

Mémoire présenté devant
l'UFR de Mathématique et Informatique
pour l'obtention du du Diplôme Universitaire d'Actuaire de Strasbourg
et l'admission à l'Institut des Actuaire

le 13/11/2019

Par : Ephraim LEJDSTROM

Titre: Modèle de projection du portefeuille obligataire dans le cadre des calculs
Pilier 1 du référentiel Solvabilité 2.

Confidentialité : NON OUI Durée : 1 an 2 ans 3 ans 4 ans 5 ans

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Signature :

Membres du jury de l'Unistra :

Entreprise : Afi-Esca

Directeur de mémoire en entreprise:

Nom :

Signature :

Invité :

P. ARTZNER
J. BERARD
A. COUSIN
K.-T. EISELE
J. FRANCHI
M. MAUMY-BERTRAND

Nom :

Signature :

Jury de l'Institut des
Actuaire :

Magali KELLE VIGON
Nicolas STAUDT
Alexandre YOU

**Autorisation de publication et de
mise en ligne sur un site de
diffusion de documents
actuariels (après expiration de
l'éventuel délai de confidentialité)**

Signature du responsable entreprise

Secrétariat : Mme Stéphanie Richard

Bibliothèque : Mme Christine Disdier

Signature du candidat

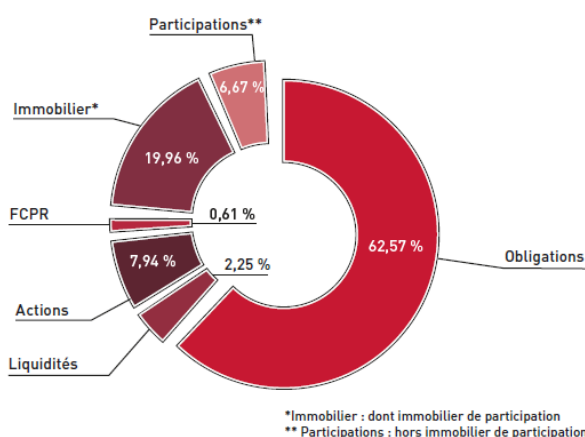
Note de Synthèse

Introduction

Une personne intelligente résout un problème. Une personne sage l'évite - Albert Einstein. Cette pensée introduit la problématique d'amélioration et de révision continues des modèles qu'*Afi-Esca* s'est fixé.

L'objectif final de ces différentes améliorations consiste à répondre plus efficacement aux exigences réglementaires, en particulier Solvabilité 2 dont la prochaine révision est prévue pour 2020.

Le modèle de projection du portefeuille obligataire, lequel représente la majeure partie des actifs d'*Afi-Esca*, présentait plusieurs limites. L'interface vieillissante, les contrôles insuffisants, les temps de traitements longs (via le langage *VBA*), nous ont poussés à nous orienter vers le logiciel *R* pour refondre complètement le modèle.



Allocation des actifs gérés (répartition en %, au 31/12/2018)

Le Pilier 1 impose de calculer le *SCR* et de construire le bilan prudentiel. Pour ce faire il est nécessaire d'évaluer le *Best Estimate* des provisions techniques et les différents modules du *SCR*. Le profil de risque d'*Afi-Esca* montre une prépondérance du *SCR* de marché qui présente actuellement

78 % du *SCR* total, aussi il est indispensable de disposer d'une modélisation précise, performante et documentée de celui-ci.

Méthodologie Suivie

Afin de mener à bien notre mission, nous avons réalisé un audit en profondeur du modèle préexistant dans un premier temps. L'objectif était de saisir les difficultés du modèle ainsi que les éventuelles corrections à réaliser.

Avant de migrer vers *R*, nous avons dû vérifier la fiabilité de l'ensemble des données en entrée du modèle.

Au fur et à mesure de l'évolution des travaux, des échanges ont été programmés avec nos supérieurs hiérarchiques et le service financier minimisant ainsi le risque d'erreur lors des développements.

Durant la durée de tous les travaux, des notes techniques ont été rédigées régulièrement limitant la place à une éventuelle « *boîte noire* » au sein de l'entreprise.

Le modèle obligataire a nécessité environ 10000 lignes de code.

Travaux

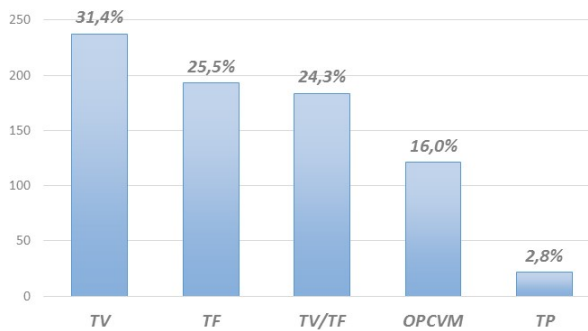
Le modèle obligataire réalise les projections en univers *risque-neutre* pour les différents chocs. Pour y parvenir, en entrée nous avons les données du portefeuille et les scénarios économiques.

Le modèle projette ainsi les valeurs de marché, les valeurs comptables, les provisions pour dépréciations durables, les flux et les produits financiers.



Architecture globale du modèle Obligatoire

Le portefeuille fortement composé d'obligations à taux variables (55,7 %) a conduit à l'amélioration de la modélisation de la projection des indices à l'aide du GSE sur lesquels les coupons sont indicés.



VM (en M€) classées par Type

Les OPCVM de type obligation occupent également une place considérable dans le portefeuille et comme la transparisation complète ne peut être constamment réalisée, une approche par sensibilité nous permet de projeter en univers *risque-neutre* ces derniers.

Les exigences réglementaires nous amènent à évaluer tous les actifs en univers *risque-neutre*, principalement parce que la provision *Best Estimate* est calculée ainsi.

Cependant, lorsqu'on évalue les actifs en univers *risque-neutre* avec les courbes de taux d'intérêts fournis par le GSE, un écart doit être corrigé afin de pouvoir effectuer des projections cohérentes et d'assurer la continuité entre les valeurs réelles et la projection en univers *risque-neutre*.

Cet écart est lié notamment au *spread* de crédit de l'actif issu du risque implicite considéré par le marché.

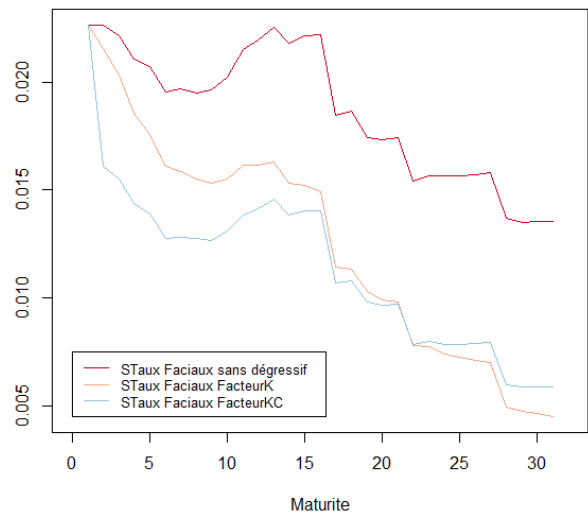
Dans ce mémoire deux méthodes de *risque-neutralisation* ont été retenues.

→ projection à l'aide du *Facteur K* : utilisation d'une « prime de risque » ;

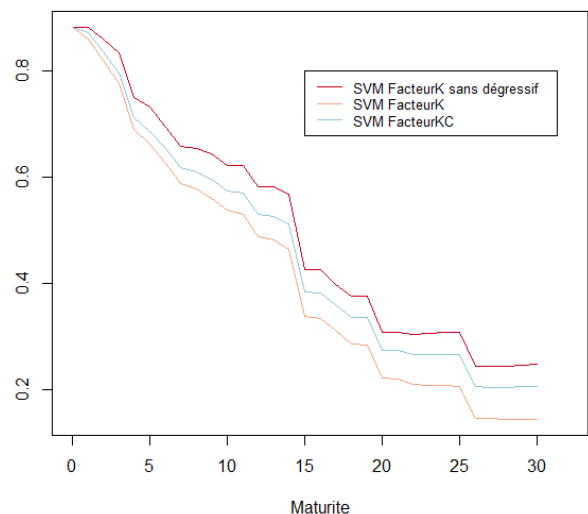
→ projection à l'aide du *Facteur K_{CR}* : coefficient sur coupons et valeur de remboursement.

Résultats

Les résultats présentés ici sont les résultats obtenus sur tout le portefeuille obligataire. Nous comparons trois méthodes dont deux issues du *Facteur K*, l'une sans facteur dégressif et la seconde avec (lorsque nous parlons de *Facteur K* dans le mémoire nous faisons référence à la méthode avec le facteur dégressif e^{-Ki}). En effet, le facteur dégressif e^{-Ki} s'applique à la valeur de marché obtenue en année i . C'est une option représentant les sorties probables d'actifs en portefeuille liées aux défauts potentiels durant les i premières années.



Évolution des Taux Faciaux moyens en fonction des trois méthodes



Évolution de la VM totale en fonction des trois méthodes (échelle réduite)

SCR Baisse classé par type

Les calculs des SCR Baisse et Spread ont été réalisés à deux dates le 31/12/2018 et le 31/08/2019, afin de nous permettre de mesurer la sensibilité des méthodes de *risque-neutralisation* à la courbe des taux.

En effet, la courbe des taux entre ces deux dates a beaucoup évolué au vu de la persistance des taux négatifs sur le marché.

SCR_{Spread}	Facteur K	Facteur K_{CR}
31/12/2018	87,3 M€	94,5 M€
31/08/2019	92,2 M€	99,3 M€

SCR_{Spread} au 31/12/2018 et au 31/08/2019

SCR_{Baisse}	Facteur K	Facteur K_{CR}
31/12/2018	-1,6 M€	-10,1 M€
31/08/2019	1,6 M€	-3,4 M€

SCR_{Baisse} au 31/12/2018 et au 31/08/2019

Interprétation

D'un point de vue global, nous nous apercevons aussi bien pour les taux faciaux que pour les valeurs de marché les chutes abruptes sont dues à l'extinction du portefeuille donc au remboursement de certaines obligations en adéquation avec la vision *run-off* de Solvabilité 2.

Les taux faciaux moyens augmentent parfois car les taux des obligations variables sont calculés à partir de la courbe *EIOPA* qui est croissante. Si dans le portefeuille il n'y avait que des obligations à taux fixe, nous aurions alors une fonction en escalier décroissante due à l'extinction du portefeuille, d'où l'importance d'une modélisation précise des obligations à taux variables.

Nous observons en effet trois trajectoires distinctes pour trois façons différentes d'aborder la *risque-neutralisation*.

La *risque-neutralisation* obtenue à l'aide du facteur K relativement à celle du facteur K_{CR} surpasse la valeur de remboursement. En conséquence, la méthode facteur K_{CR} est moins impactée par la présence d'obligation à taux variable au sein du portefeuille.

Dans le cadre de la formule standard, le SCR retenu est le choc des taux à la baisse après interaction actif-passif.

En effet, les chocs s'appliquent à tout le bilan, et dans le cadre de la baisse des taux les engagements sont plus pénalisants en termes de SCR que dans le cadre de la hausse des taux, à tel point que la variation d'actif ne parvient pas à compenser les écarts.

Ainsi à première vue, le facteur K_{CR} est plus avantageux que le facteur K dans le cadre du choc de taux (choc à la baisse) en revanche dans le cadre du risque de spread c'est l'inverse.

Le facteur K_{CR} est la méthode retenue présentant plusieurs avantages à pondérer avec les résultats sur les différents SCR calculés :

- temps de calcul réduit, en effet cette méthode ne nécessite pas de *solveur* ;
- cette méthode est plus lisible et donc plus facilement auditable et interprétable.

Incidence au niveau de l'ALM

Après le jeu de la *PB* réglementaire, de la politique de taux servi et des lois de rachat, la *PB* finalement versée chaque année correspond à un taux intrinsèquement dépendant des produits financiers et de l'allocation d'actif calculée à partir des valeurs de marché.

Le modèle obligataire fournissant les valeurs de marché et les produits financiers associés aux obligations a une incidence considérable sur la distribution de la *PB*. Ainsi le modèle obligataire impacte le *BE* et le *SCR net de PB*.

Missions réalisées avec l'outil

D'un point de vue purement opérationnel l'outil développé a déjà permis de répondre à des demandes de la Direction telles que :

- la mesure de l'impact sur le ratio de Solvabilité de l'achat de nouvelles obligations pour *Afi-Esca IARD* ;
- l'estimation du nouveau *SCR* de taux (avant interactions actif-passif) faisant suite aux nouvelles préconisations de l'*EIOPA*.

Conclusion

Étant donné le poids important du *SCR* de marché et précisément des *SCR* de taux et *spread*, disposer d'un outil de projection robuste et précis constitue un réel enjeu stratégique.

