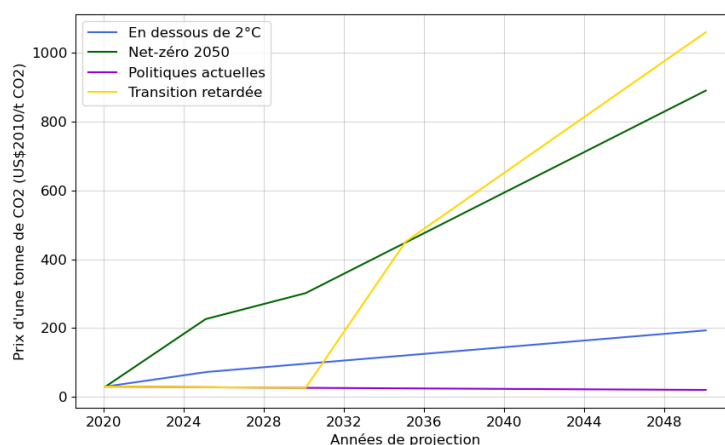


FIGURE 3.15 – Projection des prix du carbone sur le marché européen en fonction des quatre scénarios du NGFS. Les prix sont exprimés en US\$2010/tCO<sub>2</sub><sup>5</sup>.

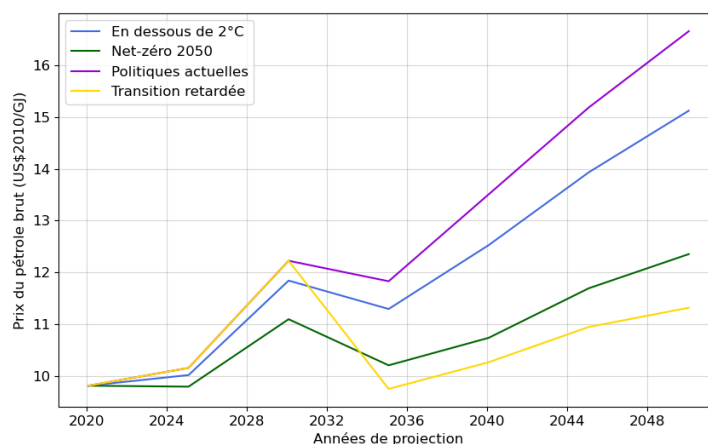


FIGURE 3.16 – Projection des prix du pétrole brut sur le marché européen en fonction des quatre scénarios du NGFS. Les prix sont exprimés en US\$2010/GJ<sup>6</sup>.

Les données historiques des prix du carbone européen et des indices sectoriels utilisées

5. US\$2010/tCO<sub>2</sub> est une unité qui indique le prix pour chaque tonne de dioxyde de carbone en dollars américains, ajustés à leur valeur en 2010.

6. US\$2010/GJ est une unité qui indique le coût du pétrole en dollars américains, ajustés à leur valeur en 2010, par gigajoule (GJ). Le gigajoule est l'unité de mesure de l'énergie dans le système international d'unités. Selon <https://www150.statcan.gc.ca/n1/pub/57-601-x/00305/4106131-fra.htm>, un baril de pétrole brut équivaut à d'environ 6 gigajoules.

ici sont les mêmes que celles utilisées précédemment (voir le Paragraphe 3.2.1).

L'historique des prix du pétrole brut BRENT provient des statistiques de l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques (INSEE)<sup>7</sup>. Ces données, échantillonnées mensuellement depuis janvier 1990 en dollars américains, ont été converties en euros et actualisées pour la suite de l'étude.

### 3.3.2 Méthode

L'objectif de cette section est de construire des scénarios de volatilités pour nos indices sectoriels cohérents en fonction des projections du GIEC. Pour ce faire, nous implémentons une méthode statistique qui repose sur la distribution jointe de différents facteurs de risque d'intérêt. En estimant alors des lois de probabilité conditionnelles, nous déduisons des scénarios d'évolution cohérents pour les grandeurs non projetées.

Commençons par décrire le cas où  $V = (X, Y)$  est un vecteur gaussien de dimension 2.  $X$  représente la variable projetée disponible et  $Y$  représente la variable que nous souhaitons projeter et pour laquelle nous n'avons pas de scénarios d'évolution. D'après [Big14], en faisant l'hypothèse d'une distribution jointe de type gaussienne, alors, on peut écrire l'espérance conditionnelle de  $Y$  sachant  $X$  comme une fonction linéaire en  $X$  :

$$\mathbb{E}[Y|X] = \mathbb{E}[Y] + \frac{Cov(X, Y)}{Var(X)}(X - \mathbb{E}[X]) \quad (3.7)$$

Considérons une généralisation : soit un vecteur gaussien  $V = (X_1, \dots, X_p, Y_1, \dots, Y_n) = (X, Y)$  où  $X$  représente les variables projetées disponibles et  $Y$  les variables que nous voulons projeter compte tenu des projections de  $X$ . Posons,  $\Sigma$ , la matrice de variance covariance telle que :

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_X & \Sigma_{X,Y} \\ \Sigma_{Y,X} & \Sigma_Y \end{bmatrix}$$

où  $\Sigma_{Y,X} = \Sigma'_{X,Y}$ .

La Formule (3.7) se généralise au cas multidimensionnel de la manière suivante :

$$\mathbb{E}[Y|X] = \mathbb{E}[Y] + \Sigma_{Y,X} \Sigma_X^{inv} (X - \mathbb{E}[X]) \quad (3.8)$$

où  $\Sigma_X^{inv}$  correspond à :

- $\Sigma_X^{inv} = \Sigma_X^{-1}$  si  $\Sigma_X$  est inversible ;
- Sinon,  $\Sigma_X^{inv}$  est le pseudo-inverse de Moore-Penrose de  $\Sigma_X$ . Pour l'obtenir, on considère la diagonalisation :  $\Sigma_X = P' \Delta P$  où  $\Delta$  est diagonale. Ensuite, le pseudo-inverse peut-être déduit en utilisant la matrice diagonale  $\Delta^{inv}$  obtenue en inversant les valeurs positives de  $\Delta$  :  $\Sigma_X^{inv} = P \Delta^{inv} P'$ .

### 3.3.3 Calcul de la volatilité des indices sectoriels

Nous souhaitons utiliser les Équations (3.7) et (3.8) dans le but d'obtenir des scénarios de volatilités des indices sectoriels introduits au Chapitre 2 (Équation (2.1)) et cohérents avec les évolutions des prix du carbone et du pétrole brut obtenues dans les scénarios GIEC. Comme mentionné précédemment, il n'existe pas de volatilités implicites sur ces indices sectoriels ; aussi, nous considérerons alors des volatilités historiques sur une fenêtre restreinte.

7. Site : <https://www.insee.fr/fr/statistiques/serie/010002077#Tableau>

La fenêtre et la plage historique retenues ont un impact sur les séries de volatilités. Une fois que nous aurons déterminé nos séries de volatilités pour les indices sectoriels, nous pourrons utiliser les incréments de ces volatilités pour représenter  $Y$  dans les équations (3.7) et (3.8). Pour pouvoir appliquer ces formules, nous avons besoin de la moyenne empirique et de la variance de notre série  $Y$ . Nous suggérons de modifier la date de début de l'historique et la taille de la fenêtre glissante pour observer les effets sur les moyennes empiriques et les variances. Nous envisageons des fenêtres de 6, 8, 10 et 12 mois. Les figures 3.17 et 3.18 montrent, pour le secteur 5, la moyenne empirique et la volatilité glissante en fonction de la date de début de l'historique choisie, la date de fin étant fixée au 31 mai 2023. Plusieurs courbes sont présentes sur ces graphiques, correspondant aux différentes fenêtres glissantes choisies pour calculer la volatilité historique. Comme attendu, en raison du nombre limité de points, l'utilisation d'une fenêtre glissante de 6 mois entraîne la plus grande variance et des pics plus marqués dans la moyenne empirique par rapport aux autres cas.

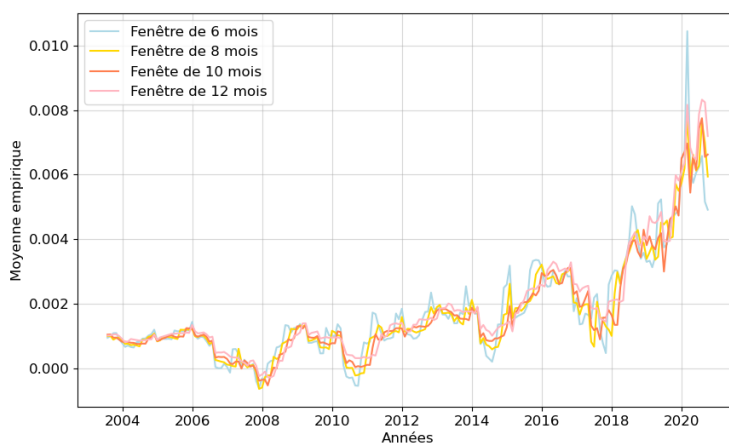


FIGURE 3.17 – La moyenne empirique 'glissante' des incréments de volatilité de l'indice sectoriel 5 (C13-C18)

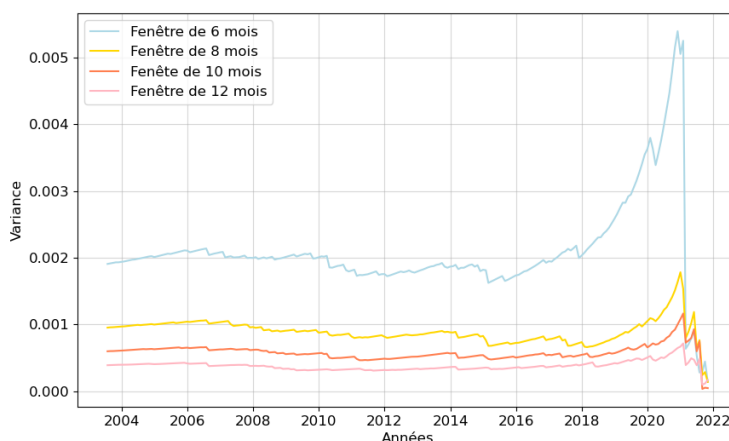


FIGURE 3.18 – La variance 'glissante' des incréments de volatilité de l'indice sectoriel 5 (C13-C18)

Pour déterminer la fenêtre à utiliser pour le calcul de la volatilité des indices sectoriels,

nous devons trouver un équilibre entre deux facteurs. D'une part, plus la fenêtre de calcul de la volatilité est large, plus les résultats obtenus sont robustes. D'autre part, théoriquement, si la fenêtre pour calculer la volatilité historique tend vers zéro, alors la volatilité historique devrait tendre vers la volatilité implicite. Nous envisageons des fenêtres de 6, 8, 10 et 12 mois et, pour concilier ces deux facteurs, nous choisissons une fenêtre de 8 mois. En ce qui concerne la plage de données à utiliser, pour disposer d'un historique suffisamment large, nous retenons la période allant de juillet 2003 à mai 2023. La Table 3.3 présente les moyennes empiriques et les variances des différentes séries d'incrément de volatilité.

Code NACE	Numéro du secteur	Moyenne ( $\times 10^{-4}$ )	Variance ( $\times 10^{-4}$ )
B05-B09	3	4,95	11,55
C10-C12	4	2,11	5,46
C13-C18	5	4,00	9,59
C20	7	4,81	6,96
C21-C22	8	3,37	9,18
C26-C28	11	-1,00	9,06
C29-C30	12	-4,13	24,39
D35	14	0,53	5,45
F41-F43	16	2,72	9,12
G45-G47	17	-3,44	12,88
H49	18	2,80	20,20
L68	22	36,17	6,74
<i>Other</i>	23	3,76	15,37

TABLE 3.3 – Moyenne empirique et variance des volatilités glissantes sur 8 mois des indices sectoriels

### 3.3.4 Cas unidimensionnel : prix carbone

Dans cette section, la formule de calcul du choc unidimensionnel est utilisée (Équation (3.7)), avec  $X$  représentant les log-rendements des prix du carbone et  $Y$  les incréments de volatilité des indices sectoriels. La série des log-rendements du prix du carbone européen présente une moyenne empirique de  $78,03 \cdot 10^{-4}$  et une variance de  $2271,08 \cdot 10^{-4}$ .

Les corrélations entre les log-rendements des prix du carbone européen et les incréments de volatilité des indices sectoriels sont très faibles, inférieures à 5% pour 12 secteurs. En revanche, les corrélations entre les log-rendements des prix du carbone sur le marché californien et les incréments de volatilité des indices sectoriels sont plus importantes. Ces corrélations figurent dans la Table 3.4. Il convient de souligner que les prix du carbone sur le marché californien correspondent aux prix sur le marché primaire, c'est-à-dire le prix auquel les entreprises achètent directement les quotas auprès de l'autorité politique. De plus, comme mentionné dans le paragraphe 3.1.2 et dans l'article [NGKA18], l'ETS européen a émis un surplus de quotas sur le marché lors des deux premières phases (2005-2012). En réponse à cela, l'UE a créé en 2019 une réserve de stabilité (MSR) dans le but de réguler les quantités de quotas disponibles sur le marché. Par conséquent, le marché européen a été déséquilibré avec une offre plus importante que la demande pendant de nombreuses années, ce qui a tiré les prix vers le bas. L'ETS californien a aussi fait face à un excédent de quotas, mais seulement pendant une courte période au lancement du



marché. L'autorité politique a réagi rapidement en régulant les prix des quotas à l'aide d'une enchère de réserve où les quotas étaient vendus à un prix supérieur à un certain seuil minimal. Ainsi, les corrélations plus importantes associées à un marché moins biaisé, nous ont incités à retenir les corrélations entre les log-rendements des prix du carbone californien et les incréments de volatilité pour nos indices sectoriels.

Code NACE	Numéro du secteur	Corrélation avec le marché européen	Corrélation avec le marché californien
B05-B09	3	0,04	0,13
C10-C12	4	0,01	0,23
C13-C18	5	0,04	0,07
C20	7	0,03	0,03
C21-C22	8	-0,02	-0,43
C26-C28	11	0,09	0,05
C29-C30	12	0,03	0,19
D35	14	0,04	-0,16
F41-F43	16	0,04	0,08
G45-G47	17	-0,03	0,07
H49	18	0,02	0,12
L68	22	0,03	-0,21
<i>Other</i>	23	0,02	0,29

TABLE 3.4 – Corrélation entre les log-rendements des prix du carbone et les incréments de volatilité des indices sectoriels

Les log-rendements des projections des prix du carbone sont calculés et sont utilisées dans l'Équation (3.7) pour projeter les chocs réponses sur les volatilités des indices sectoriels. Dans les Figures 3.19, quatre résultats sont exposés : deux d'entre eux, un du secteur 'vert' et un du secteur 'brun', sont concluants, tandis que les deux autres, provenant également des secteurs 'vert' et 'brun', ne sont pas satisfaisants. Débutons par les résultats satisfaisants. Pour le secteur 3, englobant les industries extractives et étant le "plus" 'brun' des indices sectoriels considérés, la volatilité projetée augmente dans les quatre scénarios NGFS. Dans le cas le plus défavorable, elle passe de 17% en 2023 à 35% en 2050, avec la plus forte augmentation observée dans le scénario 'Transition retardée' et la moins importante dans le scénario 'Politiques actuelles'. Concernant le secteur 11, associé aux produits informatiques et électroniques et considéré comme un secteur 'vert', la volatilité décroît au fil de la période de projection. Dans le scénario 'Transition retardée', une légère hausse en 2030 est observée, coïncidant avec le début de la mise en place de politiques écologiques strictes. Le scénario 'Politiques actuelles' affiche également la volatilité la plus basse, passant de 33% en 2023 à 29% en 2050.

Cependant, les impacts sur la volatilité varient d'un indice sectoriel à l'autre et ne sont pas toujours cohérents. En effet, certains indices catégorisés comme 'verts' selon les chocs de l'EIOPA, comme par exemple le secteur 16, associé à la construction, présentent une augmentation de volatilité au fil du temps, contraire à ce qui serait attendu. En théorie, les secteurs 'verts', réputés moins polluants, devraient voir leur volatilité diminuer, car considérés comme plus sûrs en période de transition climatique. A l'inverse, certains secteurs 'bruns', comme le secteur 17, lié à l'industrie automobile, présentent une volatilité décroissante ce qui semble incohérent.

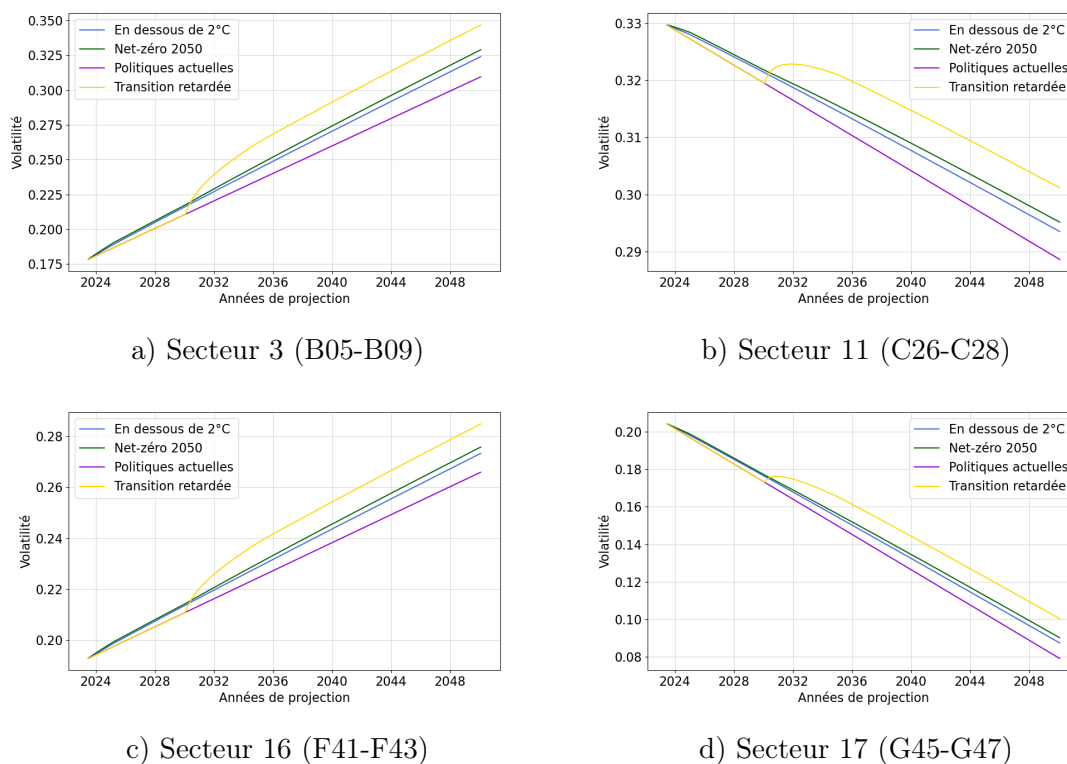


FIGURE 3.19 – Projection de la volatilité en fonction des scénarios du GIEC des prix du carbone

### 3.3.5 Cas unidimensionnel : prix du pétrole brut

La formule de choc unidimensionnel (Équation (3.7)) va être appliquée dans cette section, avec  $X$  représentant les log-rendements des prix du pétrole brut et  $Y$  représentant les incréments volatilités des indices sectoriels. Pour les log-rendements des prix du pétrole brut, une moyenne empirique de  $50,15 \cdot 10^{-4}$  et une variance de  $110,10 \cdot 10^{-4}$  ont été retenues. Les corrélations entre les log-rendements des prix du pétrole brut et les incréments de volatilité des indices sectoriels sont répertoriées dans la Table 3.5.