L'amélioration de cet outil a permis de répondre à la plupart des objectifs :

- une nouvelle méthode de *risque-neutralisation* a été développée ;
- la projection des valeurs de marché et des produits financiers associés a été améliorée voire corrigée pour certains titres ;
- les *SCR* sont calculés de façon plus précise notamment grâce à la mise en transparence des *OPCVM* de taux et une meilleure prise en compte des obligations à taux variable ;

- les fichiers générés pour le modèle *ALM* sont désormais plus complets et mieux segmentés ;
- l'utilisation du logiciel *R* a permis de gagner en visibilité dans l'enchaînement des traitements ainsi qu'en capacité de stockage des informations.

Néanmoins, les travaux effectués avaient également un objectif d'accélérer significativement les procédures, et ce dernier n'a pas pu être complètement atteint, notamment en raison de la volonté de stocker bien plus d'informations sur les simulations qu'auparavant.

Il reste toutefois des pistes à explorer qui permettraient d'optimiser le code *R*.

A travers ce mémoire, nous avons pu constater que les méthodes de *risque-neutralisation* ne sont pas explicitement spécifiées par le régulateur.

En effet, la projection des valeurs de marché et des flux est sensible à l'option retenue, ce qui conduit à des *Best Estimate* et des *SCR* pouvant être différents.

Cela suggère qu'une forme d'arbitrage est possible sur la *risque-neutralisation* du portefeuille obligataire. Cette observation est de fait fortement contradictoire avec les principes de transparence et d'homogénéisation des méthodes préconisés par le référentiel Solvabilité 2.

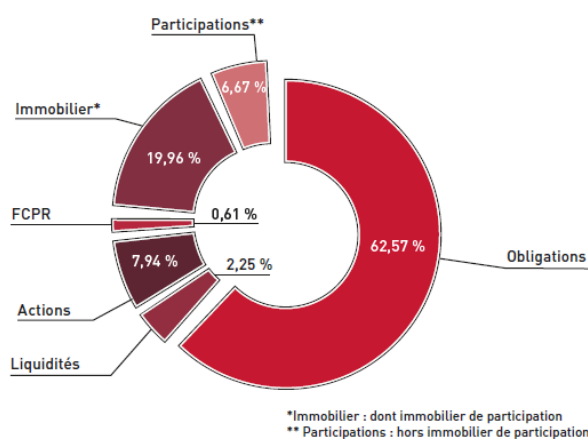
Executive Summary

Introduction

A smart person solves the problem. A wise person avoids it - Albert Einstein. This thought introduces the problem of continuous improvement and revision of the models that *Afi-Esca* has set for itself.

The ultimate objective of these various improvements is to meet regulatory requirements more effectively, in particular Solvency 2, the next revision of which is scheduled for 2020.

The projection model for the bond portfolio, which represents the majority of *Afi-Esca*'s assets, had several limitations. The aging interface, insufficient controls, long processing times (via the *VBA* language), have pushed us to turn to the *R* software to completely redesign the model.



Allocation of assets under management (breakdown in %, as at 31/12/2018)

Pillar 1 requires the calculation of the *SCR* and the construction of the prudential balance sheet. To do this, it is necessary to evaluate the *Best Estimate* of the technical provisions and the various modules of the *SCR*. *Afi-Esca*'s risk profile shows a preponderance of market *SCR*, which currently accounts for 78 % of the total *SCR*, so it is essential to have

an accurate, efficient and documented model of it.

Methodology Followed

In order to fulfill our mission, we carried out an in-depth audit of the existing model coded in the first phase. The objective was to understand the limitations of the model as well as any improvement to be made.

Before migrating the bond model to *R*, we had to check the reliability of all the input data that goes into the model.

As the work progressed, exchanges were scheduled with our direct managers and the finance department, thus minimizing the risk of error during development.

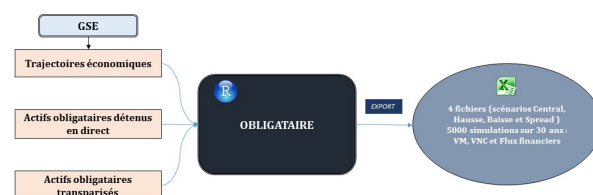
Throughout the whole project, technical notes were regularly written limiting the space to a possible “*black box*” within the company.

The bond model required about 10000 lines of code.

Works

The bond model makes projections in a risk-neutral universe for the different shocks. To achieve this, we have the portfolio data and economic scenarios as an input.

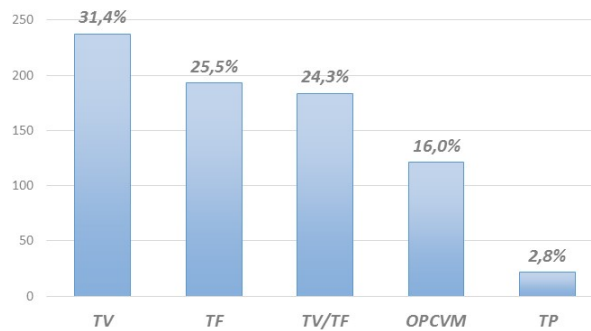
The bond model thus projects market values, book values, provisions for long-term impairment, flows and financial income.



Global architecture of the bond model

The portfolio consisting of a large proportion

of floating rate bonds (55,7 %) has led to improved modelling by also projecting the indices using the *ESG* on which the coupons are indexed.



Market Value (in M€) classified by Type

Bond *UCITS* also occupy a considerable place in the portfolio and since transparency cannot be constantly achieved, a sensitivity approach allows us to project these funds into a risk-neutral universe.

Regulatory requirements require us to value all assets in a risk-neutral universe, mainly because the *Best Estimate* provision is calculated in this way.

However, when valuing assets in a risk-neutral universe with the interest rate curves provided by the *ESG*, a gap must be corrected in order to make consistent projections and to ensure continuity between the actual values and the risk-neutral universe projection.

This difference is related in particular to the credit quality of the asset resulting from the implicit risk considered by the market.

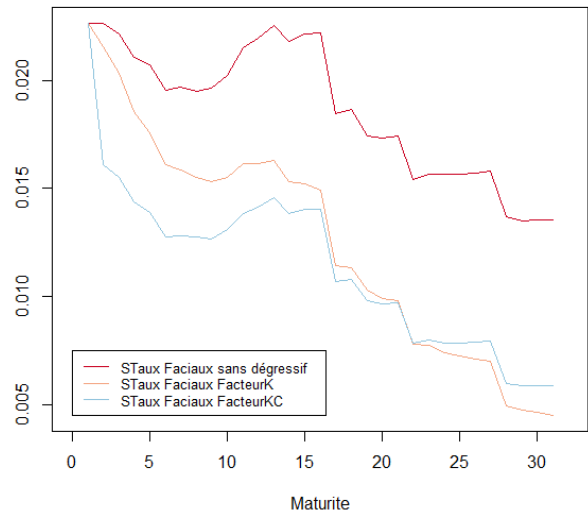
In this paper, two methods of risk neutralization have been selected.

→ projection using *K*-factor: use of a “risk premium” ;

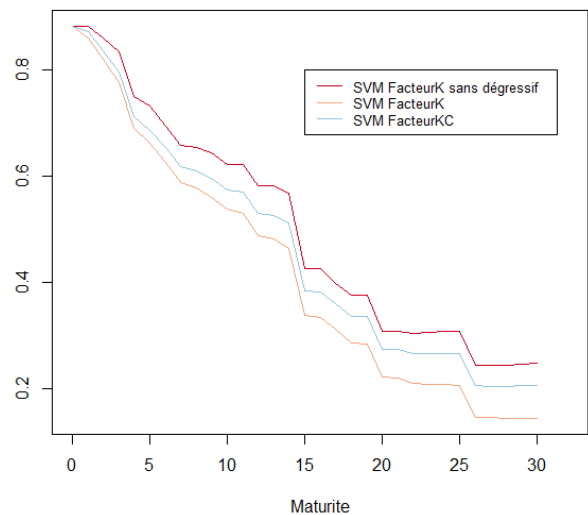
→ projection using the *K_{CR}*-Factor: coupon coefficient and redemption value.

Results

The results presented here are the results obtained on the entire bond portfolio. We compare three methods, two of which are from *K*-factor, one without a degressive factor and the second with (when we talk about *K* in the paper we refer to the method with the decreasing factor e^{-Ki}). Indeed, the decreasing e^{-Ki} factor applies to the market value obtained in year *i*. It is an option representing the probable outflows of portfolio assets related to potential defaults during the first *i* years.



Evolution of average Coupon Rates according to the three methods



Evolution of the total Market Value according to the three methods (reduced scale)

SCR Down classified by type

The calculations of the *SCR* Down and Spread were performed on two dates on 31/12/2018 and 31/08/2019, in order to allow us to measure the sensitivity of the risk-neutralization methods to the yield curve.

Indeed, the yield curve between these two dates has changed considerably in view of the persistence of negative rates on the market.

SCR_{Spread}	K -factor	K_{CR} -factor
31/12/2018	87,3 M€	94,5 M€
31/08/2019	92,2 M€	99,3 M€

SCR_{Spread} at 31/12/2018 and at 31/08/2019

SCR_{Down}	K -factor	K_{CR} -factor
31/12/2018	-1,6 M€	-10,1 M€
31/08/2019	1,6 M€	-3,4 M€

SCR_{Down} at 31/12/2018 and at 31/08/2019

Interpretation

From a global point of view, we can see that for both coupon rates and market values, the sharp falls are due to the extinction of the portfolio and therefore to the repayment of certain bonds in line with the run-off vision of Solvency 2.

Overall coupon rates sometimes increase because the coupon rates of floating-rate bonds are calculated from the growing *EIOPA* curve. If there were only fixed-rate bonds in the portfolio, then we would have a decreasing step function due to the termination of the portfolio, hence the importance of accurate modeling of variable-rate bonds.

We observe three distinct trajectories for three different ways of approaching risk-neutralization.

The risk-neutralization obtained using the K -factor relative to the K_{CR} -factor overweighs the repayment value. As a result, the K_{CR} -factor method is less affected by the presence of floating-rate bonds in the portfolio.

Under the standard formula, the SCR used is the downward rate shock after asset-liability interaction.

Shocks apply to the entire balance sheet, and in the context of lower interest rates, commitments are more penalizing in terms of SCR than in the context of higher interest rates, to such an extent that the change in assets does not compensate for the differences.

Thus, at first sight, the K_{CR} -factor is more advantageous than the K -factor in the context of the rate shock (downward shock), while in the context of the spread risk the opposite is true.

The K_{CR} -factor is the chosen method with several advantages to be weighted with the results on the different SCR calculated:

- reduced computation time, in fact this method does not require a *solver*;

- this method is more readable and therefore more easily auditable and interpretable.

Impact at the ALM level

As a result of a mismatch between the regulatory *Profit Sharing*, the rate policy served and the redemption laws, the *Profit Sharing* finally paid each year corresponds to a rate intrinsically dependent on financial income and asset allocation calculated on the basis of market values.

The bond model providing the market values and financial products associated with bonds has a significant impact on the distribution of the *Profit Sharing*. Thus the bond model impacts the *BE* and the net SCR of *Profit Sharing*.

Missions performed with the tool

From a purely operational point of view, the tool developed has already made it possible to respond to management requests such as:

- the measurement of the impact on the Solvency ratio of the purchase of new bonds for *Afi-Esca IARD* ;
- the estimate of the new rate SCR (before asset-liability interactions) following the new recommendations of *EIOPA*.

Conclusion

Given the importance of market *SCR* and especially interest rate and spread *SCRs*, having a robust and accurate projection tool is of strategic importance.

The improvement of this tool has made it possible to meet most of the objectives:

- a new risk neutralization method has been developed ;
- the projection of market values and associated financial products has been improved or even corrected for some securities ;
- *SCRs* are calculated more precisely, in particular thanks to the transparency of interest rate *UCITS* and better consideration of floating rate bonds ;
- the files generated for the *ALM* model are now more complete and better segmented ;
- the use of the *R* software has made it possible to gain visibility in the processing sequence

as well as in the storage capacity of the information.

However, the work carried out also had the objective of significantly accelerating procedures, which could not be fully achieved, in particular because of the means and possibility to store much more granular information on simulations than before.

Moreover, there are still avenues to explore to optimize the *R* code.

Through this paper, we were able to observe that the risk-neutralization methods are not explicitly specified by the regulator.

Indeed, the projection of market values and flows is sensitive to the option chosen, which leads to *Best Estimate* and *SCRs* that may be different.

This suggests that some form of arbitrage is possible on the risk-neutralization of the bond portfolio. This observation is in fact in sharp contradiction with the principles of transparency and homogenization of methods recommended by the Solvency 2 framework.

Résumé

Mots clés : Obligations, Solvabilité 2, Univers risque-neutre, GSE, risque de taux, risque de spread, mise en transparence, ALM, PB.

La norme prudentielle européenne Solvabilité 2 en vigueur depuis le 1^{er} janvier 2016 a fait l'objet d'une première révision le 9 mars 2018 et est en attente d'une révision encore plus significative prévue en 2020. Dans le cadre de cette norme, *Afi-Esca* a mis en place un modèle *ALM* afin de répondre aux exigences des trois piliers de cette dernière.

Dès lors, *Afi-Esca* s'est fixé l'objectif de faire évoluer, d'optimiser la vitesse et d'améliorer la piste d'audit du modèle, afin de répondre plus efficacement aux exigences réglementaires.

Le modèle *ALM* nécessite de lancer en amont des modèles de passif dits de « *flexing* »ⁱ sur le portefeuille obligataire à partir de scénarios économiques. C'est précisément sur les problématiques de modélisation des obligations en univers *risque-neutre* que se concentre ce mémoire.

En effet, dans la démarche d'amélioration continue suivie par *Afi-Esca*, le modèle obligataire initial développé en *VBA* a fait l'objet d'une refonte complète et a été migré sur le logiciel *R*.

Ce mémoire présente ainsi le modèle obligataire, ses méthodes de calcul et de projection en partant de la construction de la base obligataire jusqu'à la génération de fichiers qui alimenteront le modèle *ALM*.

Ce travail s'inscrit également dans une perspective de réduction du risque de marché de la formule standard et l'application du principe de transparence des *OPCVM*.

i. Le principe du modèle de *flexing* est présenté en Annexe dans la Section 7

Abstract

Keywords : *Bounds, Solvability 2, ESG, Risk-free Univers, Interest Rate Risk, Spread Risk, “look-through” Transparency, ALM, Profit sharing.*

In fact since January 2016, Solvency 2 has been subjected to an initial review in March 2018 and will be subjected to an in depth reform in 2020.

Within the framework of Solvency 2, *Afi-Esca* established an *ALM* model in order to fulfil the three pillars’s requirements of this regulation.

Since then *Afi-Esca* target is to improve the *Bound* model, optimize its speed and improve the auditprocess. The purpose is to be more efficient in answering the regulator’s expectations.

The *ALM* model requires to run a “*flexing*” liability model simulation on the bonds portfolio with different economic scenarios. It is precisely on this specific challenge of bonds modeling in a risk-neutral universe that this paper focuses.

Indeed *Afi-Esca* continuously improves its models. The initial one developed with *VBA* was redesigned and migrated to *R*.

This paper introduce the *Bound* model, its calculation approach, and its projection in a risk neutral universe implemented with *R*, starting from the construction of the bound base until its complete treatment.

This work also aims at reducing Market *SCR* within standard formula while applying a look-through approach for *UCITs*.

Remerciements

Je tiens à remercier la compagnie d'assurance *Afi-Esca* pour m'avoir accueilli au sein de ses bureaux strasbourgeois dans le service *MRS2* pour réaliser mon alternance et mon stage de fin d'étude.

Je remercie *Fabrice Colin* mon manager et tuteur pour ses conseils, sa bienveillance et ses remarques constructives qui m'ont permis d'avancer dans mon projet tout au long de mon stage.

Mes remerciements vont également à *M. Elie Toledano* directeur général délégué et à *M. Olivier Sanson* directeur général pour m'avoir permis de continuer à évoluer dans ce service.

Je remercie également toute l'équipe du service ainsi que les personnes de la direction financière où régnait une atmosphère conviviale avec un personnel à l'écoute.

À ce titre, je tiens notamment à mettre en évidence l'aide et la confiance apportée par les personnes avec lesquelles j'ai eu l'occasion de travailler : *Gilles Griesbaum*, *Marie Aquino*, *Estelle Ahumada* et *Ludovic Dulauroy*.

Je remercie Monsieur le Professeur *Jean Berard* qui a accepté d'être mon tuteur universitaire pour m'accompagner dans la rédaction de mon mémoire d'actuariat. Ses conseils, son savoir et son expérience ont été d'une précieuse utilité.

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce au concours de plusieurs personnes, en particulier ma femme et mon fils à qui je voudrais témoigner toute ma reconnaissance pour le temps, l'amour et le soutien qu'ils m'ont accordé.

Table des matières

Remerciements	1
Table des matières	2
Liste des Abréviations	4
Introduction	6
1 Contexte	7
1.1 Présentation d' <i>Afi-Esca</i>	7
1.2 Référentiel réglementaire	9
1.3 Problématique soulevée	13
2 Evaluation du SCR de marché en formule standard	14
2.1 Risque de taux	15
2.2 Risque action	17
2.3 Risque immobilier	18
2.4 Risque de change	18
2.5 Risque de <i>spread</i>	19
2.6 Risque de concentration	21
3 Modèle ALM	22
3.1 Architecture du modèle <i>ALM</i>	22
3.2 La structure « simulation » d' <i>Afi-Esca</i>	23
3.3 Scénarios économiques	24
3.4 Modélisation du passif	26
3.5 Projection des éléments comptables	27
3.6 Modélisation de l'actif	29
3.7 Projection des produits financiers	30
3.8 Calculs des provisions <i>BE</i>	31
3.9 Evaluation du SCR	31
4 Construction de la base Obligataire	32
4.1 Architecture générale de la construction de la base obligataire	32
4.2 Les sources des données titres détenus « en direct »	32
4.3 Les sources des <i>OPCVM</i>	34
4.4 Synthèse des actifs après transparence	35
4.5 Synthèse de la base obligataire	37
4.6 Composition de la base	38

5	Modèle Obligataire	41
5.1	Architecture du modèle	41
5.2	Projection des invariants par <i>risque-neutralisation</i>	43
5.3	Projection en univers <i>risque-neutre</i> hors <i>OPCVM</i>	46
5.4	Projection des <i>OPCVM</i> en univers <i>risque-neutre</i>	50
5.5	Comparaison des <i>risque-neutralisations</i>	51
5.6	Comparaison des résultats en 0	56
5.7	Difficultés rencontrées & solutions	57
6	Contribution « opérationnelle » pour Afi-Esca	60
6.1	Impact de la clause de revoyure de la Formule Standard sur le SCR de taux	60
6.2	Utilisation du nouveau modèle pour mesurer les impacts d'une nouvelle allocation d'actifs sur l'entité <i>Afi-Esca IARD</i>	63
6.3	Une meilleure utilisation du logiciel <i>R</i>	66
6.4	Meilleure satisfaction des exigences « qualitatives » réglementaires	66
7	Conclusion	67
	Table des figures	68
	Liste des tableaux	70
	Bibliographie	72
	Livres	72
	Mémoires & Thèses	72
	Autres	72
	Cours	73
	Webographie	73
	Annexes	75
	Annexe 1	75
	Textes réglementaires	75
	Articles du Code des assurances	75
	Fonctions principales codées en <i>R</i>	77
	Annexe 2	80
	Notations Mathématiques	80
	Concepts Financiers	86

Liste des Abréviations

<i>ACPR</i>	: Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution
<i>ALM</i>	: <i>Asset Liability Management</i>
<i>BE</i>	: <i>Best Estimate</i>
<i>BOF</i>	: <i>Basic Own Fund</i>
<i>CEE</i>	: Communauté Economique Européenne
<i>EEE</i>	: Espace Économique Européen
<i>EIOPA</i>	: <i>European Insurance and Occupational Pensions Authority</i>
<i>MCR</i>	: <i>Minimum Capital Requirement</i>
<i>MRS2</i>	: Mesure et Risques Solvabilité 2
<i>NAV</i>	: <i>Net Asset Value</i>
<i>OPCVM</i>	: Organisme de Placement Collectif en Valeurs Mobilières
<i>PDD</i>	: Provision pour Dépréciation Durable
<i>PB</i>	: Participation aux Bénéfices
<i>SCR</i>	: <i>Solvency Capital Requirement</i>
<i>VBA</i>	: <i>Visual Basic for Applications</i>
<i>VM</i>	: Valeur de Marché
<i>TF</i>	: Taux Fixes
<i>TV</i>	: Taux Variables

Introduction

En vigueur depuis le 1^{er} janvier 2016, la norme prudentielle européenne Solvabilité 2 a fait l'objet d'une première révision le 9 mars 2018, concernant notamment le paramétrage et le calibrage de la formule standard de calcul du Capital de Solvabilité Requis. Mais la révision significative de Solvabilité 2 est en réalité attendue en 2020, et les travaux préparatoires ont déjà commencé : revue du choc de taux, mesures du paquet branches longues, intégration des risques *ESG* et climatiques ...

Dans ce contexte d'évolution permanent, *Afi-Esca* améliore continuellement ses modèles dont certains comme le modèle obligataire qui présente plusieurs limites. L'interface vieillissante, les contrôles insuffisants, les temps de traitements longs, via le langage *VBA* nous ont poussés à nous orienter vers le logiciel *R* pour refondre complètement le modèle.

Le Pilier 1 impose de calculer le *SCR* et de construire le bilan prudentiel. Pour ce faire il est nécessaire d'évaluer le *Best Estimate* des provisions techniques et les différents modules du *SCR*. Le profil de risque d'*Afi-Esca* montre une prépondérance du *SCR* de marché qui présente actuellement 78% du *SCR* total, aussi il est indispensable de disposer d'une modélisation précise, performante et documentée de celui-ci.

Le portefeuille obligataire représente la majeure partie des actifs aussi bien au sein d'*Afi-Esca* que dans la plupart des compagnies d'assurances françaises, il a alors été décidé d'analyser sa structure et de définir un nouvel outil de projection dynamique permettant de répondre à l'ensemble des exigences.

En effet, il fallait mettre en place les formules réglementaires d'évaluation des risques mais avant cela il était surtout indispensable d'être en mesure de projeter les valeurs de marché futures ainsi que les produits financiers associés qui viendront impacter le passif des produits avec participation aux bénéfices le tout dans un univers « risque-neutre » à partir de plusieurs scénarios.

Comme évoqué auparavant, l'ensemble des développements a été réalisé sur le logiciel *R* ce qui représente une nouveauté pour la société. La volonté de disposer d'un outil flexible et pouvant être mis à jour facilement a été immédiatement bénéfique pour *Afi-Esca* dans la mesure où plusieurs études ponctuelles ont pu être effectuées grâce à ce nouvel outil. Nous présenterons par la suite quelques-unes des plus-values apportées telles que la mesure de l'impact de certaines des évolutions futures de la formule standard (récemment adoptées par la Commission Européenne) ou encore l'analyse de l'impact d'un changement d'allocation du portefeuille obligataire de la succursale non vie d'*Afi-Esca*.

Enfin, ces nouveaux développements ainsi que la documentation associée permettront de répondre plus efficacement aux exigences de l'*ACPR*.

Ce mémoire s'articule en six chapitres, les deux premières servent à expliciter et à détailler les contextes réglementaire & d'entreprise dans lesquels le modèle obligataire s'inscrit.

Le troisième chapitre expose le modèle *ALM* d'*Afi-Esca* dans ses grandes lignes, l'objectif étant de prendre du recul sur les calculs effectués dans le modèle obligataire, pour transiter d'une vision locale vers une vision globale dans la mesure où les sorties du modèle obligataire correspondent aux *inputs* du modèle *ALM*.

Les quatrième et cinquième chapitres consistent à exposer le travail réalisé pour la mise en œuvre de ce modèle en partant de la construction de la base jusqu'à son exploitation et la réalisation des calculs.

Enfin, le dernier chapitre développera les différents travaux opérationnels qui ont pu être réalisés à partir du nouvel outil.

Chapitre 1

Contexte

Afin de bien saisir la portée de ce mémoire, il faut comprendre l'organisation de la société *Afi-Esca* à travers le Groupe Burrus, son détenteur. Le Groupe Burrus représente une « galaxie » de sociétés basées principalement en France mais également au Luxembourg ainsi que des succursales implantées en Belgique et en Italie.

Ce mémoire répond à une problématique qui concerne la branche assurance du Groupe Burrus, dans la mesure où la projection précise et homogène du portefeuille obligataire et des risques de marchés associés est indispensable pour chaque entité. En effet, que ce soit dans le cadre du provisionnement comptableⁱ, de la valorisation d'une société (*Embedded Value*) ou pour répondre aux exigences réglementaires (Pilier 1 & *ORSA*), disposer d'un modèle obligataire performant devient incontournable.

Dans la partie ci-après nous présentons la société *Afi-Esca* pour laquelle les développements ont été principalement effectués.

1.1 Présentation d'*Afi-Esca*

Créée en 1923, Est Capitalisation (*ESCA*) voit le jour à Strasbourg et est spécialisée dans le produit d'épargne. En 1965, l'essor commercial d'*ESCA* l'amène à couvrir 80% du territoire français. Entre 1975 et 1989 son chiffre d'affaire est multiplié par 10. En 2004, naît *Afi Europe*, compagnie d'assurance appartenant à la *Dresdner Bank* qui est acquise par l'*ESCA*. En 2010 *Afi Europe* et l'*ESCA* fusionnent pour donner *Afi-Esca* et gère à la clôture 2018 un actif de plus de 1,6 milliards d'euros. Aujourd'hui, *Afi-Esca* commercialise principalement des produits d'épargne et de prévoyance.