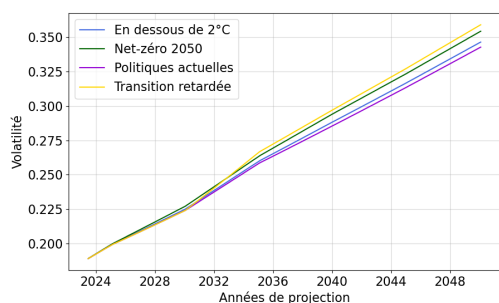
Comme mentionné précédemment, pour calculer les chocs équivalents sur les volatilités des indices sectoriels à partir des chocs sur le prix du pétrole, les log-rendements des projections des prix du pétrole brut sont calculés pour utiliser l'Équation (3.7). Les Figures 3.20 présentent les projections des volatilités pour les secteurs 8, 12, 17 et 23, en fonction des projections sur le prix du pétrole. Nous présentons quatre résultats : deux sont concluants, un pour un secteur 'vert' et un pour un secteur 'brun', et deux ne sont pas satisfaisants, également répartis entre un secteur 'vert' et un secteur 'brun'.

Commençons par les résultats les plus cohérents. Pour le secteur 12, considéré comme 'vert' et correspondant à l'industrie de l'aviation et de la défense, la volatilité diminue dans tous les scénarios jusqu'en 2030. Ensuite, une augmentation de la volatilité est observée entre 2030 et 2035, suivie d'une nouvelle diminution lente de la volatilité de l'indice sectoriel 12. À partir de 2035, le scénario présentant la volatilité la plus élevée est le scénario de 'Transition retardée', qui est le plus instable. Le scénario 'Politiques actuelles' est celui avec la volatilité la plus basse à long terme : passant de 12% en 2023 à 9% en 2050. Dans le

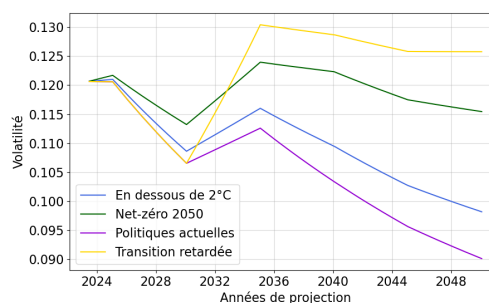
Code NACE	Numéro du secteur	Corrélation
B05-B09	3	0,05
C10-C12	4	-0,17
C13-C18	5	-0,04
C20	7	-0,11
C21-C22	8	-0,15
C26-C28	11	-0,08
C29-C30	12	-0,20
D35	14	-0,03
F41-F43	16	-0,10
G45-G47	17	-0,13
H49	18	-0,17
L68	22	0,05
<i>Other</i>	23	-0,14

TABLE 3.5 – Corrélation entre les log-rendements des prix du pétrole brut et les incréments de volatilité des indices sectoriels

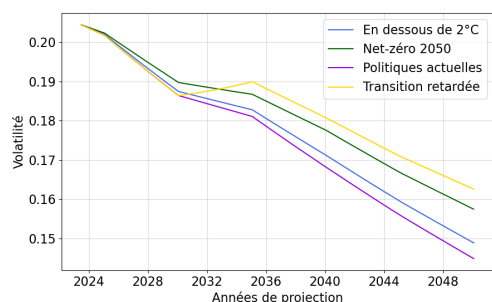
graphique correspondant au secteur 23, considéré comme 'brun' et principalement composé de banques et d'assureurs, la volatilité augmente dans tous les scénarios, avec une hausse particulièrement marquée à long terme pour le scénario de 'Transition retardée', passant de 22% en 2023 à 42% de volatilité en 2050.



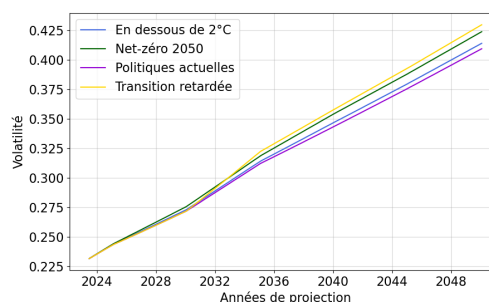
a) Secteur 8 (C21-C22)



b) Secteur 12 (C29-C30)



c) Secteur 17 (G45-G47)



d) Secteur 23 (*Other*)

FIGURE 3.20 – Projection de la volatilité en fonction des scénarios du GIEC des prix du pétrole brut

Ces courbes de volatilité ne se comportent pas comme espéré dans de nombreux cas. Par exemple, dans le secteur 8, associé l'industrie pharmaceutique et considéré comme un secteur 'vert', la volatilité augmente avec l'horizon temporel. En revanche, le secteur 17, composé de l'industrie automobile et associé à un secteur 'brun', présente une volatilité décroissante jusqu'en 2050. Ainsi, les chocs sur les volatilités, attendus en fonction du classement des actifs 'bruns' et 'verts' selon les chocs de l'EIOPA, ne sont pas cohérents pour tous les secteurs.

### 3.3.6 Cas multidimensionnel

Dans ce cas multidimensionnel, l'Équation (3.8) sera appliquée. Les deux projections, d'une part des prix du carbone et d'autre part du prix du pétrole brut, sont exploitées pour élaborer le scénario équivalent des volatilités des indices sectoriels. Les moyennes empiriques, variances et corrélations demeurent identiques à celles utilisées dans les cas unidimensionnels (Tables 3.3, 3.4 et 3.5). La matrice de covariance  $X$  vaut :

$$\Sigma_X = \begin{bmatrix} 0,2271 & 0,0034 \\ 0,0034 & 0,0111 \end{bmatrix}$$

Le déterminant de cette matrice est positif, elle est donc inversible.

Les Figures 3.21 illustrent les projections de volatilité pour les secteurs 3, 5, 11 et 17. Pour le secteur 3, associé aux industries extractives, une tendance générale à la hausse de la volatilité est observée, qui double entre 2023 et 2050. Par rapport au cas unidimensionnel, la différence entre les scénarios est plus prononcée dans le cas multidimensionnel. Le scénario 'Transition retardée' est le plus défavorable. Pour le secteur 11, lié à la production de produits électroniques et informatiques, une baisse très significative de la volatilité est notée dans le scénario 'Transition retardée', passant de 33% en 2023 à 23% en 2050. La volatilité dans le scénario 'Politiques actuelles' montre une légère augmentation au fil du temps. Dans les deux autres scénarios, la volatilité diminue jusqu'en 2050.

De manière similaire aux cas unidimensionnels, la volatilité projetée de certains secteurs ne correspond pas à la classification effectuée en fonction des niveaux de chocs EIOPA. Le secteur 5, considéré comme 'vert' et représentant l'industrie de l'habillement, montre une volatilité qui s'accroît avec l'horizon temporel. À l'inverse, le secteur 17, perçu comme 'brun' et associé à l'industrie automobile, présente des projections de volatilité en baisse.

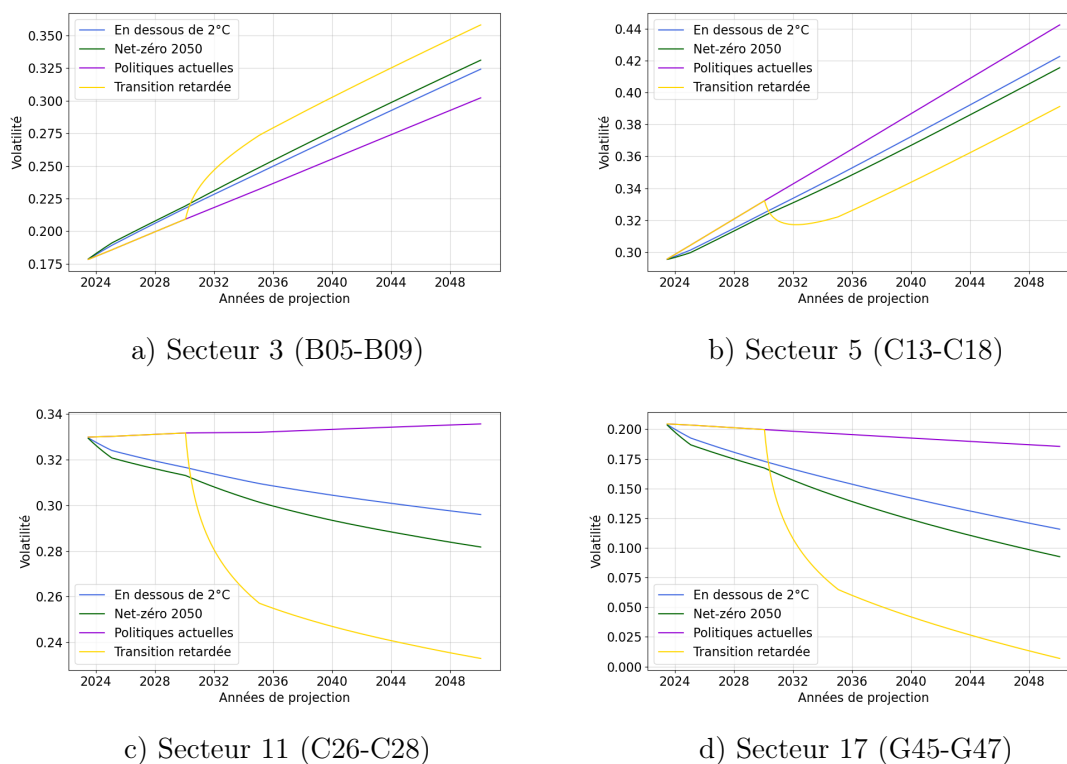


FIGURE 3.21 – Projection de la volatilité dans le cas multidimensionnel en fonction des scénarios du GIEC

### Conclusion

Dans cette partie, dans le but d'utiliser le modèle défini dans le Paragraphe 3.2 nous avons besoin de déterminer des hypothèses sur la structure de volatilités à différents horizons temporels. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser les projections du GIEC des prix du carbone et du pétrole brut européens afin d'obtenir des projections des volatilités de nos indices sectoriels équivalentes. Bien que les résultats soient satisfaisants pour certains secteurs, des incohérences peuvent être observées dans d'autres. Il pourrait être nécessaire d'identifier des variables projetées par le GIEC qui présentent une corrélation plus forte avec nos volatilités, et de répéter l'expérience en conséquence. De plus, dans une étude ultérieure, il pourrait être pertinent d'analyser les résultats du modèle en tenant compte des projections de la structure de volatilités selon les scénarios du GIEC. Enfin, il convient de noter que nous avons initialement supposé l'hypothèse d'un vecteur gaussien, ce qui ne correspond pas à la réalité des log-rendements des actions, qui présentent souvent des queues de distribution plus épaisses.



## Chapitre 4

# Monde réel et applications

Dans cette section, nous considérons la modélisation introduite au chapitre précédent (Paragraphe 3.2) pour des applications de type monde réel. Nous faisons l'hypothèse que les actifs évoluent en tendance selon le taux sans risque, avec une prime de risque nulle par rapport à l'univers monde réel. Nous appliquerons ce modèle pour réaliser dans un premier temps, une étude sur les chocs, puis une étude sur la théorie de portefeuille de Markowitz.

### 4.1 Données

Comme dans le chapitre précédent, les données de marché proviennent de la plateforme Refinitiv. L'historique des cotations et des taux Euribor 1 an est journalier et s'étend du 2 janvier 2002 au 31 mai 2023. Dans ce chapitre, des données historiques échantillonnées mensuellement ont été utilisées, ce qui équivaut à un total de 256 dates de cotations. Les données concernant les cotations du carbone sur l'ETS européen proviennent de l'ICAP et sont échantillonnées mensuellement.

### 4.2 Paramètres du modèle en monde réel

Dans ce chapitre, nous considérons le même modèle que celui décrit dans le Paragraphe 3.2 mais en univers monde réel. Cela signifie que les calculs s'effectuent sous la probabilité historique, qui est aussi la probabilité monde réel car les primes de risque sont nulles. Cette méthode est développée dans le Paragraphe 1.3.2. L'historique des données est donc utilisé pour le calibrage.

Nous travaillerons avec quatre périodes historiques pour le calibrage des quantités estimées :

1. La période totale qui s'étend du 31/01/2002 au 31/05/2023 ;
2. La période de la crise financière qui s'étale du 31/01/2008 au 30/06/2009 ;
3. La période de la crise de la COVID-19 qui dure du 31/03/2020 au 30/06/2021 ;
4. La période de la guerre en Ukraine qui couvre du 28/02/2022 au 31/05/2023.

Dans cette section, notre but est de déterminer les corrélations historiques, les volatilités systémiques et spécifiques de nos séries sur nos quatre périodes historiques distinctes. Pour rappel, la volatilité systémique, correspondant à la volatilité du carbone, est identique pour tous les indices sectoriels alors que les volatilités spécifiques sont propres à chaque secteur. Premièrement, nous allons fixer la volatilité systémique puis nous utiliserons les volatilités historiques pour déduire les volatilités spécifiques. Nous effectuerons un calibrage pour chaque période, soit un total de quatre calibrages.

### 4.2.1 Corrélations historiques

Les corrélations historiques entre les différentes séries sur chaque période sont estimées. Elles sont représentées dans les Figures 4.1 pour la période totale, 4.2 pour la période de la crise financière, 4.3 pour la période de la crise de la COVID-19 et 4.4 pour la période de la guerre en Ukraine. Pendant la crise de la COVID-19, les corrélations entre les 13 indices sectoriels et le prix du carbone sont importantes, supérieures à 45%. Le secteur 8, associé à l'industrie pharmaceutique, est souvent assez peu corrélés avec les autres secteurs quelque soit la période d'observation.

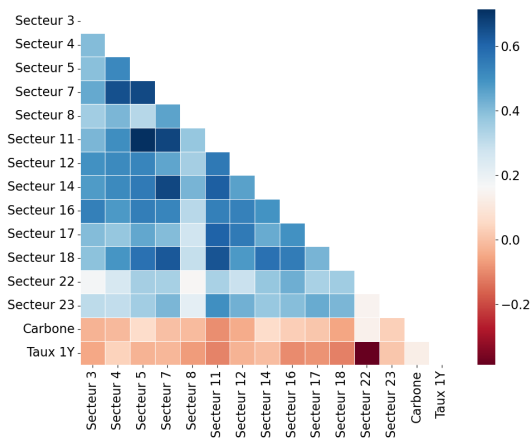


FIGURE 4.1 – Corrélations entre les séries sur la période totale

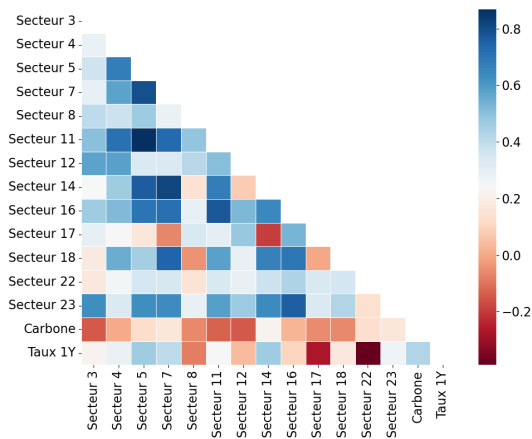


FIGURE 4.2 – Corrélations entre les séries sur la période de la crise financière

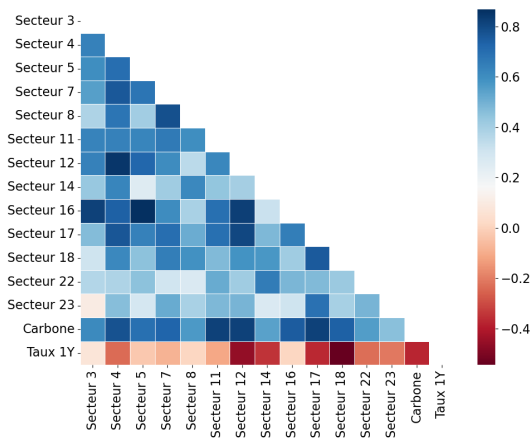


FIGURE 4.3 – Corrélations entre les séries sur la période de la crise COVID-19

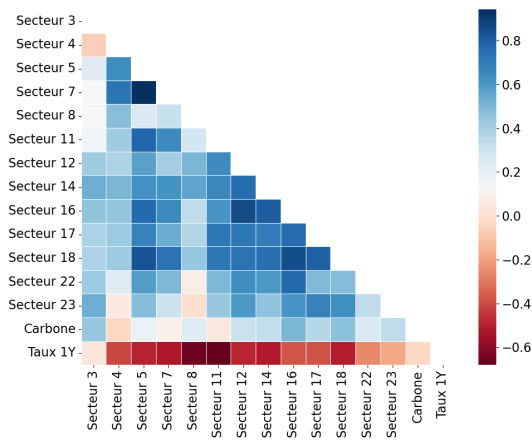


FIGURE 4.4 – Corrélations entre les séries pour la période de la guerre en Ukraine



## 4.2.2 Volatilités

### 4.2.2.1 Volatilités historiques

Les volatilités historiques ont été déterminées en s'appuyant sur les log-rendements des indices sectoriels pour les quatre périodes distinctes, comme illustré dans la Figure 4.5. Le secteur 12, qui englobe l'industrie aéronautique, a vu sa volatilité presque doubler, passant de 30% à près de 60% entre la période totale et la période COVID-19. Cette augmentation peut être attribuée au climat d'incertitude et à l'arrêt presque complet du transport aérien pendant la crise de la COVID-19. La volatilité de ce secteur a également connu une forte hausse pendant la crise financière, atteignant 45%. Le secteur 18, qui regroupe les entreprises de transport et d'entreposage, a vu sa volatilité doubler entre la période totale et la période de crise financière, probablement en raison d'une réduction de l'activité économique globale et donc d'une demande plus faible. A l'inverse, la volatilité des secteurs 7 (industrie chimique), 8 (industrie pharmaceutique) et 14 (production et distribution d'électricité) est restée relativement stable à travers les périodes.

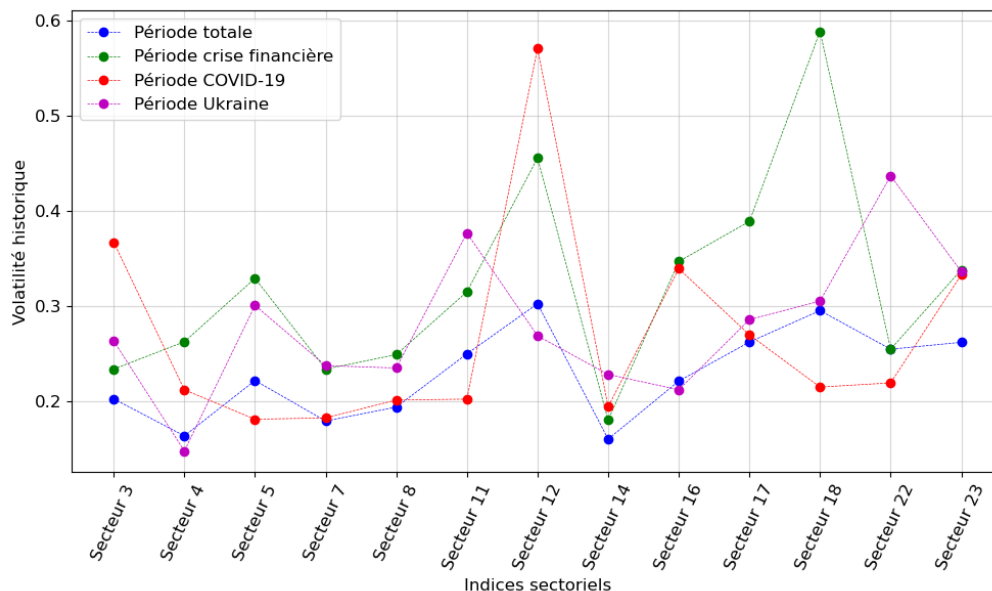


FIGURE 4.5 – Les volatilités historiques sur les quatre périodes des indices sectoriels

Les intervalles de confiance à 95% pour les volatilités, calculés grâce à l'Équation (2.8), sont représentés dans la Figure 4.6 pour les secteurs 3, 12 et 18. Comme attendu, les intervalles de confiance pour la période totale sont plus étroits que les autres, car l'étude repose sur 256 données pour la période totale, contre une vingtaine environ pour les trois autres périodes.

### 4.2.2.2 Volatilité systémique

Sachant que les volatilités historiques varient entre 14% et 59%, pour trouver des solutions aux Équations (4.1), la volatilité systémique ne doit pas être trop importante. De ce fait, la volatilité historique des log-rendements des prix du carbone, qui est estimée

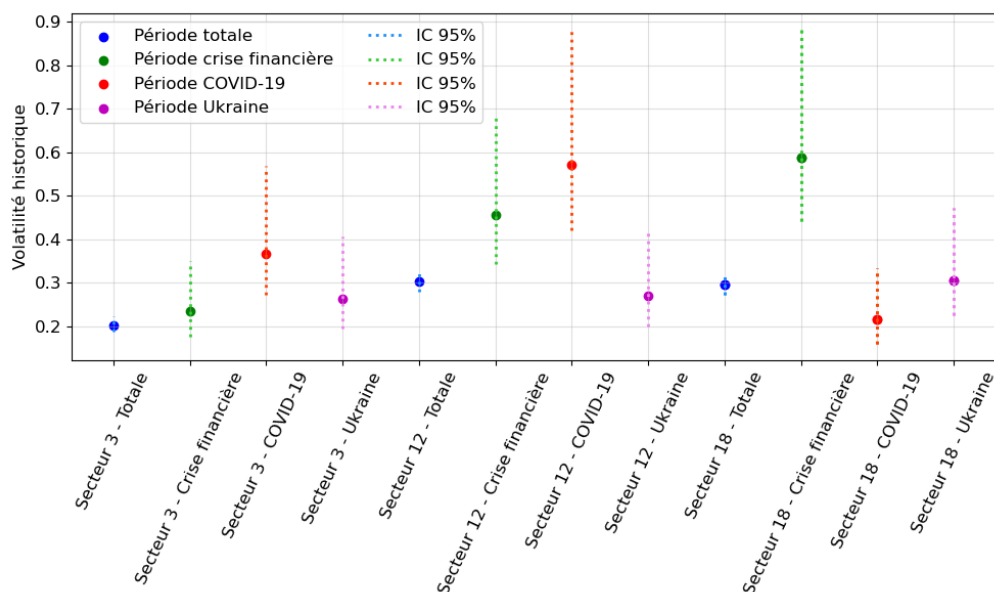


FIGURE 4.6 – Les volatilités historiques sur les quatre périodes des indices sectoriels 3 (B05-B09), 12 (C29-C30) et 18 (H49) avec les intervalles de confiance

à 165% (comme indiqué dans le paragraphe 3.2.4.1), ne peut pas être utilisée. Nous avons donc fixé la volatilité systémique à la valeur la plus élevée qui permettrait d'obtenir des solutions pour les équations (4.1). Ainsi, la volatilité systémique a été établie à 14% pour toutes les périodes.

#### 4.2.2.3 Volatilités spécifiques

Les volatilités spécifiques sont calibrées sur les volatilités historiques. Pour chaque indice sectoriel, on déterminera le paramètre de volatilité spécifique,  $\sigma_{spe}$ , comme satisfaisant la relation :

$$\sigma_{historique}^I = \sqrt{\sigma_{sys}^2 + (\sigma_{spe}^I)^2 + 2 \times \sigma_{sys} \times \sigma_{spe}^I \times \rho_{carbone,I}} \quad (4.1)$$

où :

- $\sigma_{historique}$  correspond à la volatilité estimée ;
- $\sigma_{sys}$  est la volatilité systémique fixée à 14% ;
- $\rho$  correspond à la corrélation et est estimée sur historique.

Nous obtenons 13 équations du second degré avec 13 inconnues ainsi la réplification est parfaite. Les volatilités spécifiques sur les différentes périodes sont représentées sur la Figure 4.7. La volatilité spécifique la plus élevée correspond au secteur 18, associé aux entreprises de transport et d'entreposage, avec un pic atteignant près de 60% pendant la période de la crise financière. Pour le secteur 12, correspondant au secteur de l'aéronautique, les volatilités spécifiques sont proches de 50% pendant les périodes de la crise financière et de la COVID-19. La volatilité spécifique du secteur 3, lié aux industries extractives, varie entre

20% et 37% selon les périodes. On aurait pu s'attendre à des volatilités plus élevées puisque ce secteur est considéré comme le "plus" 'brun' dans les chocs EIOPA. Il est également notable que le secteur 14, dédié à la production et la distribution d'électricité, et le secteur 23, principalement composé de banques et d'assurances, présentent des volatilités stables à travers les différentes périodes, malgré leur classification comme secteurs 'brun'.

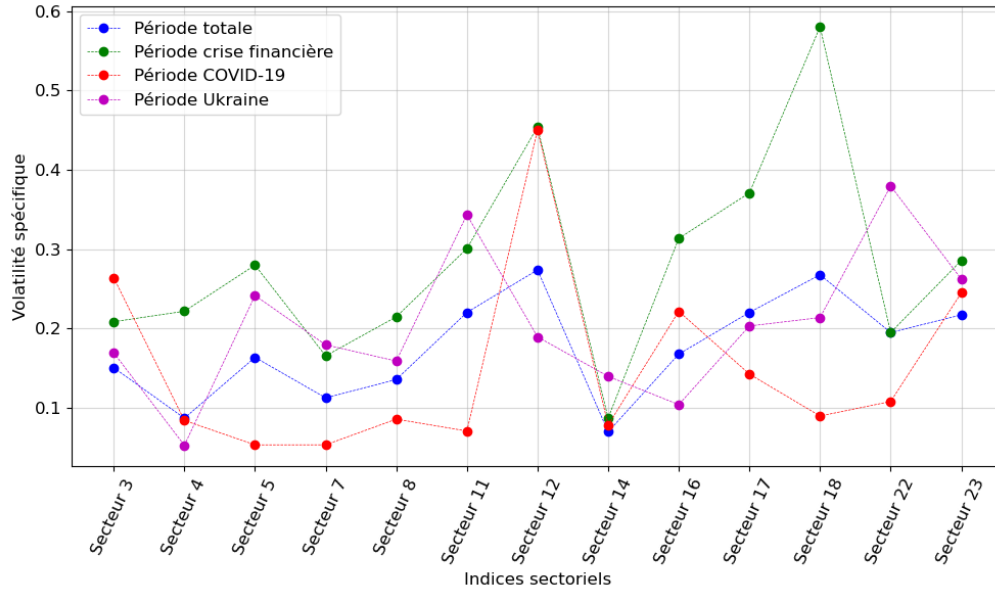


FIGURE 4.7 – Les volatilités spécifiques sur les quatre périodes des indices sectoriels

### 4.3 Dynamique du modèle

Afin d'avoir la bonne structure de corrélation, Milliman ESG est utilisé pour générer les incréments de Browniens systémiques, spécifiques et les déflateurs. Comme nous sommes dans un univers monde réel, le schéma de simulation devient :

$$S_t^I = S_s^I \exp \left( \sigma_{spe}^I (W_t - W_s) + \sigma_{sys} (Z_t - Z_s) - \frac{1}{2} \Delta [\sigma_{spe}^2 + \sigma_{sys}^2 + 2 \times \sigma_{spe}^I \times \sigma_{sys} \times \rho_{carbone,I}] \right) \times \frac{D(0, s)}{D(0, t)}$$

où  $\Delta$  représente le pas de temps, constant dans nos simulations, et  $D(0, t)$  est le déflateur entre 0 et  $t$ .

En utilisant les calibrages réalisés sur les quatre périodes historiques précédemment mentionnées, nous réalisons différents "jeux" de simulations de 5000 trajectoires chacun, pour les 13 indices sectoriels, sur un horizon de 30 ans à un pas de temps mensuel. La valeur initiale de chaque indice sectoriel,  $S_0$  est fixée à 100. Dans la Figure 4.8 sont représentées cinq trajectoires différentes pour le secteur 3 calibré sur la période totale.

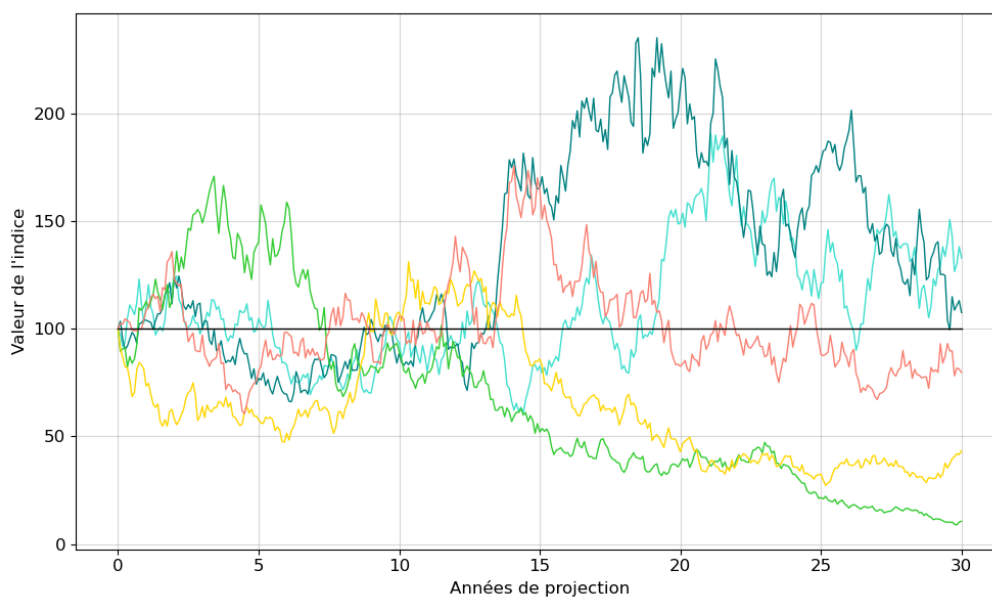


FIGURE 4.8 – Cinq trajectoires pour le secteur 3 (B05-B09) calibrées sur la période totale

## 4.4 Validation des trajectoires

Il est nécessaire de valider les scénarios simulés avant de les utiliser pour calculer des chocs et appliquer la théorie de portefeuille de Markowitz. Pour ce faire, nous vérifierons le niveau des volatilités simulées et les distributions des simulations.

### 4.4.1 Volatilité

Dans un premier temps, pour chaque période considérée et pour chaque indice sectoriel, nous vérifions que la volatilité simulée à chaque pas de temps correspond bien à la volatilité historique. L'intervalle de confiance à 95% de la volatilité simulée est calculée. La Figure 4.9 illustre la volatilité simulée avec son intervalle de confiance à 95% et la volatilité cible, correspondant à la volatilité historique, pour le secteur 3 (industries extractives) pour le calibrage sur la période totale.

Les erreurs de calibrage entre la volatilité simulée et la volatilité historique par secteur et par période sont satisfaisantes, elles figurent en Annexe B.

### 4.4.2 Distribution des simulations

Pour compléter cette analyse, une comparaison a été effectuée entre la distribution des trajectoires simulées et celle des données historiques. Les résultats révèlent des distributions proches et satisfaisantes pour tous les indices sectoriels à travers les quatre périodes distinctes. Ces distributions ont été calculées en utilisant la fonction 'Seaborn Distplot' de Python. Les distributions pour le secteur 11, associé aux produits informatiques et électroniques, pour les quatre périodes sont représentées sur la Figure 4.10.

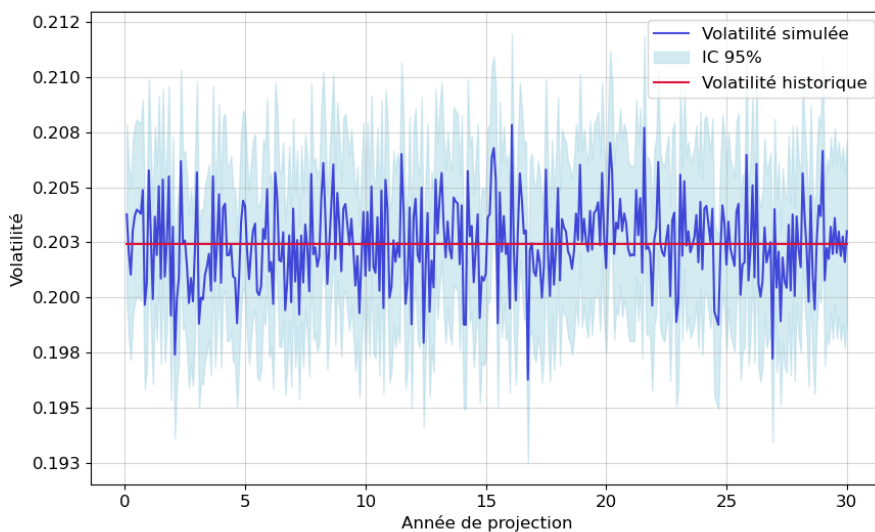


FIGURE 4.9 – Test sur la volatilité simulée du secteur 3 (B05-B09) pour la période totale

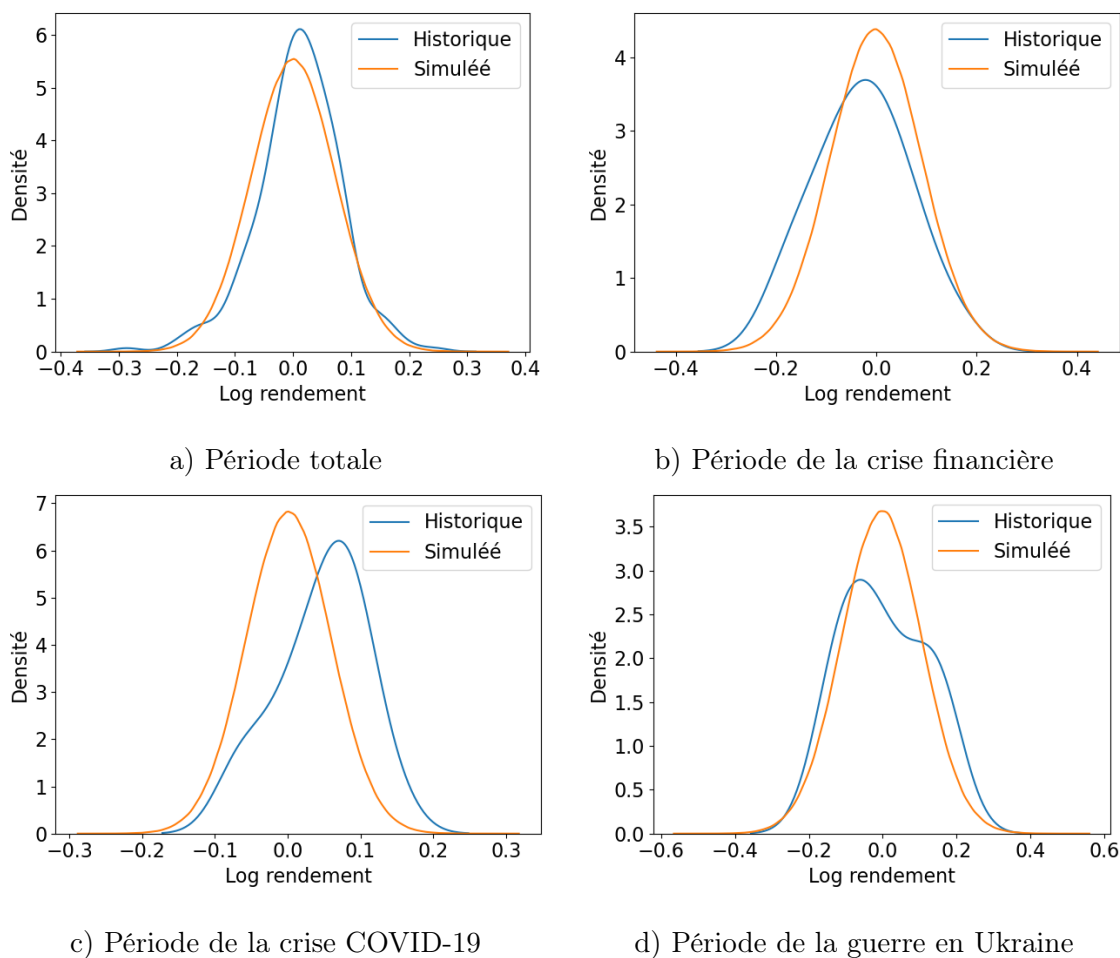


FIGURE 4.10 – Distribution des log-rendements pour l'indice sectoriel 11 (C26-C28)

Ces deux vérifications, sur les volatilités et sur les distributions, sont satisfaisantes et indiquent que le calibrage sur les données historiques a été correctement réalisé et reproduit dans les simulations.

## 4.5 Utilisation de ces trajectoires

Nous allons utiliser les modélisations réalisées précédemment, dans un premier temps, pour effectuer des calculs de chocs et, dans un deuxième temps, pour étudier l'allocation d'actifs en nous appuyant sur la théorie du portefeuille de Markowitz.

### 4.5.1 Calcul de chocs

Dans cette partie, les simulations obtenues seront utilisées pour calculer des niveaux de chocs en fonction de l'indice sectoriel.

#### 4.5.1.1 Méthodes de calcul des chocs

Il existe deux méthodes afin de calculer des chocs actions :

- La méthode réglementaire où le choc action est de 39% pour les actions cotées dans les pays membres de l'Espace Économique Européen (EEE)
- La méthode utilisant une modélisation de Black-Scholes en observant la valeur des chocs à 1 an.

##### 4.5.1.1.1 Méthode réglementaire

Dans la méthode réglementaire, telle qu'énoncée dans Solvabilité II par le biais du Règlement Délégué (UE) 2015/35<sup>1</sup>, stipule que le choc varie en fonction du type d'action. Selon l'article 168 du Règlement Délégué :

- Les actions de type 1 représentent les actions cotées sur les marchés réglementés dans les pays membres de l'EEE ou de l'Organisation de Coopération et de Développement Économique (OCDE).
- Les actions de type 2 sont composées des actions cotées en bourse dans des pays en dehors de l'EEE ou l'OCDE, des actions non cotées, les produits de base et autres investissements alternatifs.

D'après l'article 169 du Règlement Délégué :

- Les actions de type 1 subissent un choc de 39% et de l'ajustement symétrique.
- Les actions de type 2 subissent un choc de 49% et de l'ajustement symétrique.