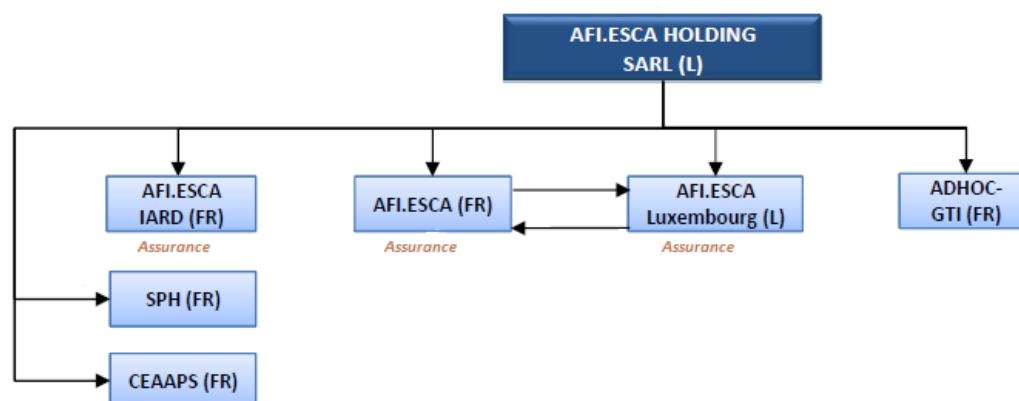


FIGURE 1.1 – Organigramme partiel d'*Afi-Esca HOLDING SARL*

i. Par exemple dans le cadre du calcul de la provision globale de gestion (*PGG*)

1.1.1 Chiffres clés au 31/12/2018

Bilan

Afi-Esca a vu son activité beaucoup évoluer :

- le chiffre d'affaires s'est élevé à 263,4 M€;
- le résultat net a été de 12 M€;
- le *SCR* évalué en formule standard a atteint 200,2 M€;
- le ratio de couverture du *SCR* est passé à 157 %;
- le *MCR* s'élève à 52,1 M€ et son ratio de couverture à 604 %.

Les évolutions du *SCR* et des Fonds propres économiques dépendent directement de l'évolution de la valeur de marché des actifs détenus au 31 décembre 2018 par rapport à la valeur de marché des actifs 31 décembre 2017, auquel s'ajoute des effets liés à des travaux sur le modèle lui-même.

1.1.2 Composition du portefeuille d'actifs

Composition du portefeuille d'*Afi-Esca*

La composition du portefeuille d'*Afi-Esca* (Figure 1.2) illustre la place importante qu'occupe le placement obligataire comme c'est souvent le cas pour les sociétés d'assurance. Les obligations étant liées aux chocs des taux d'intérêts et des *spreads* de crédit principalement, les *SCR* associés sont alors conséquents. Sur la Figure 1.3 sont représentés les *SCR* linéarisésⁱⁱ illustrant la place prépondérante qu'occupent les *SCR* de taux d'intérêts et de *spread*.

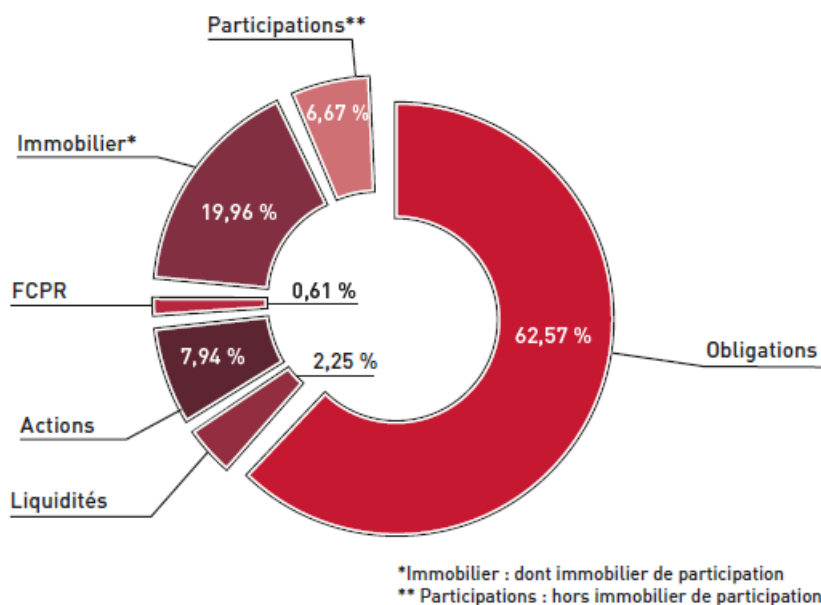


FIGURE 1.2 – Allocation des actifs gérés (répartition en %, au 31/12/2018)

ii. Les *SCR* linéarisés sont évalués à partir de produits matriciels rapportés au *SCR* modulaire non-linéarisé. Ainsi, la somme des *SCR* sous-modulaires est égale au *SCR* du module.

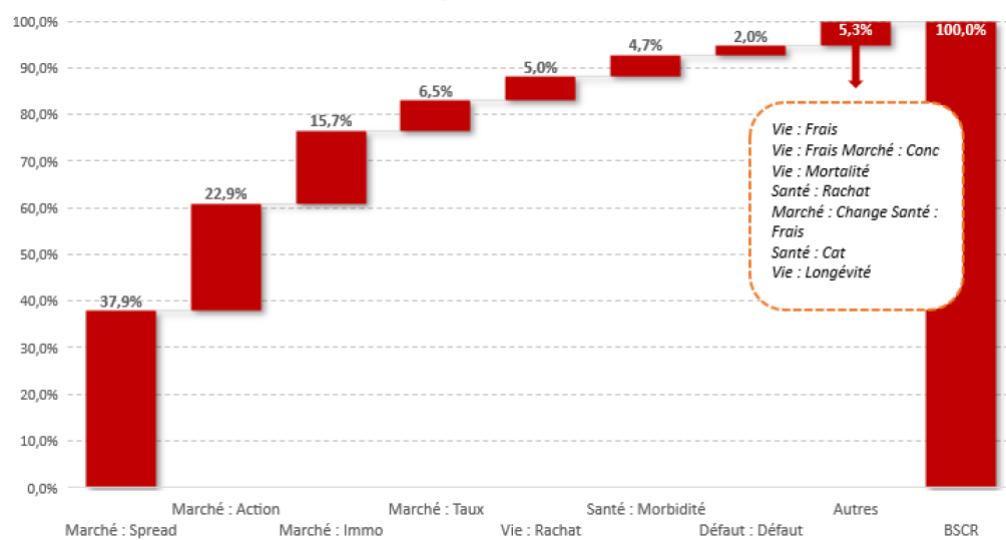


FIGURE 1.3 – SCR bruts linéarisés par ordre d'importance

La Figure 1.2 et la Figure 1.3 présentent respectivement, la composition du portefeuille d'*Afi-Esca* après *transparisation* et par type d'actif au 31/12/2018, et la linéarisation des SCR bruts. Le SCR de *spread* et de taux représentent à eux deux 44,4 % du **BSCR**. Ainsi, presque la moitié du risque est à imputer au portefeuille d'obligations.

1.1.3 Produits commercialisés

Afi-Esca commercialise essentiellement des produits d'épargne et de prévoyance. Parmi les contrats de prévoyance, l'assurance Emprunteur est l'activité majeure.

	Chiffre d'affaires (En M€)
Emprunteur	161,3
Dont France	124,7
Dont Belgique	20,0
Dont Italie	16,6
Épargne & Vie Entière	102,1
Total	263,4

TABLE 1.1 – Chiffre d'affaires (CA) par type d'activité au 31/12/2018.

1.2 Référentiel réglementaire

La directive Solvabilité 2, entrée en vigueur le 1^{er} janvier 2016, a pour principal objectif de protéger les assurés contre le défaut des engagements des assureurs. La solvabilité étant définie comme étant l'aptitude d'une entreprise à faire face à ses engagements en cas de liquidation, la réforme vise à définir une méthode permettant d'évaluer le montant nécessaire de fonds propres pour faire face à des scénarios économiques particulièrement défavorables. Ainsi, ce nouveau régime prudentiel a induit de nombreux changements dans le monde de l'assurance dont une vision des risques totalement différente.

1.2.1 Solvabilité 1

La Directive Solvabilité 1 imposait déjà aux assureurs de :

- Constituer de manière prudente, des provisions techniques suffisantes ;
- Détenir un portefeuille d'actifs sûrs, liquides et diversifiés ;
- Disposer des capitaux propres supérieurs à la marge imposée par la réglementation.

Solvabilité 1 demandait aux assureurs d'immobiliser un capital à hauteur d'une Marge de Solvabilité Réglementaire : la *MSR*. Le problème de la *MSR* est qu'elle est définie à partir des provisions techniques. De fait, elle ne capte pas directement les mouvements des marchés financiers et donc ne permet pas de prendre en compte les risques liés aux placements.

De plus, la réglementation ne fournissant pas de méthodes précises quant à l'évaluation des provisions techniques, il pouvait y avoir de grandes différences au niveau des méthodes d'évaluation entre les différents acteurs.

Ainsi, Solvabilité 1 était certes une directive facile à mettre en place mais elle ne se révélait pas assez fidèle au profil de risque des différents organismes assureurs.

Face à toutes ces problématiques, les superviseurs ont décidé d'instaurer une nouvelle réforme réglementaire afin de remédier à ces manques.

1.2.2 Solvabilité 2

Les principaux objectifs de Solvabilité 2 sont de renforcer l'homogénéité au niveau de la réglementation européenne, améliorer la protection des consommateurs et des assurés en leur garantissant que les assureurs sont en capacités de respecter leurs engagements dans le futur, et promouvoir une meilleure régulation du secteur assurantiel.

Pour ce faire, les nouvelles normes imposent aux assureurs d'adopter une approche prospective de leurs activités. L'idée étant de mieux maîtriser les risques encourus par les assurances et ainsi, mieux se prémunir contre le risque de faillite.

Le sujet de ce mémoire n'étant pas d'approfondir le concept prudentiel, la suite consistera à rappeler rapidement quelques notions de la Directive qui se décomposent en 3 piliers :

Pilier 1 Exigences quantitatives : portant sur les éléments composant le bilan prudentiel, définissant ainsi des montants de capital réglementaire à allouer pour permettre à l'assureur de faire face à ses engagements :

- placements financiers en valeur de marché (*Fair Value*) ;
- évaluation des provisions techniques en *Best Estimate (BE)* ;
- *Minimum Capital Requirement (MCR)* correspond au niveau minimal de fonds propres à détenir pour éviter à l'assureur de perdre son agrémentⁱⁱⁱ ;
- *Solvency Capital Requirement*, ou *SCR*, correspond au montant de fonds propres nécessaires pour couvrir un scénario de crise majeure bicentenaire ;
- Formule Standard / Modèle Interne.

Pilier 2 Exigences qualitatives : établissement d'une politique interne de suivi des risques par le dispositif *Own Risk and Solvency Assessment (ORSA)* et mise en place de fonctions clés. Cette procédure permet au régulateur de contrôler que l'assureur remplit ses exigences en termes de qualité de données, de gestion des risques et de respecter des marges prudentielles.

Pilier 3 Transparence et communication : exigences de publications d'informations de manière uniforme pour l'ensemble des assurances européennes. L'objectif est de permettre une plus grande transparence vis-à-vis des investisseurs en diffusant des informations comme les performances financières, les mesures de risques ou les politiques à appliquer dans le cadre de périodes de stress.

iii. Présomption de faillite élevée.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous concentrerons plus particulièrement sur le Pilier 1 de Solvabilité 2 et l'estimation des SCR de marché relatifs au portefeuille obligataire.

1.2.3 Bilan prudentiel

Afin de comprendre l'impact de Solvabilité 2 sur la gestion actif-passif il est nécessaire de maîtriser la construction du bilan prudentiel :

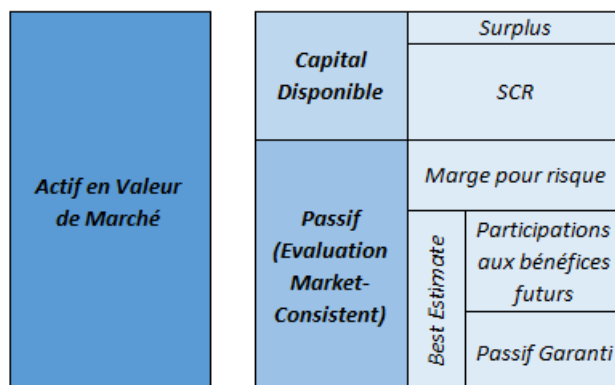


FIGURE 1.4 – Bilan Prudentiel Solvabilité 2

Les particularités liées à la vision Solvabilité 2 sont les suivantes :

- les actifs sont évalués en valeur de marché et non plus en valeur comptable comme dans Solvabilité 1 ;
- le passif se compose du *Best Estimate* auquel une marge pour risque est ajoutée ;
- la méthode de l'évaluation du passif prend en compte les futures participations aux bénéfices des assurés en lien avec les plus ou moins-values latentes à l'actif.

1.2.4 Exigence en capital réglementaire

La réglementation des assurances Solvabilité 2 passe par la définition de contraintes aussi bien en matière de gouvernance que de gestion des risques. Dans ce mémoire, nous concentrerons notre analyse sur les exigences quantitatives (Pilier 1) de Solvabilité 2 : le calcul du SCR marché.