L'ajustement symétrique est défini dans l'article 172 comme suit :

$$SA = \frac{1}{2} \left( \frac{CI - AI}{AI} - 8\% \right)$$

où :

---

1. Site : <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/?uri=CELEX:32015R0035>

- CI représente le niveau courant de l'indice du cours des actions
- AI correspond à la moyenne pondérée des niveaux quotidiens de l'indice du cours des actions au cours des 36 derniers mois.

Cet ajustement symétrique est compris entre -10% et 10%.

Les chocs de 39% et de 49% ont été calculés par l'EIOPA dans un papier traitant du calibrage [CEI10]. La valeur des chocs est positive par convention dans le Règlement Délégué, nous avons adopté cette convention pour la suite du mémoire. Il est à noter que dans le papier de l'EIOPA, la valeur des chocs est négative.

#### 4.5.1.1.2 Méthode de calcul de l'EIOPA

La méthode de calcul de l'EIOPA pour les valeurs des chocs action dans Solvabilité II se base sur le calcul du quantile à 0,5%, correspondant à une occurrence de ruine tous les 200 ans, de la distribution des rendements du *MSCI World Developed index* sur une période de 36 ans allant de 1973 à 2009. Les rendements ont été calculés annuellement avec une fenêtre glissante sur un an :

$$r_t = \frac{S_t - S_{t-252}}{S_{t-252}} \quad (4.2)$$

où  $S_t$  correspond à la valeur de l'indice à la date  $t$  et 252 est le nombre de jours ouvrés.

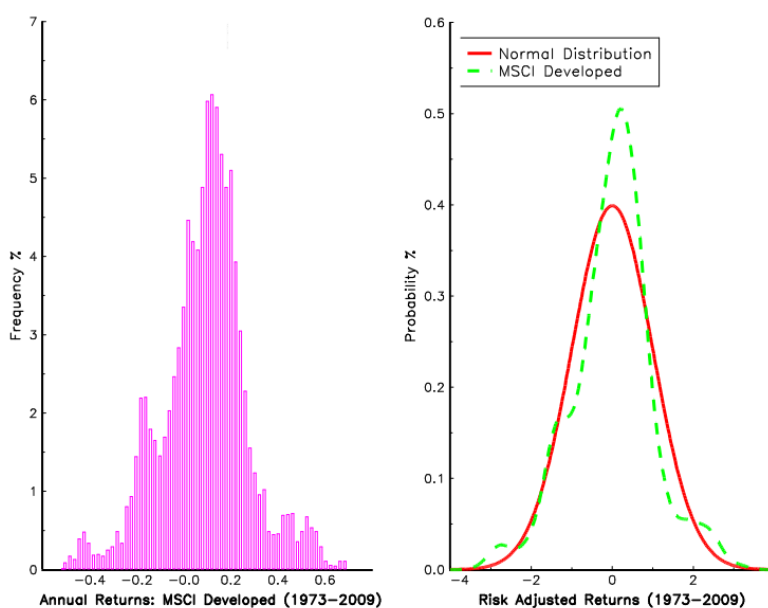


FIGURE 4.11 – Histogramme et densité des rendements annuels du *MSCI World Developed index* ([CEI10])

Deux méthodes ont été expérimentées pour calculer les chocs action :

- La méthode empirique consistant à utiliser les rendements historiques annuels centrés et réduits.
- La méthode théorique consistant à utiliser le quantile de la loi normale ayant la même moyenne et la même variance que la loi empirique centrée réduite. Le quantile 0,5%

de la loi normale associée est retenu.

La Figure 4.11 montre que les rendements annuels varient entre -51% et 69% pour la période s'étendant de 1973 à 2009. De plus, le quantile à 0,5% de la distribution empirique est de -44,25%, tandis que pour la distribution théorique basée sur la loi normale, il est de -39,34%.

Cette deuxième méthode se base sur une hypothèse forte de normalité des rendements annuels. En effet, comme le montre les densités à droite sur la Figure 4.11, la densité des rendements annuels ne correspondent pas à celle de la loi normale. On peut noter que les queues de distribution sont plus épaisses que dans le cas normal. Cependant, l'approximation par une loi normal est simplificatrice et est celle retenue par l'EIOPA. Ainsi, la valeur de choc à -39% a été retenue par l'EIOPA pour les actions de type 1. Une analyse similaire a été effectuée pour justifier le choc de -49% pour les actions de type 2.

#### 4.5.1.2 Calcul des chocs

Les simulations effectuées sur les 13 indices sectoriels et à travers quatre périodes distinctes permettent de calculer des chocs sur plusieurs horizons temporels. Les chocs ont été définis comme suit :

$$choc_t^I = \frac{S_0 - q_{0,5\%}(D(0,t)S_t^I)}{S_0} \quad (4.3)$$

où :

- $S_0$  représente la valeur initiale de l'indice sectoriel définie à 100 ;
- $q_{0,5\%}$  représente le quantile à 0,5% ;
- $D(0,t)$  représente le facteur d'actualisation entre 0 et  $t$  ;
- $S_t^I$  représente la valeur de l'indice sectoriel  $I$  en date  $t$ .

Des intervalles de confiance ont été calculés sur ces chocs. Pour ce faire, nous trions par ordre croissant les 5000 simulations des valeurs de l'indice sectoriel pour chaque date  $t$ . Soit,  $S_t^I = (S_t^I(1), \dots, S_t^I(N))$  où  $N = 5000$  et  $S_t^I(i) \leq S_t^I(i+1)$ , pour tout  $i \in [1, \dots, 4999]$ . Pour construire l'intervalle de confiance, on considère les entiers :

$$i_{\text{inf}} = \left\lfloor Np + \sqrt{Np(1-p)}\phi^{-1}\left(\frac{1-\alpha}{2}\right) \right\rfloor$$

$$i_{\text{sup}} = \left\lfloor Np + \sqrt{Np(1-p)}\phi^{-1}\left(\frac{1+\alpha}{2}\right) \right\rfloor$$

où :

- $\lfloor x \rfloor$  représente la partie entière de  $x$
- $N$  représente le nombre de données de la série considérée correspondant à 5000 dans notre cas ;
- $p$  représente l'ordre du quantile ;
- $\alpha$  représente le niveau de l'intervalle de confiance ;
- $\phi^{-1}(k)$  représente le quantile d'ordre  $k$  de la loi normale centrée réduite.

L'intervalle de confiance peut alors s'écrire :

$$IC_{\alpha}(S_t^I) = [S_t^I(i_{\text{inf}}), S_t^I(i_{\text{sup}})]$$

Les chocs et les intervalles de confiance à un niveau de 95% ont été calculés de 1 à 10 ans.



Sur la Figure 4.12, le niveau des chocs à 1 an est représenté. Le secteur 12, correspondant aux entreprises de l'aéronautique, a un niveau de choc de près de 80% en considérant la période COVID-19 et 70% pendant la période de la crise financière. Cette observation semble cohérente, étant donné l'impact fort de ces deux crises sur le secteur aéronautique. Le secteur 18, associé aux entreprises de transports et d'entreposage, a également été fortement touché pendant la crise financière avec un choc calculé de près de 80%. Le secteur 3, correspondant aux industries extractives, est considéré comme le secteur le "plus" 'brun' en fonction du niveau du choc associé par l'EIOPA, bien que ce ne soit pas le secteur avec le choc le plus important. Il est à noter que ce secteur a été fortement affecté pendant la crise du COVID-19, avec une augmentation du niveau du choc de 50%, passant de 40% en période totale à 63% en période COVID-19. Les secteurs 7 (industrie chimique), 8 (industrie pharmaceutique), 14 (production et distribution d'électricité et de gaz) et 23 (banques et d'assurances) sont représentés avec des niveaux de chocs assez stables en fonction des périodes considérées. De plus, les secteurs considérés comme 'verts', référencés dans la Table 3.2, ne présentent pas forcément des chocs plus faibles que les secteurs 'bruns'. Par ailleurs, pour la majorité des secteurs, les niveaux des chocs à 1 an sont supérieurs au niveau de choc réglementaire de 39%.

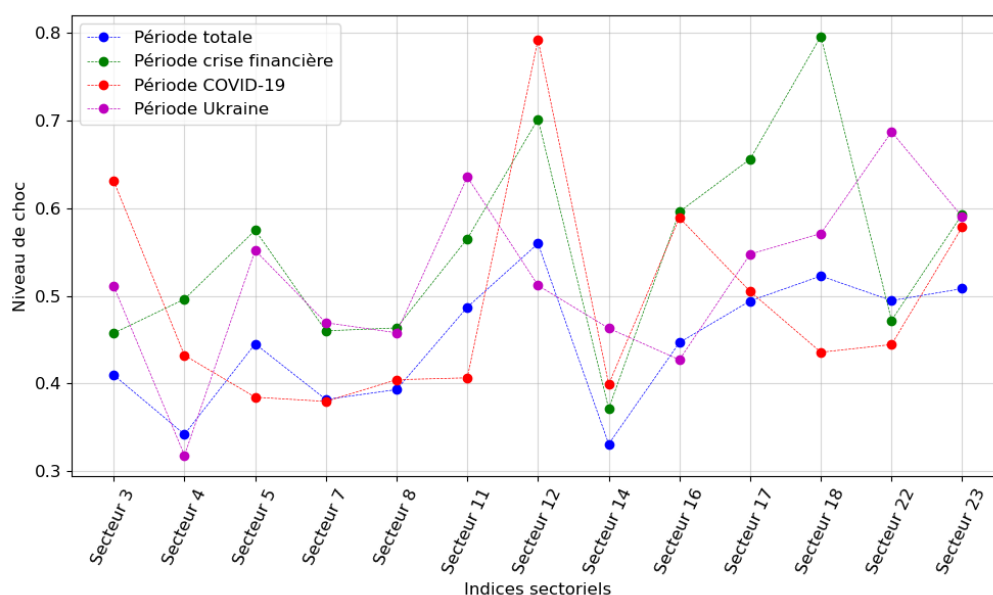


FIGURE 4.12 – Les chocs à 1 an des 13 indices sectoriels en fonction de la période de calibrage

L'observation de l'évolution du niveau des chocs de 1 à 10 ans pour tous les secteurs révèle une augmentation des chocs avec l'horizon de temps considéré, indépendamment du secteur observé. Cette augmentation est due à l'accroissement de la volatilité accumulée, ce qui fait que le quantile à 0,5% du prix des indices tend vers 0 avec le temps. La Figure 4.13 illustre, pour le secteur 18, quatre courbes de niveaux de chocs différents, tracées en fonction des périodes et de l'horizon de temps considéré, avec un intervalle de confiance à un niveau de 95%. Dans le cas spécifique du secteur 18, correspondant aux entreprises de transport et d'entreposage, pendant la période de la crise financière, le niveau du choc s'approche très rapidement de 100%.

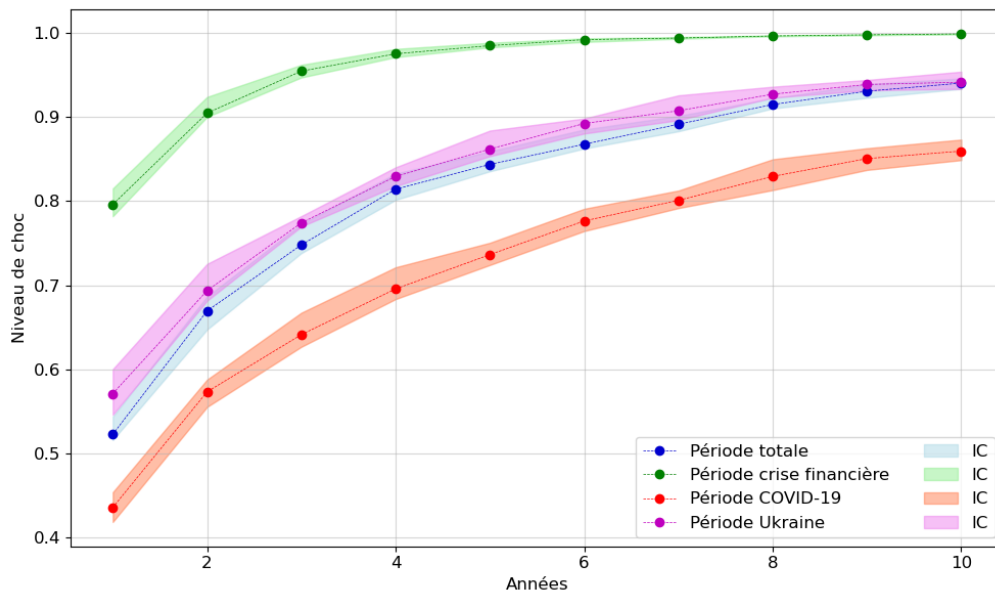


FIGURE 4.13 – Les chocs de 1 à 10 ans pour l'indice sectoriel 18 en fonction de la période

### 4.5.1.3 Comparaison avec le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone

#### 4.5.1.3.1 Présentation du modèle

Le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone a été étudié dans l'article [RGL<sup>+</sup>20] et le mémoire [Ger22]. Ce modèle rend compte de l'évolution du rendement d'un actif (action, indice, etc.) en décomposant celui-ci en la somme de plusieurs termes ; l'un d'eux s'interprétant comme le risque de transition vers une économie bas carbone, dit "risque carbone". Soit le rendement  $R_i(t)$  d'un actif  $i$  décomposé comme suit :

$$R_i(t) = \alpha_i(t) + \beta_{mkt,i}(t)R_{mkt}(t) + \beta_{bmg,i}(t)R_{bmg}(t) + \epsilon_i(t)$$

avec :

- $\alpha_i(t)$  correspondant au rendement excédentaire d'un investissement par rapport au rendement de référence ;
- $R_{mkt}(t)$  qui est le rendement apporté par l'activité économique global ;
- $\beta_{mkt,i}(t)$  représentant l'exposition au risque de marché ;
- $R_{bmg}(t)$  correspondant au rendement excédentaire des entreprises dont l'activité est fortement carbonée par rapport à celles pour qui ce n'est pas le cas. Ce facteur est construit en utilisant des données climatiques liées aux émissions de  $C0_2$  des entreprises ;
- $\beta_{bmg,i}(t)$  représentant l'exposition au risque de transition climatique ;
- $\epsilon_i(t)$  correspond au risque idiosyncratique de l'entreprise, du secteur ou tout autre regroupement  $i$ . La granularité est un choix de l'utilisateur.

Le facteur de risque carbone est déterminé sur l'historique. On classe les secteurs selon un score correspondant à l'intensité carbone défini comme étant la somme des émissions sur la capitalisation boursière. Ainsi plus ce score est élevé plus la génération d'un dollar

de revenu est polluante. Par ailleurs, pour tenir compte de l'effet taille des groupes étudiés, on les classe selon leur taille ([FF92]). Nous classons les secteurs en fonction de la double métrique taille x intensité carbone mentionnée précédemment. Ensuite, nous calculons un écart de taux de rendement entre les secteurs en haut du classement et ceux en bas du classement. Cet écart de taux de rendement représente le surplus de rendement qu'un investisseur pourrait obtenir en investissant dans un secteur polluant par rapport à un secteur à faibles émissions, et c'est ce qu'on qualifie de risque carbone.

Les rendements apportés par le marché et les rendements excédentaires des entreprises dont l'activité est polluante figure dans la Table 4.1.

Année	Rendement marché ( $R_{mkt}$ )	Rendement carboné ( $R_{bmg}$ )
2015	-0,51	-13,45
2016	-0,04	14,03
2017	28,21	23,38
2018	-16,08	-6,70
2019	21,81	2,43
2020	9,23	-1,01
2021	16,78	-24,93
2022	-18,61	21,62

TABLE 4.1 – Paramètres du modèle

Les historiques journaliers des 13 indices sectoriels du 11 juillet 2013 au 31 mai 2023 ont été utilisés pour le calibrage. Lors de la simulation, une dynamique de type Black-Scholes est attribuée à  $R_{mkt}$  et  $R_{bmg}$ . Grâce à ce modèle, nous avons réalisé 5000 simulations sur 30 ans. Les trajectoires ont été validées avec les comparaisons des distributions et des volatilités entre les simulations et l'historique.

#### 4.5.1.3.2 Résultats des chocs

Dans la Figure 4.14 sont représentés les niveaux de chocs à 1 an dans le cas du modèle monde réel avec un facteur de risque carbone et dans le modèle construit dans ce mémoire décrit au Paragraphe 4.3 avec une volatilité constante au cours du temps et calibrée sur l'historique. Pour certains secteurs, notamment le 3 (industries extractives) et 14 (production et distribution d'électricité et de gaz) les chocs dans le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone sont plus élevés que dans le modèle développé dans ce mémoire. A l'inverse, par exemple, pour les secteurs 8 (industrie pharmaceutique) et 22 (activités immobilières) les niveaux de chocs dans le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone sont plus faibles.

#### 4.5.1.4 Volatilité augmentée

D'après [LBGF23], il est démontré que l'intégration d'un facteur de risque climatique dans le comportement des investisseurs entraîne une augmentation significative de la volatilité des actifs 'bruns'. Cette conclusion semble logique, car en tenant compte du changement climatique, les entreprises polluantes sont susceptibles de subir des coûts de transition plus élevés pour s'adapter à la réglementation et un désintérêt de la part des investisseurs, de

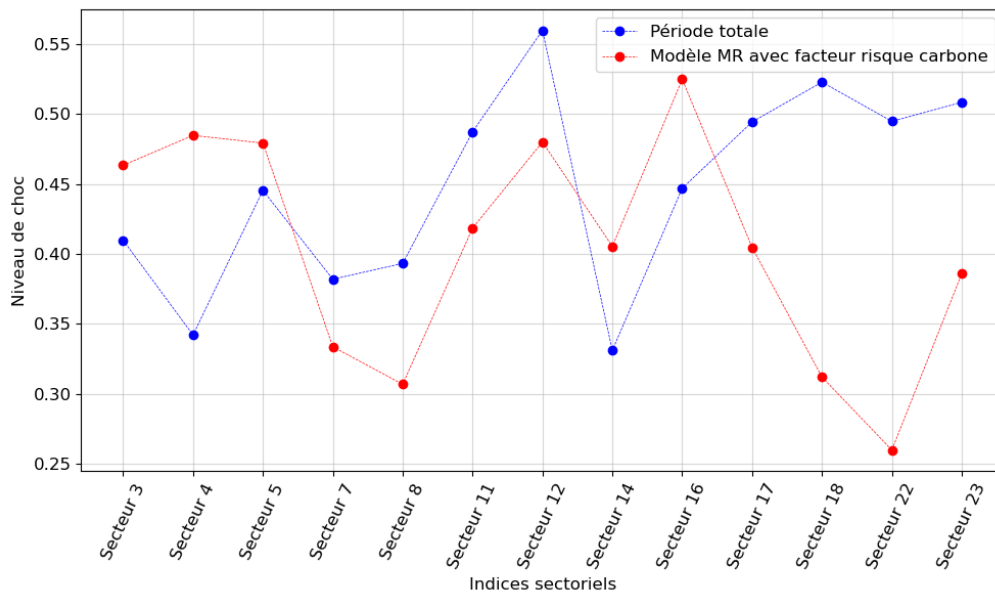


FIGURE 4.14 – Comparaison des chocs à 1 an entre les deux modèles en fonction des indices sectoriels

plus en plus conscients du risque climatique. C’est pourquoi, nous avons voulu observé la différence en considérant une volatilité constante et croissante au cours du temps pour les indices sectoriels ‘bruns’ et une volatilité décroissante au cours du temps pour les actifs ‘verts’.

Pour les secteurs ‘bruns’, nous avons défini une volatilité constante par morceaux avec une limite maximale à 40%. Cette volatilité suit une croissance exponentielle avec un taux de croissance de 8% telle que :

$$\sigma^I(t) = \min(\sigma_{\text{historique}}^I \times (1 + 8\%)^t, 40\%)$$

où  $t$  représente les années et  $\sigma_{\text{historique}}^I$  la volatilité historique calculée dans le Paragraphe 4.2.2.1.

Pour les secteurs ‘verts’, une volatilité constante par morceaux avec une limite minimale de 15% a été définie, ainsi qu’une croissance exponentielle avec un taux de décroissance de 5% telle que :

$$\sigma^I(t) = \max(\sigma_{\text{historique}}^I \times (1 - 5\%)^t, 15\%)$$

où  $t$  représente les années et  $\sigma_{\text{historique}}^I$  la volatilité historique calculée dans le Paragraphe 4.2.2.1.

Pour les trois indices sectoriels n’appartenant ni aux secteurs ‘verts’ ni aux secteur ‘bruns’, la volatilité reste constante au fil du temps.

En utilisant les volatilités historiques calculées sur la période totale, les volatilités spécifiques ont été déterminées à l’aide de l’Équation (4.1). La simulation de 5000 trajectoires sur un horizon de 30 ans de nos 13 indices sectoriels a été effectuée. De façon analogue au Paragraphe 4.4.1, nous vérifions que les volatilités simulées correspondent aux volatilités historiques. Les Figures 4.15 et 4.16 présentent les volatilités du secteur 3, considéré comme ‘brun’ et du secteur 5, classé comme ‘vert’.

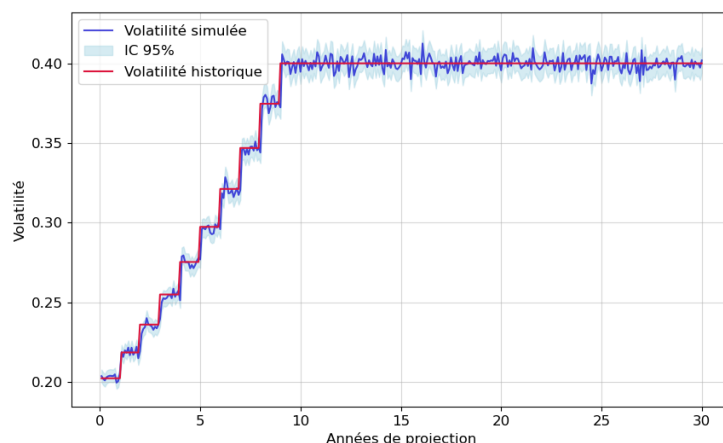


FIGURE 4.15 – Volatilité simulée du secteur 3 (B05-B09) sur la période totale

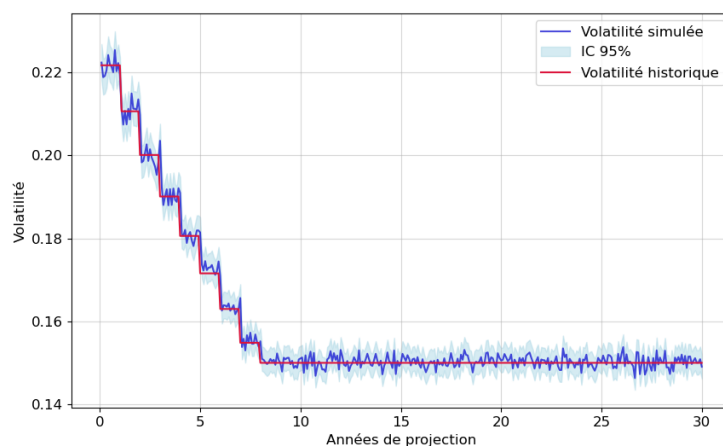


FIGURE 4.16 – Volatilité simulée du secteur 5 (C13-C18) sur la période totale

Par ailleurs, les résultats de la comparaison entre la distribution des trajectoires simulées et les données historiques sont satisfaisants. Ainsi, les simulations réalisées sont validées.

Grâce à nos simulations, les niveaux de chocs à différents horizons temporels ont été calculés et comparés avec les niveaux de chocs obtenus dans le scénario 'central' (voir le Paragraphe 4.5.1.2). La Figure 4.17 présente les trajectoires des chocs de 1 à 10 ans pour les secteurs 3 (industries extractives), 5 (industrie textile), 22 (activités immobilières) représentant respectivement un secteur 'brun', 'vert' et neutre. Comme attendu, les chocs pour le secteur 3, où la volatilité totale a été considérée comme croissante avec le temps, sont plus importants que dans le scénario central. Pour le secteur 5, considéré comme 'vert', les niveaux de chocs sont inférieurs à ceux dans le scénario central en raison de la diminution de la volatilité avec le temps. Pour le secteur 22, les niveaux de chocs sont équivalents car les mêmes volatilités ont été considérées. Ce graphique indique que les

valeurs de chocs à un an se situent entre 40% et 50%, ce qui est assez proche de la valeur réglementaire de choc fixée à 39%. Nous observons également que plus l'horizon de temps s'étend, plus l'ampleur des chocs s'accroît.

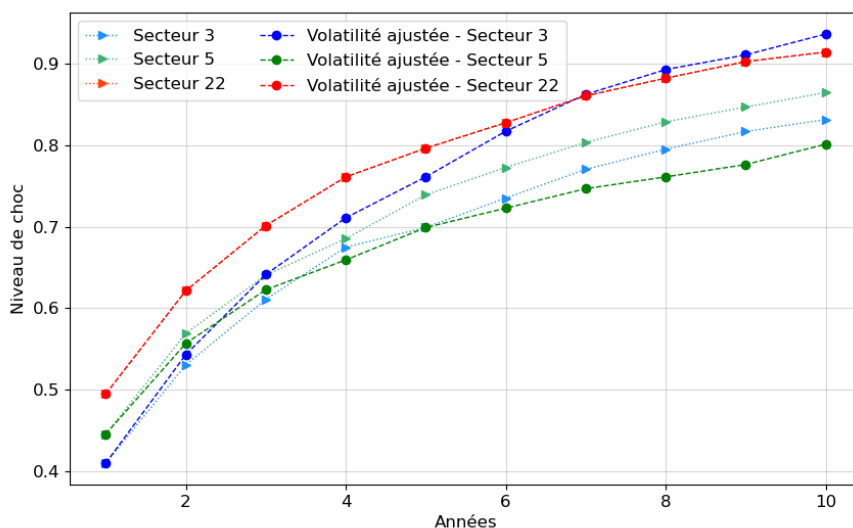


FIGURE 4.17 – Comparaison des chocs en fonction des hypothèses retenues sur la volatilité

## 4.5.2 Allocation d'actifs

Sélectionner les actifs dans lesquels un investisseur souhaite investir est un problème ancien. Dans les années 50, Harry Markowitz propose un critère basé sur la moyenne et la variance : ce sera le début de la théorie moderne de portefeuille. Il développera aussi l'intérêt de la diversification des actifs détenus dans un portefeuille. En 1990, il obtient le prix de la Banque de Suède en sciences économiques, communément appelé 'prix Nobel d'économie', pour ses travaux. Sa théorie est apparue dans deux articles majeurs : [Mar52] et [Mar59]. L'apport essentiel de ses travaux est son application à la finance.

Dans cette section, nous allons appliquer la théorie de portefeuille de Markowitz à un portefeuille fictif constitué de nos 13 indices sectoriels.

### 4.5.2.1 Hypothèses

Le modèle de la théorie de portefeuille élaboré par Markowitz repose sur plusieurs hypothèses :

- Les marchés sont efficients, signifiant que les prix des actifs reflètent toutes les informations disponibles concernant ces actifs ;
- Les coûts de transactions sont considérés comme nuls ;
- La distribution des rendements est supposée suivre une distribution normale donc caractérisée par ses deux premiers moments : la moyenne et la variance ;
- Les investisseurs sont averses vis-à-vis du risque c'est-à-dire qu'ils ne sont prêts à prendre plus de risques qu'en échange d'un rendement plus élevé ;

- Les investisseurs sont considérés comme rationnels.

#### 4.5.2.2 Théorie

Cette partie s'appuie sur le livre [BP12]. Nous considérons un marché financier sur lequel  $N$  actifs sont échangeables sur le marché considéré. Notons,  $P$  notre portefeuille composé des  $N$  actifs,  $w_i$  le poids de chaque actif dans le portefeuille et  $R_i$  les log-rendements de l'actif  $i$ . Si les ventes à découvert sont autorisées, les poids des actifs dans le portefeuille,  $w_i$ , peuvent être négatifs. En format matriciel, nous avons :

$$w = \begin{pmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_N \end{pmatrix}, \mathbb{E}[R] = \begin{pmatrix} \mathbb{E}[R_1] \\ \vdots \\ \mathbb{E}[R_N] \end{pmatrix}, e = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ainsi,

$$\mathbb{E}[R_P] = \sum_{i \in \mathcal{I}} w_i \times \mathbb{E}[R_i] = {}^t w \mathbb{E}[R]$$

Notons,  $V$  la matrice de variance-covariance des log-rendements :

$$V = \begin{bmatrix} \sigma_{1,1} & \dots & \sigma_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N,1} & \dots & \sigma_{N,N} \end{bmatrix}$$

où :  $\sigma_{i,j} = cov(R_i, R_j)$ . Ainsi,

$$\sigma^2(R_P) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{i,j} = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{i,i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N w_i w_j \sigma_{i,j} = {}^t w V w \quad (4.4)$$

Cette formule de calcul de la variance se compose de deux éléments distincts : le premier concerne la variance d'un titre financier ( $\sigma_{i,i}$ ), tandis que le second porte sur les covariances entre les actifs ( $\sigma_{i,j}$ ). Ainsi, l'effet de diversification, matérialisé par la covariance, influencera la variance totale du portefeuille.

Markowitz montre que l'investisseur cherche à minimiser son risque, la volatilité de son portefeuille ( $\sigma(R_p) = \sqrt{\sigma^2(R_p)}$ ), pour un niveau de rentabilité attendu, la moyenne des log-rendements. Ce portefeuille est appelé portefeuille efficient et est déterminé grâce au programme d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \min \sigma^2(R_p) \\ s.c \sum_{i=1}^N w_i = 1 \text{ et } \mathbb{E}[R_p] = \mu \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $\mu$  est le log-rendement désiré pour l'investisseur.

Ainsi, en procédant de manière similaire pour  $K$  niveaux de rentabilité  $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_k)$  on obtiendra  $K$  niveaux de variance minimale  $\sigma^2 = (\sigma_1^2, \dots, \sigma_k^2)$ . Markowitz fait deux hypothèses :

- Une hypothèse de gain maximal : à risque égaux, l'investisseur préférera le portefeuille qui présente la rentabilité la plus élevée ;
- Une hypothèse d'aversion au risque : à rentabilité identique, l'investisseur optera pour le portefeuille le moins risqué.

Grâce à ces deux hypothèses, il est possible de construire une courbe matérialisant les portefeuilles efficients sur un graphique c'est-à-dire l'ensemble des portefeuilles qui présentent la meilleure rentabilité pour un risque donné. Cette courbe est communément appelée la frontière efficiente des contrats, et sa forme explicite est détaillée en Annexe

C.1 ([BP12]). Sur la Figure 4.18, un exemple d'application de la théorie de Markowitz est illustré, présentant différents portefeuilles en fonction de leur volatilité et de leur log-rendement. La courbe verte représente la frontière efficiente des contrats. Le point jaune correspond au portefeuille de variance minimale, représentant le portefeuille avec la plus faible variance réalisable compte tenu de nos  $N$  actifs. Le point rouge symbolise le portefeuille optimal selon le ratio  $\frac{\text{rendement}}{\text{volatilité}}$ .

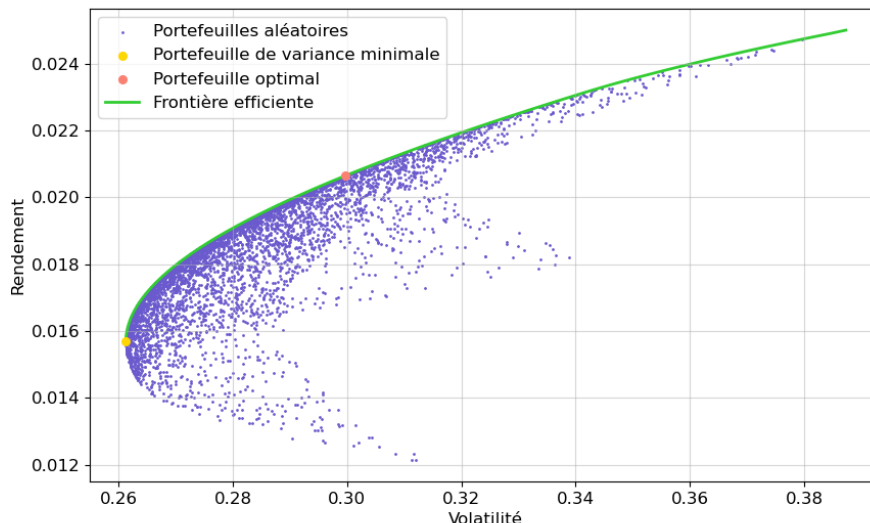


FIGURE 4.18 – Exemple de frontière efficiente de Markowitz

### 4.5.2.3 Application à nos projections

Nous avons cherché à appliquer la théorie de portefeuille de Markowitz à un marché financier fictif constitué de nos 13 indices sectoriels, dont les constructions sont détaillées dans le Paragraphe 2.2.2. Les 5000 trajectoires, par indice sectoriel, simulées à l'horizon de 30 ans avec un pas de temps mensuel, comme présenté dans le Paragraphe 4.3, ont été utilisées. Notre analyse se concentre sur les projections à 1 an, 10 ans, 20 ans et 30 ans, avec un calibrage effectué sur différentes périodes telles que la période totale, la crise financière, la crise de la COVID-19 et la guerre en Ukraine.

Les log-rendements sont définis comme suit :

$$R_t^I = \ln \left( \frac{S_t^I}{S_0} \right)$$

où  $S_t^I$  correspond au prix projeté de l'indice sectoriel  $I$  au temps  $t$  et  $S_0$  au prix de départ de l'indice sectoriel, fixé à 100.

La moyenne et la volatilité réalisées par indice sectoriel sont définies comme suit :

$$\mathbb{E}(R_t^I) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_t^I$$



$$\sigma_t^I = \sqrt{\frac{1}{t \times N} \sum_{i=1}^N (R_t^I - \mathbb{E}(R_t^I))^2}$$

où  $N = 5000$ . A noter que la division par  $\sqrt{t}$  pour l'écart-type est nécessaire pour pouvoir comparer la volatilité indépendamment de la période.

Ainsi, sur les quatre horizons temporels et avec les quatre calibrages possibles nous calculons les moyennes, les volatilités et les matrices de corrélation.

Ensuite, au niveau du portefeuille, définissons :

$$\mathbb{E}[R_t^P] = \sum_{I=1}^{13} w_t^I \mathbb{E}[R_t^I]$$

où  $w_t^I$  est le poids de l'indice  $I$  au temps  $t$  et :

$$\sigma_t^P = \sqrt{\sum_{I,J=1}^{13} w_t^I \times w_t^J \times \sigma_t^I \times \sigma_t^J \times \rho_t^{I,J}}$$

où  $\rho_t^{I,J}$  est la corrélation au temps  $t$  entre le secteur  $I$  et  $J$ .

Pour chaque horizon de temps et chaque méthode de calibrage, une frontière efficiente, le portefeuille optimal et le portefeuille de variance minimal sont calculés. Le programme d'optimisation réalisé pour obtenir la frontière efficiente est le suivant :

$$\begin{cases} \min \sigma_t^P \\ s.c \sum_{i=1}^{13} w_t^I = 1 \text{ et } \mathbb{E}[R_t^P] = \mu \end{cases}$$

Le portefeuille optimal est le portefeuille défini comme :

$$\begin{cases} \max \left( \frac{\mathbb{E}[R_t^P]}{\sigma_t^P} \right) \\ s.c \sum_{i=1}^{13} w_t^I = 1 \end{cases}$$

Le portefeuille de variance minimale est défini comme :

$$\begin{cases} \min \sigma_t^P \\ s.c \sum_{i=1}^{13} w_t^I = 1 \end{cases}$$

#### 4.5.2.3.1 Résultats sur la période totale

Les résultats dans la Figure 4.19 présentent les frontières efficientes, les portefeuilles de variance minimale et les portefeuilles optimaux calibrés sur la période totale sachant que les ventes à découvert ne sont pas autorisées. Les quatre frontières efficientes ne sont pas très étendues, ce qui est dû au fait que peu de secteurs sont choisis dans les portefeuilles. De plus, plus l'horizon temporel est long, plus la frontière affiche des volatilités et des rendements élevés. Les compositions des portefeuilles à variance minimale et optimaux sont présentées en Annexe C.2. Il est à noter qu'aucun secteur classé comme 'vert' n'est retenu dans les portefeuilles optimaux. Seuls le secteur 4, relatif à l'industrie alimentaire, et le secteur 14, associé aux entreprises de production d'électricité, sont sélectionnés. Ce choix s'explique par le fait que ces deux secteurs présentent les volatilités les plus faibles, environ 16%, parmi les 13 secteurs (Figure 4.5).

En étudiant le ratio rendement sur risque afin de comprendre les choix des actifs, nous observons sur la Figure 4.20 les ratios correspondants aux quatre horizons temporels. Dans tous les scénarios, les secteurs 4 et 14 affichent un ratio rendement sur risque particulièrement élevé, expliquant ainsi leur présence significative dans l'ensemble des

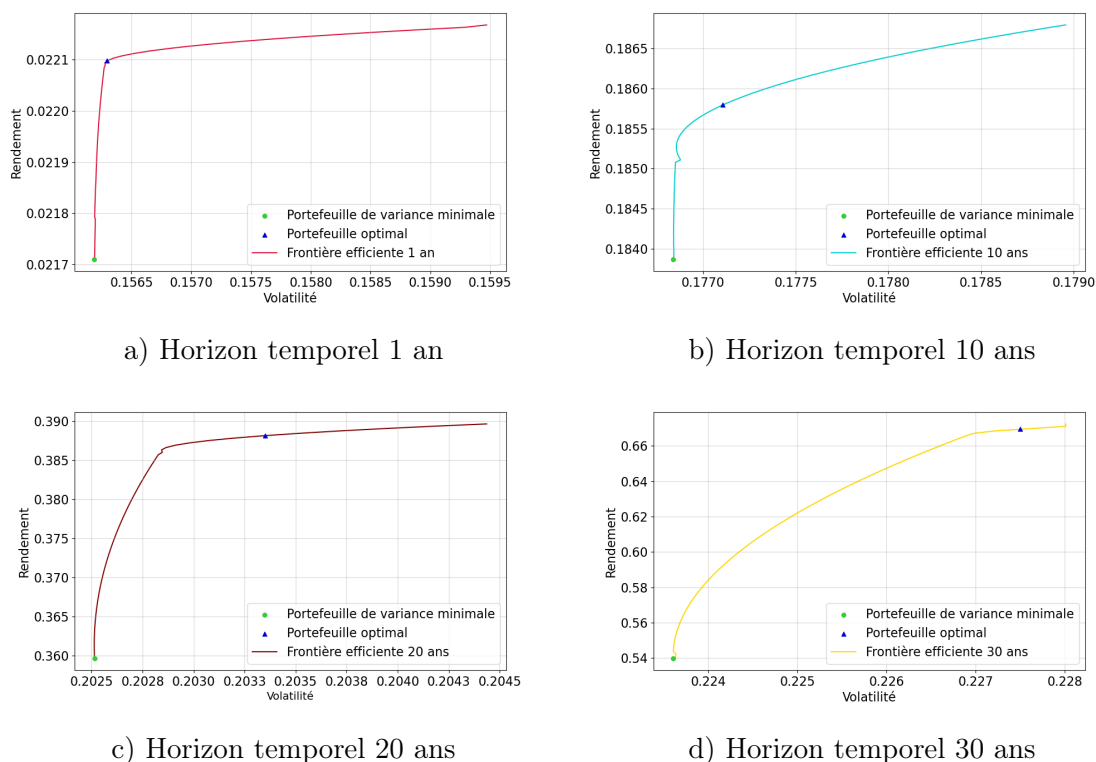


FIGURE 4.19 – Frontières efficaces avec le calibrage sur la période totale

portefeuilles.