Le « *Solvency Capital Requirement* » (SCR) a été calibré afin qu'il représente le capital à détenir pour pouvoir faire face à ses engagements à 1 an dans au moins 99,5 % des cas. En ce sens, le SCR peut s'interpréter comme un quantile de niveau 0,5 % sur la distribution des pertes potentielles de l'assureur et fournit une mesure de risque liée à la survenance d'un événement bicentenaire^{iv}.

Pour permettre aux assureurs de calculer cet indicateur de risque, l'autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles, ou « *European Insurance and Occupational Pensions Authority* » (EIOPA), propose deux approches :

iv. $1 - 99,5\% = 0,5\% = \frac{1}{200}$

Formule Standard basée sur des règles de calibration réglementaire, cette approche permet aux assureurs de calculer des chocs par catégories de risques : marché, santé, vie, non-vie, défaut ou incorporels, puis de les agréger pour obtenir une mesure globale de risque. On parle alors d'approche modulaire.

Modèle Interne fondée sur une modélisation actifs/passifs spécifique à l'assureur, cette approche permet d'obtenir une vision plus précise^v des pertes potentielles. Elle doit être validée par le régulateur et nécessite des ressources importantes en matière de modélisation et de gestion de risques. Cependant au-delà de l'aspect purement réglementaire, l'approche de modélisation interne du *SCR* peut également permettre à l'assureur de mettre en évidence des axes de gestion stratégique de son activité.

Selon la nature et les ressources des assureurs, les deux approches peuvent donc être retenues pour la mesure de capital réglementaire au titre de Solvabilité 2^{vi}. *Afi-Esca* ne fonctionnant en Formule Standard uniquement, nous ne présenterons que les hypothèses associées à cette approche.

1.2.5 Présentation générale de l'approche standard

Dans l'approche standard proposée par le régulateur, la méthodologie cherche à fournir une estimation du *Basic Solvency Capital Requirement (BSCR)*, en s'appuyant sur une volonté de décomposition du risque de pertes en fonction de la nature de l'activité, appelée module, puis de la source de risque, appelée sous-module. Cette vision modulaire de l'approche comprend ainsi les principales activités de l'assurance : les risques de souscription vie, non-vie et santé, le risque de crédit et le risque lié aux activités de marché, ainsi qu'un module de risque associé aux actifs incorporels.

Dans chacun de ces modules de risques, le calcul d'un *SCR* s'effectue sur la base de stress scénarios définis par l'*EIOPA* en fonction de différentes caractéristiques propres au portefeuille actifs/passifs de l'assureur. Ces scénarios ont été calibrés pour être représentatifs d'un quantile d'ordre 0,5 % sur les pertes à 1 an de l'assureur et permettent ainsi de calculer le *SCR* directement comme la variation de fonds propres associée aux différents chocs.

Par la suite, les mesures de *SCR* obtenues par modules de risques sont agrégées à l'aide de la matrice de corrélation réglementaire suivante :

	Marché	Défaut	Vie	Santé	Non Vie
Marché	1				
Défaut	0.25	1			
Vie	0.25	0.25	1		
Santé	0.25	0.25	0.25	1	
Non Vie	0.25	0.5	0	0	1

TABLE 1.2 – Matrice de corrélations entre les modules de *SCR* - Source : *EIOPA-Article SCR.1.32*

Nous pouvons ainsi observer en particulier l'absence de corrélation du module non-vie avec les modules vie et santé permettant une diversification entre ces activités. Pour le reste des modules, la corrélation de 25 % (50 % entre les modules non-vie et défaut) indique la présence potentielle de risques simultanés sur les différentes activités, pouvant ainsi contribuer à une augmentation du *SCR* final.

Dans ce mémoire, nous nous intéresserons plus particulièrement aux risques liés à la partie gestion d'actifs de l'assureur et donc en particulier au module de *SCR* marché, dont nous développerons la méthodologie de calcul dans la section suivante.

v. Un modèle interne peut être partiel ou complet.

vi. Dans la pratique, il existe par ailleurs la possibilité d'utiliser une approche mixant les deux méthodes de modélisation interne et de formule standard en fonction des domaines d'activité de l'entreprise.

1.3 Problématique soulevée

Le Pilier 1 impose de calculer le *SCR* et de construire le bilan prudentiel. Pour ce faire il est nécessaire d'évaluer le *Best Estimate* des provisions techniques et les différents modules du *SCR*.

Le profil de risque d'*Afi-Esca* montre une prépondérance du *SCR* de marché qui présente actuellement 78 % du *SCR* total, aussi il est indispensable de disposer d'une modélisation précise, performante et documentée de celui-ci.

Comme évoqué auparavant, le portefeuille obligataire représente la majeure partie des actifs au sein d'*Afi-Esca*. Les obligations ainsi que les *OPCVM* obligataires sont les actifs principalement responsables du *SCR Spread* et du *SCR Taux*, représentant à eux deux 44,4 % du *SCR* Marché. L'incidence du modèle obligataire est ainsi considérable.

Dans un objectif global d'amélioration, d'évolution et d'audit des modèles, il a été décidé d'analyser la structure du modèle obligataire préexistant et de définir un nouvel outil de projection dynamique permettant de répondre à l'ensemble des exigences.

En l'occurrence, le nouvel outil doit ainsi pouvoir :

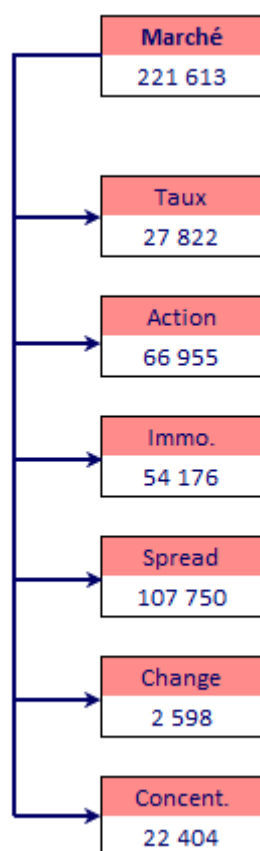
- rassembler des données de manière optimale et fiable ;
- traiter la transposition des *OPCVM* ;
- définir une approche réalisant la *risque-neutralisation* créant un pont entre les valeurs de marché réelles et celles obtenues en univers *risque-neutre* ;
- répondre à des objectifs de rapidité et de précision ;
- et surtout permettre une piste d'audit fiable, visuelle et facilement accessible.

Chapitre 2

Evaluation du *SCR* de marché en formule standard

Art. 105 (5) de la Directive 2009/138/EC : “Le module « risque de marché » reflète le risque lié au niveau ou à la volatilité de la valeur de marché des instruments financiers ayant un impact sur la valeur des actifs et des passifs de l’entreprise concernée. Il reflète de manière adéquate toute inadéquation structurelle entre les actifs et les passifs, en particulier au regard de leur durée.

Ainsi, le *SCR* de marché en formule standard se calcule par l’intermédiaire de six sous modules correspondant aux facteurs de risque de marché identifiés par l’EIOPA et de matrices de corrélations :



À chacun de ces modules correspond un choc qui est appliqué à la fois aux actifs et qui impacte également les passifs de l’institution concernée. C’est donc sur ces chocs appliqués aux actifs financiers que se concentre notre approche du calcul de *SCR* Marché.

Le *SCR* marché se calcule suivant la formule :

$$SCR_{Marche} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} SCR_i SCR_j}$$

où SCR_i et SCR_j sont les sous-modules de marché et $\rho_{i,j}$ est le coefficient de corrélation (issu du tableau 2.1) entre les facteurs de risque.

FIGURE 2.1 – Sous-modules du *SCR* marché au 31/12/2018 en K€

	Interest	Equity	Property	Spread	Currency	Concentration
Interest	1					
Equity	\mathbb{A}	1				
Property	\mathbb{A}	0.75	1			
Spread	\mathbb{A}	0.75	0.5	1		
Currency	0.25	0.25	0.25	0.25	1	
Concentration	0	0	0	0	0	1

TABLE 2.1 – Matrice de corrélations entre les modules du SCR de marché - Source : EIOPA

où $\mathbb{A} = 0.5 \times \mathbb{I}_{\{\text{Risque de taux est la baisse}\}}$

2.1 Risque de taux

Art. 105 (5) (a) de la Directive 2009/138/EC : « La sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant la courbe des taux d'intérêt ou la volatilité des taux d'intérêt (risque de taux d'intérêt) ».

Ce module vise à quantifier le besoin en capital nécessaire pour faire face à l'impact d'une évolution de la structure de la courbe des taux (à la hausse ou la baisse) sur la valeur du bilan.

À l'actif les principaux instruments financiers concernés par ce module sont :

- les produits de taux simples : obligations d'entreprises et d'État, titres de créances (CD^i , ...), dettes hybrides ;
- les dérivés : options, futures, warrants, swaps, CDS^{ii} ;
- les produits structurés : CDO^{iii} , CLO^{iv} ;
- les OPC^v ayant une sensibilité taux non nulle.

Le besoin en capital est égal à la perte maximum générée par une hausse de la courbe de taux ou une baisse de la courbe de taux selon les scénarios EIOPA. Concrètement, pour chacun des actifs ci-dessus, la courbe de taux correspondante est choquée à la hausse ou à la baisse.

Pour chacune des maturités de la dite courbe, le décalage est défini dans un tableau fourni par l'EIOPA, et les maturités non indiquées dans le tableau sont déduites par interpolation linéaire.

Par ailleurs, les Actes Délégués UE 2015/35 précisent :

Article 166-2 « En tout état de cause, l'augmentation des taux d'intérêt sans risque de base à n'importe quelle échéance est d'au moins un point de pourcentage ».

i. Le Certificat de Dépôt (CD) est un titre de créance s'échangeant sur les marchés monétaires. Il peut être souscrit par des particuliers avec un montant minimal 150 000 €.

ii. L'acheteur du crédit défaut swap (CDS) verse une commission annuelle au vendeur en contrepartie de laquelle le vendeur s'engage à compenser les pertes de l'actif de référence en cas de survenance d'un événement.

iii. Le CDO (Collateralised Debt Obligation) est un titre représentatif de portefeuilles de créances bancaires ou d'instruments financiers de nature variée.

Le but étant de réduire les coûts de refinancement, exploiter des opportunités d'arbitrage et surtout se défaire du risque de crédit.

iv. Collateralized Loan Obligation (CLO) produit dérivé pour des portefeuilles homogènes.

v. Un OPC (organisme de placement collectif) est un fonds d'investissement.

Article 167-2 « Nonobstant le paragraphe 1, pour les taux d'intérêt sans risque de base négatifs, la diminution est nulle ».

Le choc à la hausse sera donc pour chaque point de la courbe de taux de + 100 bp minimum. Le choc à la baisse ne s'applique pour sa part pas sur les taux négatifs^{vi}.

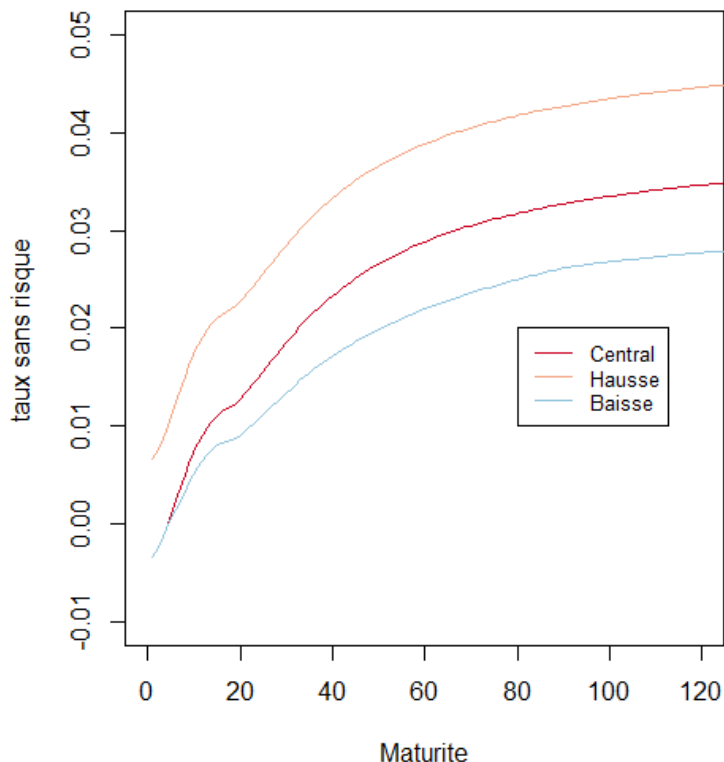


FIGURE 2.2 – Courbes des taux sans risque EIOPA au 31/12/2018

Sur la FIGURE 2.2 sont affichés les taux sans risques fournis par l'EIOPA au 31/12/2018, servant pour les calculs du SCR de taux dans le cadre de l'approche standard.