#### 4.5.2.3.2 Résultats à 30 ans pour les différentes périodes

Dans cette section, nous analyserons les résultats des simulations à 30 ans calibrées sur différentes périodes, à savoir la période totale, la crise financière, la crise du COVID-19 et la guerre en Ukraine. La Figure 4.21 présente les résultats des quatre calibrages distincts. Les ventes à découvert ne sont pas autorisées.

Pour le calibrage sur la période totale, les secteurs 4, 14 et 22 ont été choisis pour le portefeuille de variance minimale. Quant au portefeuille optimal, seuls les secteurs 4 et 14 ont été retenus.

Dans le cas de la période de la crise financière, le portefeuille de variance minimale est plus diversifié car il est composé de cinq secteurs : 3 (industries extractives), 8 (industrie pharmaceutique), 14 (production et distribution d'électricité), 17 (industrie automobile) et 22 (activités immobilières). Le portefeuille optimal est constitué à 100% du secteur 14. La sélection de plusieurs secteurs pour la construction des portefeuilles entraîne une frontière efficiente plus étendue.

Pour le calibrage sur la période de la COVID-19, le portefeuille de variance minimale comprend les secteurs 5 (industrie textile), 7 (industrie chimique) et 14. Le portefeuille optimal inclut les secteurs 5 et 7.

Enfin, pour le calibrage sur la période de la guerre en Ukraine, seul le secteur 4 est choisi pour les portefeuilles de variance minimale et optimal. Le portefeuille de variance minimale présente une volatilité de 19%, la plus petite parmi les quatre calibrages, et le portefeuille

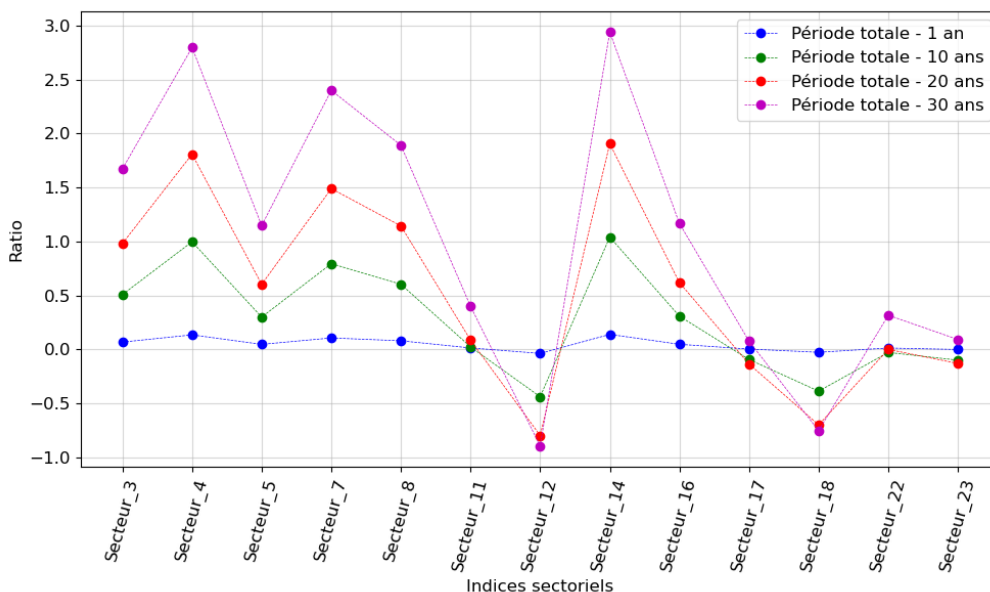


FIGURE 4.20 – Ratio rendement sur risque pour les 13 indices sectoriels calibrés sur la période totale

optimal dispose d’un ratio de 3,8, le plus élevé parmi les quatre scénarios.

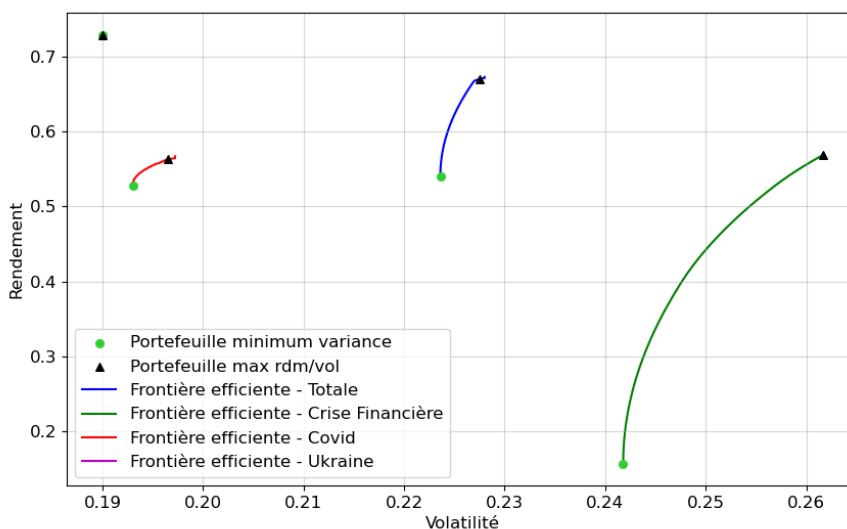


FIGURE 4.21 – Frontières efficaces pour les projections à 30 ans

La Figure 4.22 expose les ratios rendement sur risque pour les 13 indices sectoriels à un horizon de 30 ans. Pendant la crise financière, le secteur 14 atteint un pic avec un ratio rendement sur risque de 2,2. Pour la période de la COVID-19, les secteurs 5 et 7 affichent des ratios très proches, autour de 2,8. En ce qui concerne la guerre en Ukraine,

le secteur 4 se distingue nettement avec un ratio bien supérieur aux autres secteurs, en raison d'un rendement élevé de 0,73 et d'une volatilité basse de 19%, cette dernière étant particulièrement basse par rapport aux autres secteurs : la moyenne étant de 28% sur cette période.

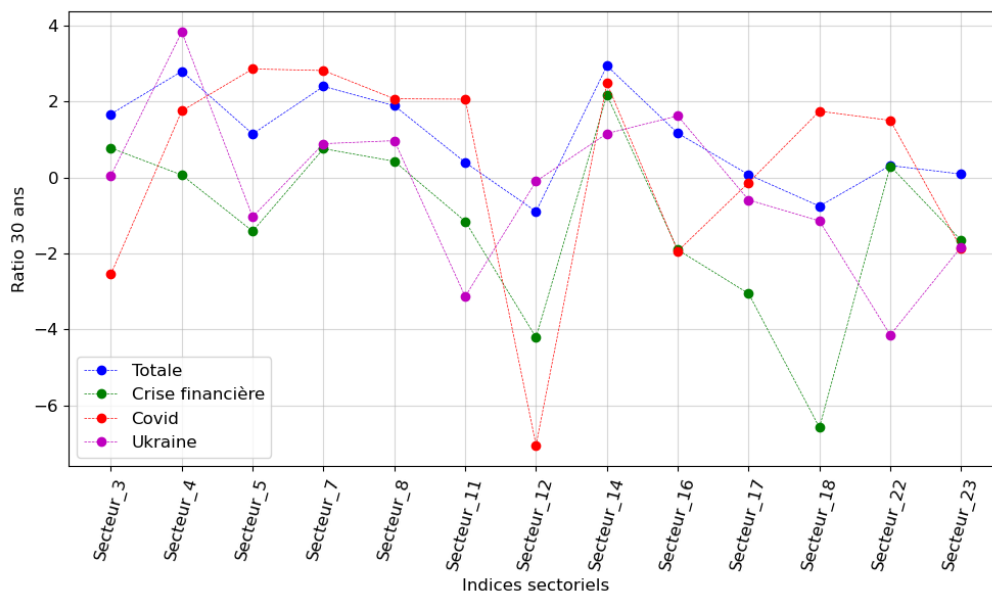


FIGURE 4.22 – Ratio rendement sur risque pour les 13 indices sectoriels pour les projections à 30 ans

#### 4.5.2.3.3 Résultats avec des contraintes climatiques

Au vu des résultats, peu de secteurs considérés comme 'verts' (conformément à la Table 3.2) ont été sélectionnés. Par conséquent, nous avons cherché à imposer des contraintes afin d'obliger les portefeuilles à inclure les indices sectoriels 'verts'.

Dans un premier temps, de manière simpliste, des proportions maximales ont été ajoutées pour les actifs 'bruns' et minimales pour les actifs 'verts' dans le portefeuille. La Figure 4.23 présente différentes frontières efficaces avec des projections à 30 ans calibrées sur la période totale. Les ventes à découvert ne sont pas autorisées. Logiquement, les frontières où les conditions sont les plus restrictives, c'est-à-dire où le pourcentage de chaque actif 'brun' est limité à 15% et celui des actifs 'verts' est supérieur à 15%, présentent les plus grandes volatilités et les rendements les plus bas.

Les portefeuilles de variance minimale passent d'une volatilité de 22% dans le cas sans contraintes climatiques à 25% avec les contraintes climatiques les plus strictes. Dans tous les scénarios, la proportion des indices sectoriels 'verts' correspond à la proportion minimale désirée. Pour les scénarios (30%, 5%) et (20%, 10%), seul l'indice sectoriel 14 est sélectionné parmi les indices sectoriels 'bruns', atteignant son poids maximal autorisé. Les indices 4 et 22, n'étant des actifs ni 'bruns' ni 'verts' sont également choisis pour constituer les portefeuilles de variance minimale. Dans le dernier scénario (15%, 15%), le secteur 14 demeure l'unique secteur 'brun', représentant 14% du portefeuille. Le secteur 22 est aussi présent avec un poids de 11% dans le portefeuille.

Les portefeuilles optimaux affichent un ratio passant de 2,9 dans le cas sans contraintes climatiques à 1,2 dans le scénario le plus contraignant. Les actifs 'verts' sont toujours présents au seuil minimal dans tous les scénarios. L'indice sectoriel 14, classé comme 'brun', est toujours présent à son seuil maximal autorisé dans les différents portefeuilles optimaux. Le secteur 4 complète le portefeuille optimal dans toutes les configurations.

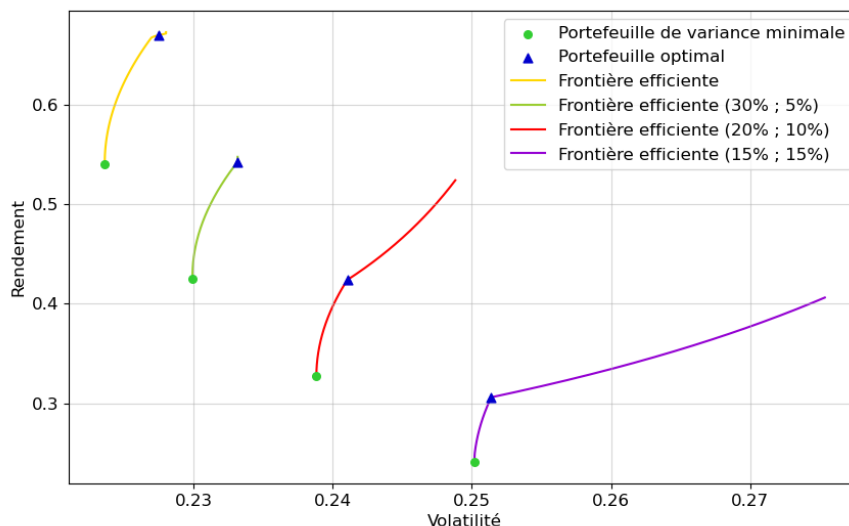


FIGURE 4.23 – Frontières efficaces avec des contraintes climatiques pour les projections à 30 ans calibrées sur la période totale. Le seuil maximal ou minimal est indiqué en légende comme suit :  $(x\%, y\%)$ , où  $x\%$  représente le pourcentage maximal de chaque secteur 'brun' dans le portefeuille et  $y\%$  représente le pourcentage minimal de chaque secteur 'vert' dans le portefeuille.

Dans un second temps, nous avons pénalisé la fonction de minimisation afin de tenir compte du "classement" en terme climatique des indices sectoriels (en fonction du niveau de choc EIOPA) tout en imposant un seuil minimal de détention pour les actifs 'verts'. Afin de déterminer ce seuil minimal, spécifique aux actifs 'verts', nous effectuons une transformation linéaire en fonction du niveau du choc EIOPA. Les paramètres  $A$  et  $B$  ont été introduits pour définir respectivement la plus petite et la plus grande allocation minimale. De façon arbitraire, des valeurs de 2% pour  $A$  et de 6% pour  $B$  ont été choisis. Les allocations minimales sont récapitulées dans la Table 4.2.

Code NACE	Numéro du secteur	Allocation minimale (en %)
C13-C18	5	6,00
C21-C22	8	4,50
C26-C28	11	4,34
C29-C30	12	3,70
F41-F43	16	2,00

TABLE 4.2 – Allocation minimale pour les secteurs 'verts'

Afin de pénaliser la fonction de minimisation et inciter le choix des secteurs 'verts',

nous avons effectué ce nouveau programme pour calculer la frontière efficiente :

$$\begin{cases} \min \left( \sigma_t^P - \sum_{I=1}^{13} \text{choc}^I \times w_t^I \right) \\ \text{s.c. } \sum_{i=1}^{13} w_t^I = 1 \text{ et } \mathbb{E}[R_t^P] = \mu \text{ et } \forall I \in \text{Indice vert} : w_t^I \geq w_{\min}^I \end{cases}$$

où  $\text{choc}^I$  est le niveau de choc EIOPA (négatif) présent dans la Table 2.2 et  $w_{\min}^I$  correspondant à l'allocation minimale définie dans la Table 4.2.

Le portefeuille de variance minimale est défini comme suit :

$$\begin{cases} \min \left( \sigma_t^P - \sum_{I=1}^{13} \text{choc}^I \times w_t^I \right) \\ \text{s.c. } \sum_{i=1}^{13} w_t^I = 1 \text{ et } \forall I \in \text{Indice vert} : w_t^I \geq w_{\min}^I \end{cases}$$

Le portefeuille optimal reste le portefeuille avec le meilleur ratio rendement sur risque. De plus, les résultats ont été observés dans le cas des ventes à découvert non autorisées et autorisées. Dans la Figure 4.24 sont représentées les frontières efficientes des projections à 30 ans calibrées sur la période totale. La frontière efficiente avec les contraintes climatiques et sans ventes à découvert présente un risque plus élevé et un rendement plus faible que celle sans contraintes climatiques. Comme attendu, lorsque les ventes à découvert sont autorisées, la frontière efficiente admet des volatilités et des rendements plus élevés.

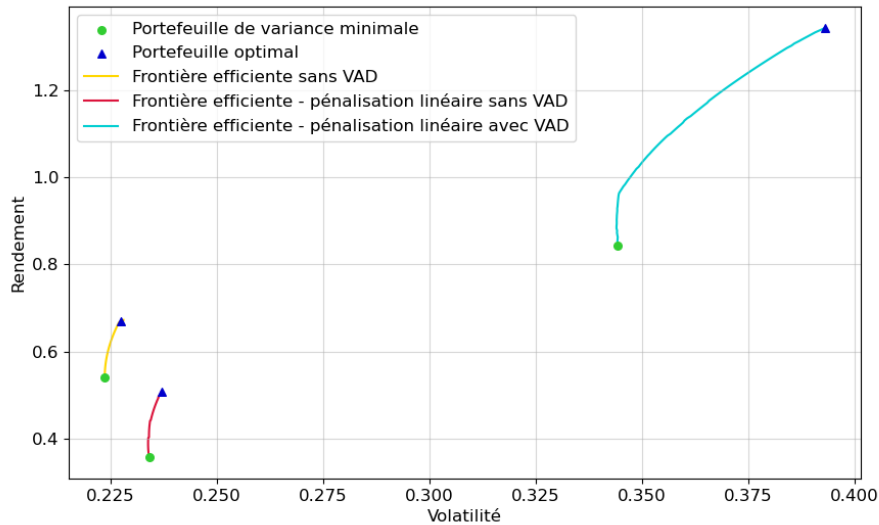


FIGURE 4.24 – Frontières efficientes avec pénalisation des projections à 30 ans calibrées sur la période totale. L'abréviation VAD signifie ventes à découvert.

Les Tables 4.3 et 4.4 regroupent la répartition des indices sectoriels dans les portefeuilles de variance minimale et optimaux. Les lignes colorées en vert correspondent aux indices sectoriels 'verts' tandis que celles colorées en rouge correspondent aux indices sectoriels 'bruns'.

La volatilité est de 22% dans le scénario sans contrainte, 23% dans celui avec une pénalisation linéaire et de 34% lorsqu'on autorise la vente à découvert.

Code NACE	Numéro du secteur	Portefeuille sans VAD (%)	Pénalisation linéaire sans VAD (%)	Pénalisation linéaire avec VAD (%)
B05-B09	3	0,00	0,00	-100,00
C10-C12	4	24,59	33,42	100,00
C13-C18	5	0,00	5,85	19,89
C20	7	0,00	0,00	76,67
C21-C22	8	0,00	18,86	53,47
C26-C28	11	0,00	5,81	58,26
C29-C30	12	0,00	5,79	7,59
D35	14	53,79	0,00	-100,00
F41-F43	16	0,00	5,75	63,75
G45-G47	17	0,00	0,00	-20,23
H49	18	0,00	0,00	-100,00
L68	22	21,62	24,51	41,69
<i>Other</i>	23	0,00	0,00	-1,09

TABLE 4.3 – Composition des portefeuilles de variance minimale pour les projections à 30 ans calibrées sur la période totale. L'abréviation VAD signifie vente à découvert.

Code NACE	Numéro du secteur	Portefeuille sans VAD (%)	Pénalisation linéaire sans VAD (%)	Pénalisation linéaire avec VAD (%)
B05-B09	3	0,00	0,00	-100,00
C10-C12	4	7,71	67,87	100,00
C13-C18	5	0,00	5,85	50,44
C20	7	0,00	0,00	100,00
C21-C22	8	0,00	7,46	100,00
C26-C28	11	0,00	5,81	34,12
C29-C30	12	0,00	5,79	5,79
D35	14	92,29	0,00	-100,00
F41-F43	16	0,00	5,75	100,00
G45-G47	17	0,00	0,00	-49,13
H49	18	0,00	0,00	-100,00
L68	22	0,00	1,47	-1,32
<i>Other</i>	23	0,00	0,00	-39,91

TABLE 4.4 – Composition des portefeuilles optimaux pour les projections à 30 ans calibrées sur la période totale. L'abréviation VAD signifie ventes à découvert.

Le scénario présentant le meilleur ratio rendement sur risque est celui où la pénalisation est appliquée et les ventes à découvert sont autorisées, affichant une valeur de 3,4. En comparaison, ce ratio est de 2,9 dans la configuration sans contrainte et de 2,1 lorsque la pénalisation est présente mais les ventes à découvert ne sont pas autorisées. Dans le scénario d'une pénalisation linéaire sans ventes à découvert, nous observons qu'aucun secteur 'brun' ne fait partie du portefeuille optimal.

#### 4.5.2.3.4 Comparaison avec les résultats dans le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone

Dans cette partie, nous allons comparer nos résultats à ceux issus du modèle monde réel avec un facteur de risque carbone (développé dans le Section 4.5.1.3.1). Les résultats sont illustrés dans la Figure 4.25, les frontières obtenues avec le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone sont représentées en pointillées. Les frontières efficaces obtenues grâce au modèle monde réel avec un facteur de risque carbone sont plus étendues, en raison notamment d'une sélection d'au moins quatre indices sectoriels différents pour la création des portefeuilles. Les résultats du modèle monde réel avec un facteur de risque carbone pour les projections à 1 et 10 ans révèlent des portefeuilles avec un rendement plus élevé et une volatilité plus faible par rapport à ceux générés par notre modèle. Les ratios rendement sur risque ont plus que doublés dans le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone.

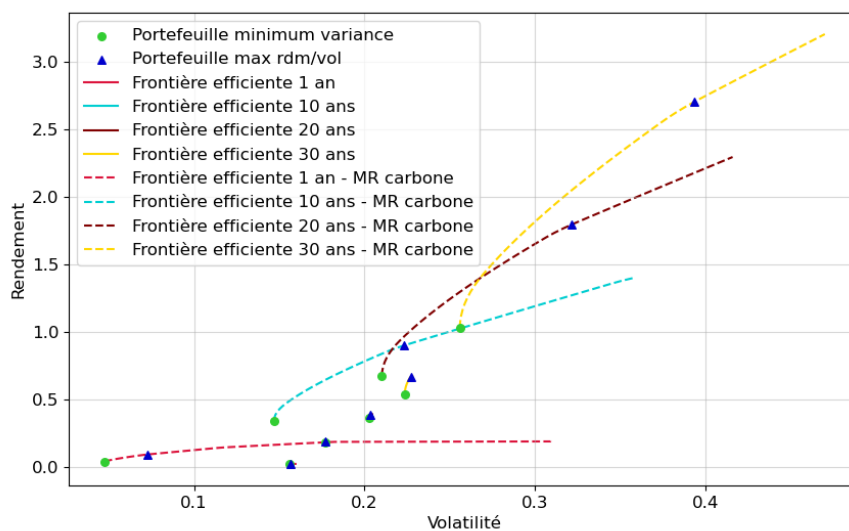


FIGURE 4.25 – Comparaison des frontières efficaces avec le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone

Le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone, est un modèle purement monde réel : il est sûrement mieux adapté pour appliquer la théorie du portefeuille de Markowitz.



### Conclusion

Dans cette partie, nous avons appliqué le modèle défini dans le chapitre précédent pour des applications monde réel. Nous supposons que les actifs évoluent en tendance selon le taux sans risque, avec une prime de risque nulle par rapport à l'univers monde réel. Nous proposons deux applications monde réel. La première consiste à calculer les niveaux de chocs à différents horizons temporels et sur diverses périodes de calibrages. La seconde applique la théorie du portefeuille de Markowitz à un marché fictif constitué de nos 13 indices sectoriels. Les résultats obtenus en utilisant une approche Markowitz "naïve", qui tient compte uniquement des rendements et du risque, ne sont pas concluants.



# Conclusion

Le risque climatique émerge comme une préoccupation majeure pour les assureurs et les réassureurs. Ce mémoire se concentre sur l'intégration du risque climatique dans les scénarios risque-neutre des trajectoires actions.

Dans la première partie, trois niveaux d'intégration du risque climatique dans les trajectoires actions en univers risque-neutre ont été introduits. La première configuration correspond à la méthode couramment utilisée par les assureurs, où un unique facteur de risque action est généré par le générateur de scénarios économiques. Dans la deuxième méthode, des facteurs de risque actions distincts sont présentés : il y en a autant qu'il y a de secteurs différents dans le portefeuille de l'assureur. Pour ce faire, une structure de corrélation entre les secteurs est définie et une structure de volatilité identique pour tous les secteurs est considérée. Dans la troisième paramétrisation, des structures de corrélations propres à chaque indice sectoriel sont ajoutées. Les méthodes présentées reposent sur une calibration historique et sur un critère de *market consistency*. Grâce à ces trois scénarios économiques distincts, les impacts ALM ont été évalués et les chocs fournis par l'EIOPA ont été appliqués. L'objectif était d'analyser l'incidence de la granularité sur le BE, montrant que celle-ci a un impact significatif mais la variation entre le BE central et choqué garde le même ordre de grandeur quel que soit le scénario. Étant donné que les impacts des chocs instantanés sur les rendements sont négligeables, il pourrait être pertinent d'examiner les effets de chocs sur les volatilités de chaque indice. De plus, étant donné que le risque de transition est susceptible d'augmenter avec le temps, la réalisation d'études similaires à différents horizons temporels et avec divers niveaux de chocs pourrait être intéressante.

Dans la seconde partie de ce mémoire, une nouvelle dynamique pour modéliser les actions en univers risque-neutre a été introduite, intégrant le risque climatique. Cette dynamique est caractérisée par deux facteurs : le premier représentant un risque systémique lié au carbone commun à toutes les actions, et le deuxième reflétant le risque spécifique propre à chaque action. Nous soulignons que notre analyse s'est limitée à l'effet de la structure de volatilités, sans considérer l'impact des taux. Nous proposons trois méthodes de calibrages pour les volatilités s'appuyant sur des données de marchés. Aussi, nous supposons que la volatilité observée est uniquement liée aux actions. Dans une étude ultérieure, il serait intéressant de distinguer la variabilité liée aux actions et celle liée aux taux d'intérêt. Par ailleurs, en complément, il est possible d'utiliser ce modèle sous des hypothèses d'évolution des structures de volatilités considérées à différents horizons. Nous suggérons une méthode pour déduire des scénarios de volatilités en utilisant les scénarios du GIEC. Les résultats sont mitigés et ne concordent pas tous avec la classification des indices sectoriels en fonction du niveau de choc EIOPA. Dans une étude future, il serait pertinent d'analyser les résultats du modèle en tenant compte des projections de la structure de volatilités selon les scénarios du GIEC.

Dans la dernière section, nous utilisons la modélisation introduite précédemment pour des applications monde réel. Nous supposons que les actifs évoluent en tendance selon le taux sans risque, avec une prime de risque nulle par rapport à l'univers monde réel. Pour calibrer ce modèle, les données historiques ont été utilisées. Afin d'étudier les impacts des différentes périodes de crises, nous proposons quatre calibrages : la période totale, la crise financière, la crise du COVID-19 et la guerre en Ukraine. Deux applications sont proposées : la première consistant à calculer les différents niveaux de chocs et la seconde consistant à appliquer la théorie du portefeuille de Markowitz.

# Bibliographie

- [BGG17] Nathalie Berta, Emmanuelle Gautherat, and Ozgur Gun. Transactions in the european carbon market : a bubble of compliance in a whirlpool of speculation. *Cambridge Journal of Economics*, 2017.
- [BGL<sup>+</sup>22] Anoine Boirard, David Gayle, Theresa Löber, Laura Parisi, Clement Payerols, Edo Schets, Martina Spaggiari, Antoine Bavandi, Christoph Bertram, Matthies Darracq Paries, et al. Ngfs scenarios for central banks and supervisors. 2022.
- [Big14] Jérémie Bigot. *Cours de probabilités - Vecteurs gaussiens*. ISAE-SUPAERO, 2013-2014.
- [BM01] Damiano Brigo and Fabio Mercurio. *Interest Rate Models - Theory and Practice*. Springer Finance, 2001.
- [BP12] Philippe Bertrand and Jean-Luc Prigent. *Gestion de Portefeuille*. Economica, 2012.
- [BS73] Fischer Black and Myron Scholes. The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political economy*, 81(3) :637–654, 1973.
- [BTTT16] Imen Ben Tahar, José Trashorras, and Gabriel Turinici. *Éléments de calcul stochastique pour l'évaluation et la couverture des actifs dérivés*. Université Paris Dauphine, Paris, 2016.
- [CAB<sup>+</sup>79] Jule G Charney, Akio Arakawa, D James Baker, Bert Bolin, Robert E Dickinson, Richard M Goody, Cecil E Leith, Henry M Stommel, and Carl I Wunsch. Carbon dioxide and climate : A scientific assesment. 1979.
- [Car15] Mark Carney. Breaking the tragedy of the horizon – climate change and financial stability. 2015.
- [CBCS<sup>+</sup>21] Laurent Clerc, Anne-Lise Bontemps-Chanel, Diot Sébastien, George Overton, Solène Soares De Albergaria, Lucas Vernet, Maxime Louardi, et al. Les principaux résultats de l'exercice pilote climatique 2020. 2021.
- [CEI10] CEIOPS. Solvency ii calibration paper. 2010.
- [CGP<sup>+</sup>23] M Crippa, D Guizzardi, F Pagani, M Banja, M Muntean, Schaaf E, W Becker, F Monforti-Ferrario, R Quadrelli, A Risquez Martin, P Taghavi-Moharamli, J Köykkä, G Grassi, S Rossi, J Brandao De Melo, D Oom, A Branco, J San-Miguel, and E. Vignati. Ghg emissions of all world countries. *Publications Office of the European Union*, 2023.

- [DMV20] Yannick Drif, Palmira Messina, and Pierre Valade. Conséquences du changement climatique sur la pollution de l'air et impact en assurance de personnes. *Hal*, 2020.
- [DRV20] Yannick Drif, Benjamin Roche, and Pierre Valade. Conséquences du changement climatique pour les maladies à transmission vectorielle et impact en assurance de personnes. *Hal*, 2020.
- [FF92] Eugene F Fama and Kenneth R French. The cross-section of expected stock returns. *the Journal of Finance*, 47(2) :427–465, 1992.
- [Ger22] Valentin Germain. *Prise en compte du changement climatique dans la modélisation des risques biométriques et financiers*. Mémoire d'actuariat - Institut des Actuaire, 2022.
- [IPC13] Intergovernmental Panel On Climate Change IPCC. *Climate Change 2013 The Physical Science Basis*. Cambridge University Press, 2013.
- [LBGF23] Haohua Li, Elie Bouri, Rangan Gupta, and Libing Fang. Return volatility, correlation, and hedging of green and brown stocks : is there a role for climate risk factors? *Journal of Cleaner Production*, 2023.
- [LCD<sup>+</sup>23] Hoesung Lee, Katherine Calvin, Dipak Dasgupta, Gerhard Krinmer, Aditi Mukherji, Peter Thorne, Christopher Trisos, Jose Romero, Paulina Aldunce, Ko Barret, et al. Climate change 2023 : Synthesis report. Technical report, IPCC, 2023.
- [Mar52] Harry Max Markowitz. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 1952.
- [Mar59] Harry Max Markowitz. *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments*. John Wiley and Sons, 1959.
- [Meh21] Sophian Mehalla. *Taux d'intérêt pour l'assurance : approximations et calibrages de modèles*. PhD thesis, Marne-la-vallée, ENPC, 2021.
- [Mil21] Milliman. Exercice climatique acpr : synthèse des principaux résultats. *Milliman White Paper*, 2021.
- [Mil24] Milliman. Consistent equity risk-neutral valuation under climate stress tests. *Milliman White Paper*, 2024.
- [NGKA18] Easwaran Narassimhan, Kelly S Gallagher, Stefan Koester, and Julio Rivera Alejo. Carbon pricing in practice : A review of existing emissions trading systems. *Climate Policy*, 18(8) :967–991, 2018.
- [PTK09] Frédéric Planchet, Pierre Thérond, and Aymeric Kaméga. *Scénarios économiques en assurance - modélisation et simulation*. Economica, 2009.
- [RGL<sup>+</sup>20] Théo Roncalli, Théo Le Guenedal, Frédéric Lepetit, Thierry Roncalli, and Takaya Sekine. Measuring and managing carbon risk in investment portfolios. *arXiv*, 2020.
- [SSS<sup>+</sup>22] Priyadarshi R Shukla, Jim Skea, Raphael Slade, A Al Khourdjie, R Van Die-men, D McCollum, M Pathak, S Some, P Vyas, R Fradera, et al. Climate change 2022 : Mitigation of climate change. *Contribution of working group*

*III to the sixth assessment report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, 2022.*

[Yag20] Nima Yaghmaei. Human cost of disasters : An overview of the last 20 years, 2000-2019. 2020.





# Annexes





## Annexe A

# Intégration du risque climatique

### A.1 Sources pour la répartition des différents codes NACE

Entreprise	Sources consultées en juin 2023
Adyen	Rapport annuel : <a href="https://www.adyen.com/press-and-media/adyen-publishes-h2-2022-financial-results">https://www.adyen.com/press-and-media/adyen-publishes-h2-2022-financial-results</a>
Airbus	Rapport annuel : <a href="https://www.airbus.com/en/investors/financial-results-annual-reports">https://www.airbus.com/en/investors/financial-results-annual-reports</a>
Air Liquide	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/AIR-LIQUIDE-4605/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/AIR-LIQUIDE-4605/societe/</a>
Anheuser-Busch InBev	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/ANHEUSER-BUSCH-INBEV-SA-N-31571356/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/ANHEUSER-BUSCH-INBEV-SA-N-31571356/societe/</a>
ASML	Rapport annuel : <a href="https://www.asml.com/en/investors/annual-report/2022/highlights#downloads">https://www.asml.com/en/investors/annual-report/2022/highlights#downloads</a>
BASF	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/BASF-SE-6443227/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/BASF-SE-6443227/societe/</a>
Danone	Rapport annuel : <a href="https://www.danone.com/content/dam/corp/global/danonecom/rai/2022/danone-integrated-annual-report-2022.pdf">https://www.danone.com/content/dam/corp/global/danonecom/rai/2022/danone-integrated-annual-report-2022.pdf</a>
EssilorLuxottica	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/ESSILORLUXOTTICA-4641/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/ESSILORLUXOTTICA-4641/societe/</a>
Nokia	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/NOKIA-OYJ-56358470/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/NOKIA-OYJ-56358470/societe/</a>
Prosus	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/PROSUS-N-V-66148584/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/PROSUS-N-V-66148584/societe/</a>
Safran	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/SAFRAN-4696/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/SAFRAN-4696/societe/</a>
Sanofi	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/SANOFI-4698/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/SANOFI-4698/societe/</a>
SAP	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/SAP-SE-436555/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/SAP-SE-436555/societe/</a>
Siemens	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/SIEMENS-AG-56358595/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/SIEMENS-AG-56358595/societe/</a>
TotalEnergies	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/TOTALENERGIE-S-SE-4717/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/TOTALENERGIE-S-SE-4717/societe/</a>
Volkswagen	Site : <a href="https://www.zonebourse.com/cours/action/VOLKSWAGEN-AG-436737/societe/">https://www.zonebourse.com/cours/action/VOLKSWAGEN-AG-436737/societe/</a>

TABLE A.1 – Sources pour le choix des codes NACE associés aux entreprises

## A.2 Modèles

### A.2.1 LIBOR Market Model

Les notations et les résultats présentés proviennent de l'ouvrage [BM01]. Le modèle *LIBOR Market Model* (LMM) est couramment utilisé pour modéliser des taux d'intérêt, en particulier parce qu'il permet de respecter les exigences de *market consistency*. Ce modèle repose sur l'hypothèse que les taux sont log-normaux et permet de calculer directement les taux *forward* (voir la Définition 1.2.8).

Soit un échéancier  $\{T_1, \dots, T_N\}$ . On définit les  $N$  taux *forward* comme :

$$F_1(t) = \frac{1}{\tau_1} \left( \frac{1}{P(t, T_1)} - 1 \right), F_2(t) = \frac{1}{\tau_2} \left( \frac{P(t, T_1)}{P(t, T_2)} - 1 \right), \dots, F_N(t) = \frac{1}{\tau_N} \left( \frac{P(t, T_1)}{P(t, T_N)} - 1 \right)$$

La dynamique des taux *forward* sous la probabilité risque-neutre s'écrit :

$$\frac{dF_i(t)}{F_i(t)} = \sigma_i(t) \sum_{j=m(t)}^i \frac{\tau_j \rho_{i,j} \sigma_j(t) F_j(t)}{1 + \tau_j F_j(t)} dt + \sigma_i(t) dW_i(t)$$

où :

- $m(t) = \inf\{j \in \{1, \dots, N\}, t \leq T_j\}$ ;
- $\sigma_i(t)$  correspond à la volatilité de  $F_i(t)$ ;
- $\tau_i$  mesure le pas de temps entre  $T_{i+1}$  et  $T_i$ ;
- $W_i$  représentant un mouvement Brownien;
- $\rho_{i,j} dt = dW_i(t) dW_j(t)$ .

En appliquant la formule d'Itô (Équation (1.1)) à  $\ln(F_i(t))$  on obtient :

$$F_i(t) = F_i(0) \times \exp \left( -\frac{1}{2} \int_0^t \left( \sum_{j=m(s)}^i \frac{\tau_j F_j(s)}{1 + \tau_j F_j(s)} \rho_{i,j} \times \sigma_j(s) \times \sigma_i(s) \right)^2 ds + \int_0^t \sigma_i(s) dW_s \right)$$

où  $F_i(0) = \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{P(0, T_i)}{P(0, T_{i+1})} - 1 \right)$  est repris des valeurs observées sur le marché.

### A.2.2 Cox-Ingersoll-Ross

Les résultats présentés proviennent de l'ouvrage [BM01]. Le modèle de Cox-Ingersoll-Ross est un modèle couramment utilisé pour modéliser des dividendes. En effet, ce modèle garantit la positivité des dividendes. Son équation différentielle est :

$$dD(t) = k(\theta - D(t))dt + \sigma \sqrt{D(t)} dW_t, D(0) = D_0$$

où :

- $D(t)$  représente le taux de dividende au temps  $t$ ;
- $D_0, k, \theta$  et  $\sigma$  sont des constantes positives;

- $W_t$  est un mouvement Brownien standard.

Afin que les taux de dividendes soient strictement positifs, la condition de Feller doit être vérifiée :

$$2k\theta > \sigma^2$$

## Annexe B

### Calculs de chocs

Dans la Table B.1 figurent les écarts de volatilités entre les volatilités simulées et les volatilités historiques par secteur et par période.