Les courbes peuvent s'employer de trois façons différentes pour calculer le SCR taux :

- **Approche par « repricing » (revalorisation) :** le SCR taux s'obtient comme la différence entre le prix théorique post choc calculé à l'aide d'un *pricer* et le prix en valeur de marché avant choc. Cette approche est la plus satisfaisante et est particulièrement adaptée aux produits ayant un *pay-off* complexe ou intégrant des optionalités. Cependant, elle nécessite de disposer pour chaque instrument de l'ensemble de ses caractéristiques et des données de marché nécessaires.
- **Approche par la sensibilité :** l'approche par sensibilité consiste à projeter le choc sur l'exposition ajustée de la sensibilité au risque de taux (*Modified Duration*). Cette approche nécessite peu de données. Néanmoins, dans le cas d'un instrument à forte convexité, l'approche par sensibilité peut significativement diverger de l'approche par *repricing*. Le SCR taux s'obtient alors selon la formule suivante :

$$SCR_{taux} = Exposition * (\Delta_r * ModDur)$$

où : Δ_r est l'écart de taux entre la position d'origine de la courbe de l'EIOPA et celle choqué pour une maturité donnée.

vi. Cela changera avec la revue EIOPA présentée dans la Section 6.1.

- **Approche par la sensibilité et convexité** : afin de réduire l'écart entre l'approche sensibilité et l'approche *repricing*, il est possible de réintégrer la convexité de taux (*Cvx*) dans le calcul. Cette approche s'avère particulièrement nécessaire pour les chocs de forte amplitude et pour les instruments ayant une sensibilité de taux importante. Le *SCR* taux s'obtient alors selon la formule suivante :

$$SCR_{taux} = Exposition * \left(\Delta_r * ModDur - \Delta_r^2 * \frac{Cvx}{2} \right)$$

2.2 Risque action

Art. 105 (5) (b) de la Directive 2009/138/EC : « *La sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actions (risque sur actions)* ».

Ce module vise à quantifier l'impact d'une baisse soudaine des marchés actions sur la valeur du bilan de l'assureur. Il est décomposé en deux catégories (Actions Globales et Autres Actions) donnant lieu à quatre types d'actions (*type1equities*, *type2equities*, *QuInf*, *QuInfC*).

Sont aussi pris en compte dans ce module les titres dont la valeur est directement impactée par une évolution des marchés actions, à la baisse ou à la hausse dans le cadre d'une stratégie de couverture : futures sur indice action, options sur action ou indice action, certaines obligations convertibles.

Stress Actions : Pour chaque instrument appartenant, ou ayant un actif sous-jacent appartenant, à l'une des quatre catégories ci-dessous, le *SCR* se calcule comme la perte induite par le choc instantané à la baisse applicable à la catégorie tel que décrit ci-dessous (Article 169 du règlement délégué UE 2015/35).

Actions globales (<i>type1equities</i>)	39% + SA
Autres actions (<i>type2equities</i>)	49% + SA
Action de projets d'infrastructures éligibles (<i>QuInf</i>)	30% + 77% * SA
Action de sociétés d'infrastructures éligibles (<i>QuInfC</i>)	36% + 92% * SA

TABLE 2.2 – Résumé des chocs *SCR* action- Source : *EIOPA*

Le *symetric Adjustment* (SA) : est un facteur de correction contra-cyclique évoluant entre +10% et -10%. Il est publié mensuellement et calculé sur la base de la moyenne mobile d'un indice composite propre à l'*EIOPA* selon la formule suivante (Article 172 du règlement délégué UE 2015/35) :

$$SA = \frac{1}{2} * \left(\frac{CI - AI}{AI} \right)$$

où *CI* le niveau actuel de l'indice et *AI* la moyenne journalière sur trois ans de l'indice.

SCR actions : (Article 168 point 4 du règlement délégué UE 2015/35)

Le coefficient de corrélation entre les actions globales et les autres actions étant de 0,75, le *SCR* Actions est ensuite calculé selon la formule suivante :

$$SCR_{action} = \sqrt{V^T * M * V}$$

avec :

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0,75 \\ 0,75 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } V = \begin{pmatrix} SCR_{type1equities} \\ SCR_{type2equities} + SCR_{QuInf} + SCR_{QuInfC} \end{pmatrix}$$

2.3 Risque immobilier

Art. 105 (5) (C) de la Directive 2009/138/EC : « *La sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actifs immobiliers (risque sur actifs immobiliers)* ».

Le module de risque immobilier vise à quantifier l'impact de la baisse des marchés immobiliers sur la valeur de chacun des actifs concernés.

Ce module consiste à faire diminuer instantanément de 25% la valeur de chacun des actifs concernés immobiliers.

Classe d'actifs	Charge brute en capital hors change	
Immobilier en direct	SCR immobilier	: 25%
SCPI, SCI, OPCI	SCR immobilier	: 25% × (taux d'investissement)
SIIC	SCR Actions Type 1	: 39% + SA

TABLE 2.3 – Résumé du choc SCR immobilier - Source : EIOPA

2.4 Risque de change

Art. 105 (5) (e) de la Directive 2009/138/EC : « *La sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité des taux de change (risque de change)* ».

Ce module vise à quantifier le besoin en capital correspondant à la perte générée par l'effet de change sur la valeur des actifs.

Sont concernés par ce module :

- Tous les titres libellés en devises étrangères ;
- Les produits de change (options, futures, swaps, forwards) ;
- Les produits structurés indexés sur le change.

Le SCR Change est égal à la somme des besoins en capital individuels associés à chaque devise, calculé comme le produit de la valeur absolue de l'exposition nette à la devise et de son stress de change associé.

$$SCR_{Change} = \sum_{i \text{ devise}} Stress_{i \text{ devise}} \times |Exposition_{i \text{ devise}}|$$

Le stress de change pour toutes les devises est de 25%, hormis quelques devises ayant un ancrage de change avec l'Euro (règlement d'exécution UE 2015/2017).

2.5 Risque de spread

Art. 105 (4) (d) de la Directive 2009/138/EC : « La sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité des marges (« spreads ») de crédit par rapport à la courbe des taux d'intérêt sans risque (risque lié à la marge) ».

Ce module vise à quantifier le besoin en capital correspondant au risque d'une évolution à la hausse (ou à la baisse pour le CDS) des spreads de crédit (écart entre le taux actuariel d'un produit de taux et le taux sans risque de la devise du titre). Il repose en particulier sur la notation des titres, dont la nomenclature est le *Credit Quality Step (CQS)*.

Le module est divisé en trois catégories :

$$SCR_{Spread} = SCR_{Bonds} + SCR_{securitisation} + SCR_{cd}$$

où :

- SCR_{Bonds} : concerne les obligations (y compris les TCN) les prêts (hormis prêts collatéralisés soumis au risque de contrepartie), les comptes à termes et les dépôts à termes ;
- $SCR_{securitisation}$: concerne les titres issus de titrisations / *Asset Back Securities* ;
- SCR_{cd} : concerne les dérivés de crédit.

Dans le cadre de ce mémoire nous ne présenterons que la partie qui concerne les obligations, *i.e.* : le SCR_{Bonds} , qui se calcul ainsi :

$$SCR_{Bonds} = \sum_i MV_i \times F(CQS_i, D_i)$$

où :

- MV_i : valeur de marché de l'obligation i en € ;
- D_i : Sensibilité crédit de l'obligation i ;
- CQS_i : *Credit Quality Step* pour l'obligation i ;
- $F(CQS_i, D_i)$: fonction déterministe donnée par l'*EIOPA*.

$$F(CQS_i, D_i) = a(CQS_i, D_i) * \left(D_i - \left\lfloor \frac{D_i}{5} \right\rfloor * 5 \right) + b(CQS_i, D_i)$$

$b(CQS_i, D_i)$ la partie fixe et $a(CQS_i, D_i)$ la partie variable sont tous deux fourni par l'*EIOPA* sous forme de tableau, et pour pouvoir choisir les bons coefficients à appliquer il est nécessaire de savoir distinguer les obligations concernées (voir FIGURE 2.4).

La directive Article 176 point 2 précise que le stress dépend pour les instruments à taux fixe de la « duration modifiée » (*i.e* sensibilité taux) et pour les instruments à taux variable d'une « duration modifiée » d'une obligation à taux fixe équivalente de « même échéance et dont les paiements de coupon sont égaux au taux d'intérêt à terme ». Cette définition correspond à une mesure de sensibilité crédit.

Dans le cadre de nos calculs, la sensibilité utilisée pour le *SCR* de crédit est la *spread duration* ou sensibilité crédit, c'est-à-dire la sensibilité de la valeur du titre à une variation de son *spread* de crédit. Elle est égale à sensibilité taux pour les obligations à taux fixe et pour les obligations à taux variable correspond à une sensibilité équivalente à une obligation dont les coupons sont figés et projetés à l'aide des courbes fournies l'*ESG*.

Sensibilité /CQS	0	1	2	3	4	5	6
0	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
5	4,5%	5,5%	7,0%	12,5%	22,5%	37,5%	15,0%
10	7,0%	8,4%	10,5%	20,0%	35,0%	58,5%	23,5%
15	9,5%	10,9%	13,0%	25,0%	44,0%	61,0%	29,5%
20	12,0%	13,4%	15,5%	30,0%	46,5%	63,5%	35,5%
25	14,5%	15,9%	18,0%	32,5%	49,0%	66,0%	38,0%
50	27,0%	28,4%	30,5%	45,0%	61,5%	78,5%	50,5%

22%	25%	39%	49%
-----	-----	-----	-----

FIGURE 2.3 – Coefficients de choc par sensibilité et CQS

Sur la FIGURE 2.3 est présenté le choc $b(CQS_i, D_i)$ pour une obligation standard dans le cadre de la formule standard. Les CQS sont des notations détaillées sur la TABLE 4.6. Le code couleur du rose vers le rouge indique lorsque la partie fixe du choc SCR obligation est respectivement plus élevée que le choc participation, immobilier, action type 1 et action type 2. Le risque de *spread* dans le cadre de la formule standard peut s'avérer dans certains cas être en effet le plus conséquent.

Sur la TABLE 2.4 sont donnés les différents types d'obligations à distinguer pour appliquer la formule standard.

Type d'obligations à discerner	Type d'obligations dont le SCR obligation est nul
Obligation standard	Obligations émises par des États membres de l'Union Européenne
Obligation émises par des États non membres de l'EEA en devise locale	Obligations émises par la BCE
Obligation garantie (<i>Covered bond</i>)	Obligations émises par des banques multilatérales de développement
Obligation ou prêt de projets d'infrastructures éligibles	Obligations émises par des organisations Internationales
Obligation d'entreprises d'infrastructures éligibles	Obligations émises par les autorités régionales et locales des États membres de l'Union

TABLE 2.4 – Résumé de la segmentation à réaliser pour le calcul du SCR obligation

Remarque : Le terme *spread* peut désigner plusieurs choses et dans ce mémoire il est important de bien savoir les distinguer. En anglais le terme *spread* peut signifier : écart, propagation... C'est cette double notion d'écart à un référentiel et de propagation dans le temps qui sont conjugués lorsque nous employons ce terme en finance.

Il nous reste tout de même trois choses à ne pas confondre :

- le risque de *spread* tel que défini dans le cadre de la formule standard et explicité ci-dessous :

$$SCR_{spread} = VM_{obligation} \times \left(a(CQS_i, D_i) * \left(D_i - \left\lfloor \frac{D_i}{5} \right\rfloor * 5 \right) + b(CQS_i, D_i) \right)$$

- le *spread* de crédit issue du *GSE* qui correspond à un facteur d'actualisation supplémentaire à la courbe de taux dépendant également du *rating* de l'émetteur. Le facteur d'actualisation devient alors :

$$\frac{1}{(1 + r_f + spread_{rating})^n}$$

- le *spread* propre pour les obligations à taux variables (*TV*) qui correspond à un écart moyen par rapport à l'indice de référence sur lequel elles sont cotées (prime de risque). Dans ce cas-là le coupon de l'année *i* calculé en date *t* vaut :

$$C_{t,i} = Nominal \times (Indice_{t,i} + spread)$$

2.6 Risque de concentration

Art. 105 (5) (f) de la Directive 2009/138/EC : « *Les risques supplémentaires supportés par l'entreprise d'assurance ou de réassurance du fait soit d'un manque de diversification de son portefeuille d'actifs, soit d'une exposition importante au risque de défaut d'un seul émetteur de valeurs mobilières ou d'un groupe d'émetteurs liés (concentrations du risque de marché)* ».

Ce module vise à quantifier le besoin en capital correspondant à un manque de diversification ou à une surexposition au risque de défaut d'un même émetteur. Il concerne les titres relevant des sous modules actions, crédit et immobilier.

La concentration est calculée non pas au niveau de l'émetteur mais au niveau du groupe auquel l'émetteur est rattaché. Nous identifions les groupes par la société mère du groupe.

Pour déterminer le coût de la concentration à un groupe, il faut au préalable calculer l'exposition nette à ce groupe et sa qualité de crédit moyenne.

Nous avons ainsi présenté succinctement les différents modules du *SCR* marché en mettant l'accent sur ceux concernant le modèle obligataire. Nous allons maintenant présenter le modèle *ALM* dans ses grandes lignes et nous mettrons en exergue l'incidence du modèle obligataire sur ce dernier.