Code NACE	Numéro du secteur	Période totale (%)	Période crise financière (%)	Période COVID-19 (%)	Période guerre Ukraine (%)
B05-B09	3	0,02	1,55	0,20	0,09
C10-C12	4	0,13	0,65	0,06	0,16
C13-C18	5	0,10	1,56	0,05	0,01
C20	7	0,08	0,84	0,03	0,08
C21-C22	8	0,11	1,07	0,22	0,26
C26-C28	11	0,01	0,22	0,00	0,20
C29-C30	12	0,00	0,28	0,27	0,02
D35	14	0,07	1,34	0,17	0,04
F41-F43	16	0,09	0,03	0,27	0,01
G45-G47	17	0,04	0,21	0,04	0,04
H49	18	0,09	0,03	0,27	0,01
L68	22	0,01	2,69	0,01	0,02
<i>Other</i>	23	0,04	0,39	0,11	0,01

TABLE B.1 – Les erreurs relatives associées à la volatilité





# Annexe C

## Allocation d'actifs

### C.1 Résolution du programme d'optimisation pour le portefeuille efficient

Dans cette section, nous allons résoudre le programme d'optimisation dans le cas d'un portefeuille à  $N$  actifs risqués ([BP12]). Rappelons les notations, soit  $R_i$  les rendements du  $i^{\text{ème}}$  actif,  $w_i$  son poids,  $\sigma_{i,j}$  correspondant à la covariance entre l'actif  $i$  et  $j$  et  $e$  un vecteur constitué uniquement de 1 de même taille que  $w$ . On suppose que la matrice de variance-covariance  $V$  est inversible. On rappelle que :  $\mathbb{E}[R_p] = \sum_0^{13} \mathbb{E}[R_i] * w_i$  et  $\sigma^2(R_p) = \sum_{I=1}^{13} \sum_{J=1}^{13} w^i w^j \sigma_{i,j}$ .

Nous cherchons à minimiser :

$$\begin{cases} \min (\sigma^2(R_p)) \\ \text{s.c } \sum_{i=1}^N w_i = 1 \text{ et } \mathbb{E}[R_p] = \mu \end{cases}$$

Afin de résoudre ce programme, le multiplicateur de Lagrange ( $\lambda$ ) est nécessaire :

$$L(w, \lambda_1, \lambda_2) = \sigma^2(R_p) - \lambda_1(1 - {}^t w e) - \lambda_2(\mu - {}^t w \mathbb{E}[R_p]) = {}^t w V w - \lambda_1(1 - {}^t w e) - \lambda_2(\mu - {}^t w \mathbb{E}[R_p])$$

Les conditions du premier ordre sont :

$$\frac{\partial L(w, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial w} = 2Vw - \lambda_1 e - \lambda_2 \mathbb{E}[R] = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$\frac{\partial L(w, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} = 1 - {}^t w e \quad (\text{C.2})$$

$$\frac{\partial L(w, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = \mu - {}^t w \mathbb{E}[R_p] \quad (\text{C.3})$$

L'Équation (C.1) devient :

$$\begin{aligned} 2Vw &= \lambda_1 e + \lambda_2 \mathbb{E}[R_p] \\ w &= \frac{\lambda_1 V^{-1} e + \lambda_2 V^{-1} \mathbb{E}[R_p]}{2} \end{aligned}$$

Si on remplace  $w$  dans l'Équation (C.2), on obtient :

$$\begin{aligned} 1 &= {}^t w e \\ 1 &= \frac{\lambda_1 {}^t e V^{-1} e + \lambda_2 {}^t e V^{-1} \mathbb{E}[R_p]}{2} \end{aligned}$$

Remplaçons  $w$  dans l'Équation (C.3) :

$$\begin{aligned}\mu &= {}^t w \mathbb{E}[R_p] \\ \mu &= \frac{\lambda_1 {}^t \mathbb{E}[R_p] V^{-1} e + \lambda_2 {}^t \mathbb{E}[R_p] V^{-1} \mathbb{E}[R_p]}{2}\end{aligned}$$

Notons,  $A = {}^t e V^{-1} e$ ,  $B = {}^t e V^{-1} \mathbb{E}[R_p]$  et  $C = {}^t \mathbb{E}[R_p] V^{-1} \mathbb{E}[R_p]$ , on obtient un système linéaire à deux Équations et deux inconnues :  $(\lambda_1, \lambda_2)$  :

$$\begin{cases} 1 = \frac{\lambda_1 A + \lambda_2 B}{2} \\ \mu = \frac{\lambda_1 B + \lambda_2 C}{2} \end{cases}$$

avec pour solution :

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{2(C - \mu B)}{AC - B^2} \\ \lambda_2 = \frac{2(\mu A - B)}{AC - B^2} \end{cases}$$

Maintenant, on peut injecter  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  dans  $W$  :

$$w = \frac{2(C - \mu B) V^{-1} e + 2(\mu A - B) V^{-1} \mathbb{E}[R_p]}{AC - B^2}$$

On peut réécrire cette formule, en posant :  $E = \frac{2CV^{-1}e - 2BV^{-1}\mathbb{E}[R_p]}{AC - B^2}$  et  $F = \frac{2BV^{-1}e + 2AV^{-1}\mathbb{E}[R_p]}{AC - B^2}$ , on obtient l'expression du portefeuille optimal en fonction du niveau de rentabilité fixé  $\mu$  :

$$w = E + \mu F$$

Ainsi, notre frontière efficiente, qui représente le niveau de risque minimum pour un niveau de rentabilité donné, peut s'écrire :

$$\sigma^2(R_p) = {}^t (E + \mu F) V^{-1} (E + \mu F)$$

## C.2 Compositions des portefeuilles

Dans cette partie, nous présentons les compositions des portefeuilles obtenus avec un calibrage sur la période totale. Les compositions des portefeuilles de variance minimale figurent dans le Tableau C.1. Ces portefeuilles sont principalement composés des secteurs 4 et 14, qui correspondent respectivement à l'industrie alimentaire et aux entreprises de production d'électricité. Une petite proportion du secteur 3, associé aux industries extractives, est observée dans les portefeuilles pour les projections à 1 an et 10 ans. Pour les projections à 20 et 30 ans, le secteur 22, lié aux activités immobilières, est inclus dans le portefeuille de variance minimale. Les compositions des portefeuilles optimaux figurent dans le Tableau C.2. En ce qui concerne les portefeuilles, qui maximisent le ratio rendement sur risque, ils sont composés des secteurs 4 et 14 pour les quatre horizons temporels et les quatre périodes.

Code NACE	Numéro du secteur	Portefeuille 1 an (%)	Portefeuille 10 ans (%)	Portefeuille 20 ans (%)	Portefeuille 30 ans (%)
B05-B09	3	1,50	0,65	0,00	0,00
C10-C12	4	37,95	39,00	32,10	24,59
C13-C18	5	0,00	0,00	0,00	0,00
C20	7	0,00	0,00	0,00	0,00
C21-C22	8	3,81	1,60	0,00	0,00
C26-C28	11	0,00	0,00	0,00	0,00
C29-C30	12	0,00	0,00	0,00	0,00
D35	14	56,74	58,74	61,05	53,79
F41-F43	16	0,00	0,00	0,00	0,00
G45-G47	17	0,00	0,00	0,00	0,00
H49	18	0,00	0,00	0,00	0,00
L68	22	0,00	0,00	6,85	21,62
<i>Other</i>	23	0,00	0,00	0,00	0,00

TABLE C.1 – Composition des portefeuilles de variance minimale pour les projections à différents horizons temporels calibrées sur la période totale

Code NACE	Numéro du secteur	Portefeuille 1 an (%)	Portefeuille 10 ans (%)	Portefeuille 20 ans (%)	Portefeuille 30 ans (%)
B05-B09	3	0,00	0,00	0,00	0,00
C10-C12	4	36,92	28,00	14,87	7,71
C13-C18	5	0,00	0,00	0,00	0,00
C20	7	0,00	0,00	0,00	0,00
C21-C22	8	0,00	0,00	0,00	0,00
C26-C28	11	0,00	0,00	0,00	0,00
C29-C30	12	0,00	0,00	0,00	0,00
D35	14	63,08	72,00	85,13	92,29
F41-F43	16	0,00	0,00	0,00	0,00
G45-G47	17	0,00	0,00	0,00	0,00
H49	18	0,00	0,00	0,00	0,00
L68	22	0,00	0,00	0,00	0,00
<i>Other</i>	23	0,00	0,00	0,00	0,00

TABLE C.2 – Composition des portefeuilles optimaux pour les projections à différents horizons temporels calibrées sur la période totale



# Table des figures

Figure 1:	La projection de la volatilité du secteur 3 . . . . .	IX
Figure 2:	La projection de la volatilité du secteur 11 . . . . .	IX
Figure 3:	Les chocs à 1 an des 13 indices sectoriels en fonction de la période . . . . .	X
Figure 4:	The projection of the volatility for sector 3 . . . . .	XVII
Figure 5:	The projection of the volatility for sector 11 . . . . .	XVII
Figure 6:	The one-year shocks of the 13 sectoral indices based on the period . . . . .	XVIII
Figure 1.1:	Changement des températures à la surface de la Terre en fonction des différents scénarios RCP du GIEC ([ <b>IPCC13</b> ]). Les nombres dans les mêmes couleurs que les courbes représentent le nombre de modèles utilisés. . . . .	6
Figure 1.2:	Les différents scénarios NGFS ([ <b>BGL+22</b> ]) . . . . .	8
Figure 1.3:	Scénarios de transition ([ <b>CBCS+21</b> ]) . . . . .	10
Figure 2.1:	Les corrélations empiriques entre les indices sectoriels . . . . .	29
Figure 2.2:	Les corrélations historiques inter-sectorielles avec les intervalles de confiance de Fisher à un niveau de 95%. . . . .	30
Figure 2.3:	Évolution des volatilités réalisées sur 6 mois par rapport à la volatilité sur l'ensemble de la période . . . . .	32
Figure 2.4:	Test martingale - Méthode n°1 . . . . .	35
Figure 2.5:	Test de <i>market consistency</i> - Méthode n°1 . . . . .	35
Figure 2.6:	Test martingale (F41-F43) - Méthode n°2. . . . .	36
Figure 2.7:	Test martingale (G45-G47) - Méthode n°2. . . . .	36
Figure 2.8:	Test de <i>market consistency</i> - Méthode n°2. . . . .	36
Figure 2.9:	Test martingale (C29-C30) - Méthode n°3. . . . .	37
Figure 2.10:	Test martingale (H49) - Méthode n°3. . . . .	37
Figure 2.11:	Test de <i>market consistency</i> (C29-C30) - Méthode n°3. . . . .	37
Figure 2.12:	Test de <i>market consistency</i> (H49) - Méthode n°3. . . . .	37
Figure 2.13:	Test de <i>market consistency</i> pour la volatilité totale. . . . .	38
Figure 2.14:	TVOG en fonction de la proportion du secteur B05-B09 dans le portefeuille et des différents scénarios. Les volatilités sont indiquées en légende comme suit : (volatilité du secteur B05-B09, volatilité du secteur C13-C18). . . . .	43
Figure 3.1:	Historique du prix de la tonne de $CO_2e$ sur le marché européen	49
Figure 3.2:	Historique du prix d'une tonne de $CO_2e$ sur le marché primaire californien . . . . .	50
Figure 3.3:	La volatilité des log-rendements des prix du carbone sur l'ETS européen avec une fenêtre glissante au cours du temps . . . . .	54

Figure 3.4:	Les volatilités spécifiques constantes par morceaux des 13 secteurs . . . . .	56
Figure 3.5:	Les volatilités totales des 13 secteurs avec les volatilités spécifiques constantes par morceaux . . . . .	56
Figure 3.6:	Les volatilités spécifiques constantes par morceaux avec contraintes climatiques des 13 secteurs . . . . .	58
Figure 3.7:	Les volatilités totales des 13 secteurs avec les volatilités spécifiques constantes par morceaux avec contraintes climatiques . . . . .	58
Figure 3.8:	Les volatilités spécifiques paramétriques des 13 secteurs . . . . .	59
Figure 3.9:	Les volatilités totales des 13 secteurs avec les volatilités spécifiques paramétriques . . . . .	59
Figure 3.10:	Cinq trajectoires de l'indice sectoriel 3 (B05-B09) dans le cas d'une volatilité spécifique constante par morceaux . . . . .	60
Figure 3.11:	Test martingale pour le secteur 11 (C26-C28) avec la volatilité spécifique constante par morceaux . . . . .	61
Figure 3.12:	Test martingale pour le secteur 14 (D35) avec la volatilité spécifique constante par morceaux . . . . .	61
Figure 3.13:	Prix du call Monte-Carlo pour le secteur 23 ( <i>Other</i> ) . . . . .	62
Figure 3.14:	Test de <i>market consistency</i> pour le secteur 23 ( <i>Other</i> ) . . . . .	63
Figure 3.15:	Projection des prix du carbone sur le marché européen en fonction des quatre scénarios du NGFS. Les prix sont exprimés en US\$2010/tCO <sub>2</sub> . . . . .	65
Figure 3.16:	Projection des prix du pétrole brut sur le marché européen en fonction des quatre scénarios du NGFS. Les prix sont exprimés en US\$2010/GJ. . . . .	65
Figure 3.17:	La moyenne empirique 'glissante' des incréments de volatilité de l'indice sectoriel 5 (C13-C18) . . . . .	67
Figure 3.18:	La variance 'glissante' des incréments de volatilité de l'indice sectoriel 5 (C13-C18) . . . . .	67
Figure 3.19:	Projection de la volatilité en fonction des scénarios du GIEC des prix du carbone . . . . .	70
Figure 3.20:	Projection de la volatilité en fonction des scénarios du GIEC des prix du pétrole brut . . . . .	71
Figure 3.21:	Projection de la volatilité dans le cas multidimensionnel en fonction des scénarios du GIEC . . . . .	73
Figure 4.1:	Corrélations entre les séries sur la période totale . . . . .	76
Figure 4.2:	Corrélations entre les séries sur la période de la crise financière . . . . .	76
Figure 4.3:	Corrélations entre les séries sur la période de la crise COVID-19 . . . . .	76
Figure 4.4:	Corrélations entre les séries pour la période de la guerre en Ukraine . . . . .	76
Figure 4.5:	Les volatilités historiques sur les quatre périodes des indices sectoriels . . . . .	77
Figure 4.6:	Les volatilités historiques sur les quatre périodes des indices sectoriels 3 (B05-B09), 12 (C29-C30) et 18 (H49) avec les intervalles de confiance . . . . .	78
Figure 4.7:	Les volatilités spécifiques sur les quatre périodes des indices sectoriels . . . . .	79
Figure 4.8:	Cinq trajectoires pour le secteur 3 (B05-B09) calibrées sur la période totale . . . . .	80

Figure 4.9:	Test sur la volatilité simulée du secteur 3 (B05-B09) pour la période totale . . . . .	81
Figure 4.10:	Distribution des log-rendements pour l'indice sectoriel 11 (C26-C28) . . . . .	81
Figure 4.11:	Histogramme et densité des rendements annuels du <i>MSCI World Developed index</i> ([CEI10]) . . . . .	83
Figure 4.12:	Les chocs à 1 an des 13 indices sectoriels en fonction de la période de calibrage . . . . .	85
Figure 4.13:	Les chocs de 1 à 10 ans pour l'indice sectoriel 18 en fonction de la période . . . . .	86
Figure 4.14:	Comparaison des chocs à 1 an entre les deux modèles en fonction des indices sectoriels . . . . .	88
Figure 4.15:	Volatilité simulée du secteur 3 (B05-B09) sur la période totale	89
Figure 4.16:	Volatilité simulée du secteur 5 (C13-C18) sur la période totale	89
Figure 4.17:	Comparaison des chocs en fonction des hypothèses retenues sur la volatilité . . . . .	90
Figure 4.18:	Exemple de frontière efficiente de Markowitz . . . . .	92
Figure 4.19:	Frontières efficientes avec le calibrage sur la période totale . . . . .	94
Figure 4.20:	Ratio rendement sur risque pour les 13 indices sectoriels calibrés sur la période totale . . . . .	95
Figure 4.21:	Frontières efficientes pour les projections à 30 ans . . . . .	95
Figure 4.22:	Ratio rendement sur risque pour les 13 indices sectoriels pour les projections à 30 ans . . . . .	96
Figure 4.23:	Frontières efficientes avec des contraintes climatiques pour les projections à 30 ans calibrées sur la période totale. Le seuil maximal ou minimal est indiqué en légende comme suit : $(x\%, y\%)$ , où $x\%$ représente le pourcentage maximal de chaque secteur 'brun' dans le portefeuille et $y\%$ représente le pourcentage minimal de chaque secteur 'vert' dans le portefeuille. . . . .	97
Figure 4.24:	Frontières efficientes avec pénalisation des projections à 30 ans calibrées sur la période totale. L'abréviation VAD signifie ventes à découvert. . . . .	98
Figure 4.25:	Comparaison des frontières efficientes avec le modèle monde réel avec un facteur de risque carbone . . . . .	100





# Liste des tableaux

1	Composition de l'indice <i>Euro Stoxx 50</i> par code NACE . . . . .	VI
2	BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°1 . . . . .	VII
3	BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°2 . . . . .	VII
4	Analysis of the Euro Stoxx 50 index by NACE code . . . . .	XIV
5	BE and TVOG with asset allocation n°1 . . . . .	XV
6	BE and TVOG with asset allocation n°1 . . . . .	XV
2.1	Composition de l'indice <i>Euro Stoxx 50</i> par code NACE . . . . .	26
2.2	Chocs par code NACE fournis par l'EIOPA . . . . .	27
2.3	Volatilités historiques par code NACE. . . . .	31
2.4	Liste des corrélations ajustées. . . . .	31
2.5	Volatilités mensuelles annualisées par code NACE . . . . .	33
2.6	Allocation des actions entre les différents secteurs . . . . .	40
2.7	BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°1. Les pourcentages indiqués sous les valeurs de BE correspondent aux erreurs statistiques associées à chaque calcul de BE définies comme étant les moitiés de l'intervalle de confiance à 95% autour des estimations d'erreurs relatives. . . . .	41
2.8	BE et TVOG avec l'allocation d'actifs n°2. Les pourcentages indiqués sous les valeurs de BE correspondent aux erreurs statistiques associées à chaque calcul de BE définies comme étant les moitiés de l'intervalle de confiance à 95% autour des estimations d'erreurs relatives. . . . .	41
2.9	TVOG . . . . .	42
3.1	Corrélations empiriques entre les log-rendements des prix du carbone et des indices sectoriels sur la période de janvier 2002 à mai 2023 . . . . .	52
3.2	Classement des différents secteurs . . . . .	57
3.3	Moyenne empirique et variance des volatilités glissantes sur 8 mois des indices sectoriels . . . . .	68
3.4	Corrélation entre les log-rendements des prix du carbone et les incréments de volatilité des indices sectoriels . . . . .	69
3.5	Corrélation entre les log-rendements des prix du pétrole brut et les incréments de volatilité des indices sectoriels . . . . .	71
4.1	Paramètres du modèle . . . . .	87
4.2	Allocation minimale pour les secteurs 'verts' . . . . .	97
4.3	Composition des portefeuilles de variance minimale pour les projections à 30 ans calibrées sur la période totale. L'abréviation VAD signifie vente à découvert. . . . .	99
4.4	Composition des portefeuilles optimaux pour les projections à 30 ans calibrées sur la période totale. L'abréviation VAD signifie ventes à découvert. . . . .	99

A.1	Sources pour le choix des codes NACE associés aux entreprises . . . . .	112
B.1	Les erreurs relatives associées à la volatilité . . . . .	115
C.1	Composition des portefeuilles de variance minimale pour les projections à différents horizons temporels calibrées sur la période totale . . . . .	119
C.2	Composition des portefeuilles optimaux pour les projections à différents horizons temporels calibrées sur la période totale . . . . .	119