Chapitre 3

Modèle ALM

Après avoir présenté succinctement les différents modules du *SCR* de marché en mettant l'accent sur ceux concernant le modèle obligataire, nous allons dès à présent expliciter le modèle *ALM* dans lequel s'imbrique notre modèle obligataire.

L'objectif de cette partie est de prendre du recul sur le modèle *ALM* en détaillant ses concepts, les calculs effectués et sa structure. Ceci nous permettra de mieux comprendre aussi bien d'un point de vue global que local, l'incidence du modèle obligataire.

3.1 Architecture du modèle *ALM*

Afin de fournir le bilan prudentiel et le *SCR*, le modèle *ALM* nécessite des fichiers obtenus grâce à plusieurs sous-modèles. En effet, le modèle *ALM* (voir FIGURE 3.1) est sectionné en plusieurs sous parties et les données indispensables sont les suivantes :

- le *GSE*ⁱ ;
- les actifs hors obligataires (actions, immobilier et monétaire) ;
- les actifs obligataires ;
- les passifs Épargne, Vie Entière, Rentes et Emprunteursⁱⁱ sous forme de *modèle de flexing*ⁱⁱⁱ ;
- les hypothèses (frais, politique à investissement/désinvestissement *PB*,...) et les lois (rachats, mortalité, sinistralité,...).

Cette segmentation permet un suivi précis des calculs, en diminuant le risque d'erreur.

La réelle difficulté du modèle obligataire c'est qu'il s'inscrit dans le modèle *ALM*. En effet, le modèle *ALM* réalise la projection en univers risque-neutre des actifs afin de fournir les futurs produits financiers qui ont un impact sur la participation aux bénéfices (*PB*) ayant elle-même une incidence sur le *BE* et le *SCR*.

Le modèle obligataire exécute une partie de ces calculs pour les actifs de type obligataire.

i. *Afi-Esca* externalise la production de son *GSE* au cabinet de conseil *Fixage*.

ii. Représentatif des activités prépondérantes d'*Afi-Esca*.

iii. Le principe du *modèle de flexing* est un moyen d'augmenter la clarté et la faisabilité des résultats tout en limitant la perte d'information et gardant par la même occasion la granularité la plus fine possible. Cela implique de ne plus raisonner contrat par contrat mais par model point.

Ce dernier est présenté plus en détail en Annexe dans la Section 7

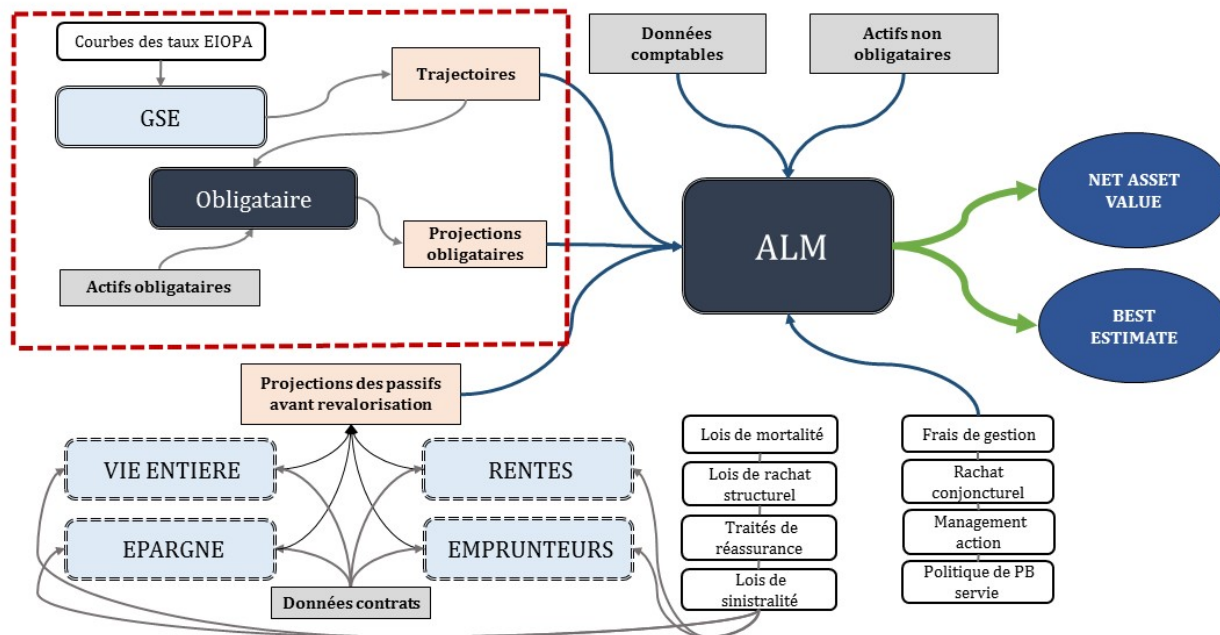


FIGURE 3.1 – Architecture globale du modèle ALM d'Afi-Esca

3.2 La structure « simulation » d'Afi-Esca

Beaucoup d'assureurs fonctionnent sur le principe « simulations dans les simulations » c'est-à-dire : une imbrication d'un double modèle stochastique. Ils mettent en place de 0 à 1 an un modèle stochastique fondé sur la probabilité historique \mathbb{P} et de 1 an à un horizon fixé, un autre modèle stochastique fondé sur la probabilité risque-neutre \mathbb{Q} .

Dans le cadre de la formule standard, Afi-Esca a choisi de 0 à 1 an un modèle déterministe composé de trois scénarios : Central, Hausse & Baisse calibré sur les courbes fournies par l'EIOPA au 31/12/2018, sur lesquels s'imbrique un modèle stochastique fondé sur la probabilité risque-neutre \mathbb{Q} (principe illustré sur la FIGURE 3.2).

Ainsi pour chaque bilan prudentiel Central, Hausse et Baisse une distribution du BE est déterminée.

Ainsi avant même de commencer les calculs, il faut penser à leur optimisation car ils seront à minima répétés 4 fois pour chaque scénario : Central, Hausse, Baisse & Spread^{iv}, 4999 fois pour chaque scénario en univers risque neutre issus du GSE et 30 fois pour chaque année de projection, correspondant à un total de 599880 ($4 \times 4999 \times 30$). Nous verrons par la suite que la complexité du modèle obligataire nécessite forcément encore un plus grand nombre de répétition des opérations (voir Chapitre 5).

iv. Le spread n'est pas présenté sur la FIGURE 3.2 car elle équivaut au central à la différence près que la VM_0 de départ est celle choqué dans le cadre de la formule standard.

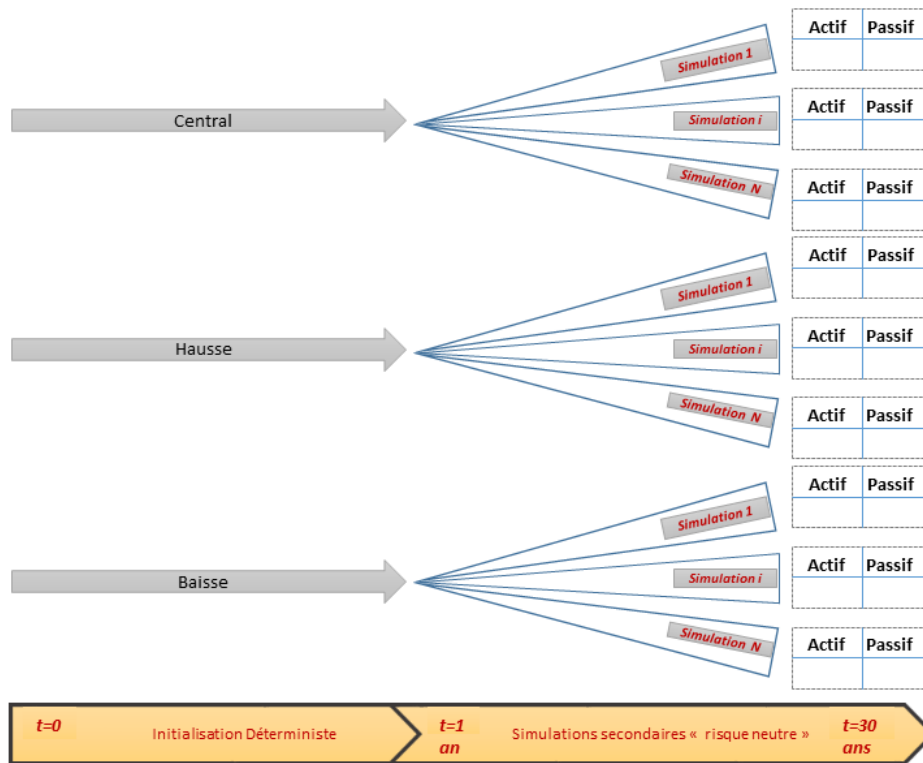


FIGURE 3.2 – Illustration du principe « simulations sur la base d'un modèle déterministe »

3.3 Scénarios économiques

Afi-Esca ne possède pas d'ESG interne et fait donc appel à un prestataire afin de fournir trois jeux de 4999 scénarios économiques en monde « risque neutre » conformes aux exigences de Solvabilité 2 :

- un jeu de 4999 scénarios dans les conditions de marché, calibré à partir de la courbe de référence (taux swaps) sans ajustement de volatilité fournie par l'EIOPA ;
- deux jeux de 4999 scénarios dans les conditions standards de hausse et de baisse des taux, calibrés à partir des courbes sans ajustement de volatilité fournies par l'EIOPA.

Chaque jeu de scénario est accompagné d'un scénario « moyen ».

Chaque scénario économique projette sur un horizon de 30 ans :

- les taux d'intérêt et leurs courbes ;
- l'inflation ;
- la performance annuelle des actions ;
- la performance de l'actif immobilier ;
- les *spreads* de crédit de deux types d'obligations (A et BBB).

Modèle de taux

Le GSE utilise le modèle de *Vasicek* à deux facteurs permettant de diffuser les taux courts et long. Avant de présenter celui à deux facteurs nous allons présenter le modèle de *Vasicek* à un facteur dans un premier temps (voir Annexe dans la Section 7).

Modèle de *Vasicek* à deux facteurs

Le modèle de *Vasicek* à un facteur possède l'avantage d'être facilement compréhensible. En effet, il ne présente que trois paramètres et le taux court peut s'exprimer par une loi normale. En revanche il ne peut représenter l'ensemble des formes de courbes des taux du marché, car il n'offre pas assez de souplesse.

Pour obtenir plus de souplesse et donc pouvoir représenter un ensemble plus important de courbes des taux, nous allons introduire le modèle de *Vasicek* à deux facteurs, qui est une extension du modèle à un facteur : l'équation du taux court est la même, mais le taux long est lui aussi modélisé par un processus d'*Ornstein-Uhlenbeck*. L'équation de diffusion avec le modèle de *Vasicek* à deux facteurs est la suivante :

$$\begin{cases} dr_t = \alpha_1 (l_t - r_t) dt + \sigma_1 dW_t^1 \\ dl_t = \alpha_2 (\mu - l_t) dt + \sigma_2 dW_t^2 \end{cases}$$

où :

- r_t : le taux court terme en t ;
- l_t : le taux long terme en t ;
- α_1 : la vitesse de convergence du taux court vers le taux long ;
- α_2 : la vitesse de convergence du taux long vers la limite du taux long terme ;
- μ : la moyenne sur le long terme ;
- σ_1 : la volatilité du taux court ;
- σ_2 : la volatilité du taux long ;
- dW_t^1 et dW_t^2 : deux processus de *Wiener* indépendant donc $\langle dW_t^1, dW_t^2 \rangle = \rho dt$, où $\rho = 0$.

Formule fermée pour le prix des zéro-coupons

Le modèle de *Vasicek* à deux facteurs est utilisé sur le marché notamment, car il présente une formule fermée pour le prix des zéro-coupons, ce qui permet de projeter la courbe des taux à une date ultérieure, sans avoir besoin de faire des simulations dans les simulations. Nous pouvons évaluer des options financières plus rapidement qu'avec un modèle ne possédant pas de formule fermée. Cette formule fermée provient de l'expression du taux court dont nous pouvons déterminer l'expression (voir Annexe dans la Section 7), comme pour le modèle de *Vasicek* à un facteur.

Illustration

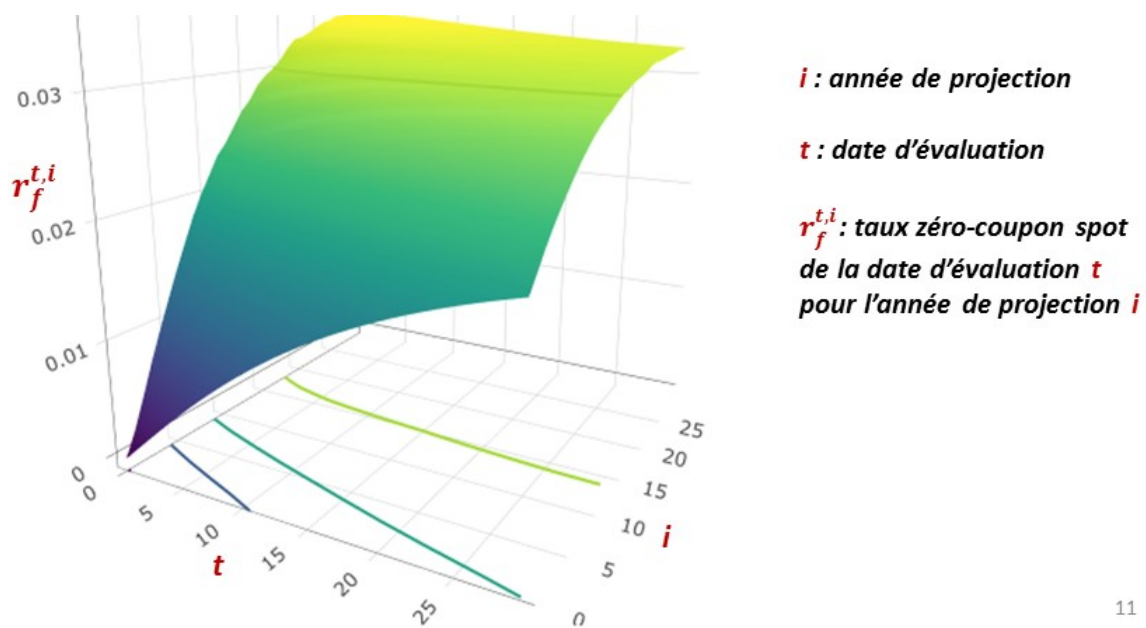


FIGURE 3.3 – Illustration de la nappe de courbe de taux pour le scénario moyen

Sur la FIGURE 3.3, nous avons une illustration de la nappe des courbes de taux, nous en avons une semblable pour chaque scénario k (4999), et pour chaque choc de taux central, hausse & baisse ce qui nous donne un total de 14997 nappes de courbe de taux.

3.4 Modélisation du passif

Cette section présente les types de passifs identifiés et modélisés par *Afi-Esca*. Parmi les catégories de passif modélisées on retrouve les passifs de type Épargne, Vie Entière, Prévoyance (Emprunteur) & Rentes.

La structure globale de modélisation retenue consiste à identifier les produits qui relèvent d'une garantie d'ordre financière et susceptibles d'intervenir directement dans une politique *ALM*, de ceux qui sont plus simplement supports de produits financiers qui leur sont alloués comptablement mais qui n'ont pas d'impact sur le niveau des *cash-flows* futurs :

- Produits supports d'une garantie d'ordre financier : produits d'épargne, de capitalisation et de vie entière. Ces produits ont fait l'objet d'une modélisation détaillée tête par tête, puis agrégée afin de déterminer des *ratios de flexing*. La projection de la participation aux bénéfices et des interactions *ALM* est conduite alors au niveau agrégé par l'intermédiaire des *ratios de flexing* ;
- Produits où le financier n'a pas d'impact sur le niveau des *cash-flows* futurs : produits de prévoyance. Une projection déterministe a été conduite et une partie des produits financiers est allouée sur la base de l'assiette des provisions techniques.

En résumé, la projection de ces modèles de *flexing* s'articule en trois étapes :

- Projection du passif d'un point de vue déterministe, hors éléments relatifs au financier (revalorisation, charge de participation aux bénéfices, rachats dynamiques) ;
- Détermination de ratios de *flexing* agrégés sur la base de cette première projection ;
- Détermination d'une projection agrégée, intégrant les éléments de revalorisation.

Afin de mener à bien les deux premières étapes, il faut regrouper les caractéristiques de l'année et des contrats tels que : la prime, la Provision Mathématiques (*PM*), les taux de chargement, le taux minimum garanti, etc.

Les caractéristiques des contrats en unités de compte (*UC*) et des contrats à support euro (€), d'un point de vue projection, étant proches – le seul élément distinctif étant la capitalisation des contrats euro au taux technique – la modélisation est identique pour les deux types de produits^v.

3.5 Projection des éléments comptables

3.5.1 Provision pour dépréciation durable

La Provision pour Dépréciation Durable (*PDD*) a pour objet la compensation des moins-values latentes considérées comme significatives et durables sur les placements relevant de l'article **R.343-10** du Code des Assurances et a été définie par le communiqué du comité d'urgence du 18 décembre 2002 du Conseil National de la Comptabilité.

Il est à noter que la provision pour dépréciation durable est modélisée au sein du modèle obligataire pour les obligations relevant de l'article **R.343-10**. En revanche pour les autres actifs, une approche « macro » a été retenue.

PDD à l'ouverture de l'année *n* :

$$PDD_{ouverture}(n) = PDD_{clot}(n - 1)$$

PDD à la clôture de l'année *n* :

$$PDD_{clot}(n) = \max(0; (1 - tx_{PDD}) \times VC_{debut}(n) - VM_{apres\ div\ avant\ invest}(n))$$

tx_{PDD} est la règle de constatation de la dépréciation durable des actifs risqués, déterminée au global sur la base d'une étude conduite au 31/12/N.

3.5.2 Provision pour Risque d'exigibilité (*PRE*)

La Provision pour Risque d'Exigibilité (*PRE*) est définie au R331-5-1 du Code des Assurances. Elle joue sur le niveau des résultats techniques et peut avoir une influence sur la *PB* minimale réglementaire. Nous avons pris en compte dans le modèle les critères du Code des assurances à respecter pour pouvoir ne doter qu'un tiers des moins-values latentes des placements **R.343-10**.

Les calculs de la provision pour risque d'exigibilité sont conduits après le calcul de la provision pour dépréciation durable.

Moins-value latente de l'année *n* :

$$MVL(n) = \max(0; VC_{fin\ apres\ invest}(n) - VM_{fin\ apres\ invest}(n))$$

$VM_{fin\ apres\ invest}(n)$ est la valeur de marché corrigée de la *PDD*.

PRE de l'année *n* :

$$PRE(n) = \min\left(PRE(n - 1) + \frac{1}{3} * MVL(n); MVL(n)\right)$$

v. Les éléments distinctifs potentiels sont affichés lorsque nécessaire dans le modèle.

3.5.3 Réserve de capitalisation

Selon l'interprétation du Code des assurances du PCA La réserve de capitalisation est définie par les articles R. 343-3 et R. 343-8 du Code des assurances. Elle consiste en une « réserve destinée à parer à la dépréciation des valeurs comprises dans l'actif de l'entreprise et à la diminution de leur revenu ».

La réserve de capitalisation est mouvementée, uniquement lors de la cession des valeurs mobilières amortissables réglementées avant leur date d'échéance.

Calculs dans le modèle ALM de la réserve de capitalisation Lorsque le prix de vente des obligations cédée est supérieur à la valeur actuelle, l'excédent est versé à la réserve de capitalisation. En cas de réalisation de moins-value, celle-ci est prélevée sur la réserve de capitalisation dans la limite du montant de celle-ci.

- Réserve de capitalisation à la clôture de l'année n :

$$Reserve_{capi\ cl}(n) = \max(0; Reserve_{capi\ ouv}(n) + Produit_{fi\ desinvest}(n))$$

- Produits financiers liés aux investissements ou désinvestissements sur les obligations pendant l'année n :

$$Produit_{fi\ desinvest}(n) = VM_{avant\ desinvest}(n) - VC_{avant\ desinvest}(n) - (VM_{apres\ desinvest}(n) - VC_{apres\ desinvest}(n)) \quad (3.1)$$

3.5.4 Provision pour Participation aux Excédents (PPE)

La Provision pour Participation aux Excédents (PPE) réceptionne les dotations issues des écritures comptables de charge de participation aux bénéfices (y compris dotation minimale réglementaire), et finance la revalorisation. Elle est indirectement plafonnée, dans la mesure où les dotations d'une année ne peuvent être intégrées dans la provision plus de huit ans.

3.6 Modélisation de l'actif

3.6.1 Projection des placements obligataires

Le modèle de projection des actifs obligataires permet l'estimation des éléments suivants pour chacun des scénarios économiques retenus :

- Projection de l'évolution de la valeur comptable du portefeuille en stock au 31/12/N sur la base des évolutions futures des indicateurs économiques pertinents ;
- Projection de l'évolution de la valeur de marché du portefeuille en stock au 31/12/N ;
- Projection des produits financiers générés par le portefeuille en stock au 31/12/N ;
- Projection des flux financiers générés par le portefeuille en stock au 31/12/N ;
- Projection de la provision pour dépréciation durable des obligations en stock au 31/12/N et relevant de l'article **R.343-10** du Code des Assurances.

La projection de la valeur de marché pour les obligations et pour les *OPCVM* est décrite dans la Section 5.4 du Chapitre 5. Et à partir de ces dernières nous calculons les différents rendements.

Rendements obligataires

Les performances obligataires sont estimées comme suit à partir des valeurs de marché projetées. Le rendement projeté en année i pour le scénario k :

$$\forall i \geq 1, \text{RendOblig}_{k,i} = \frac{VM_{k,i}}{VM_{k,i-1}} - 1$$

Projection des obligations futures

Pour chaque obligation sont déterminés (taux fixe/taux variable, maturité de 1 à 25 ans, génération de l'année de calcul N à $N + \text{horizon}$) leur cours ainsi que les coupons (valeur de marché et produits financiers) de l'année d'émission à l'année d'échéance.

On applique pour les taux variables le taux facial d'un *Euribor 3 mois* et pour les taux fixes le taux facial solution de l'équation (avec M la maturité) :

$$\begin{aligned} TxFacial_M &= \frac{1 - e^{-M * Tax_M an}}{e^{-1 * Tax_{1 an}} + \dots + e^{-M * Tax_M an}} \\ TxFacEur3mois &= \frac{(M + 0.25) \times \left(Tax_M an * 0.75 + Tax_{M+1 an} * 0.25 \right) - M * Tax_M an}{\frac{1}{4}} \end{aligned}$$

3.6.2 Projection des autres actifs

Les actions, les placements monétaires & l'immobilier sont modélisés dans le modèle *ALM* conformément à la réglementation présentée dans la Section 2.3 du Chapitre 2.

Les actions et les actifs immobiliers sont projetés sur la base d'un brownien géométrique, avec paiement du dividende et réalisation de plus-values latentes. Les éléments de valeur de marché et de valeur comptable à la date initiale doivent faire l'objet d'un recadrage au bilan.

3.7 Projection des produits financiers

Par mesure de simplification des calculs, les produits financiers sont calculés de manière globale. Cependant, les produits financiers issus des actifs faisant face aux unités de compte font l'objet d'un suivi spécifique afin de pouvoir être isolés et ne pas être intégrés aux produits financiers des autres périmètres d'inventaire.

Produits financiers nets de l'année n :

$$\begin{aligned} \text{Produit}_{fi\ net}(n) = & \\ & \text{Produit}_{fi\ oblig}(n) + \text{Produit}_{fi\ action}(n) + \text{Produit}_{fi\ immo}(n) + \text{Produit}_{fi\ monetaire}(n) + \\ & \text{dot/re}_{reserve\ capi}(n) + PDD_{ouverture}(n) - PDD_{clot\ avant\ invest}(n) \quad (3.2) \end{aligned}$$

Les produits financiers sont nets de PDD et réserve de capitalisation.

Comme l'illustre l'équation ci-dessus, un changement sur le modèle obligataire aura pour effet d'impacter : $\text{Produit}_{fi\ oblig}(n)$, $\text{dot/re}_{reserve\ capi}(n)$, $PDD_{ouverture}(n)$ et $PDD_{clot\ avant\ invest}(n)$. Cela entraînera ainsi une modification des produits financiers annuels projetés.

PB minimale réglementaire :

Le calcul de la participation se fait via un compte de participation aux résultats techniques et aux résultats financiers (produits financiers – charges financières).

Théoriquement, les contrats d'assurance vie précisent les conditions d'affectation des bénéfices techniques et financiers ainsi que le mode de calcul des taux de participation.

Afi-Esca a choisi de reverser à ses clients le minimal réglementaire.

L'assureur doit reverser au moins 90 % des bénéfices techniques (différence entre les frais prélevés par la compagnie et les frais réels), et un minimum de 85 % du solde du compte de résultat financier, autrement dit des gains réalisés grâce au placement de l'épargne des souscripteurs.

Chaque année, un montant de PPE est mis à disposition pour la couverture de la PB autre que les intérêts techniques. Suivant la réglementation, l'intégralité de la PPE d'ancienneté 8 ans est retenue, complétée d'un quart de la PPE d'ancienneté 7, 6 et 5 ans.

$$PPE_N^{Dispo} = PPE_{N-8} + \frac{PPE_{N-7} + PPE_{N-6} + PPE_{N-5}}{4}$$

PB discrétionnaire :

La politique de distribution de la PB est réalisée en parallèle de la politique de rachat recommandée par l'ACPR. La politique de PB consiste à définir un tunnel de taux de revalorisation entre le taux maximum, une fonction affine de la moyenne sur cinq ans du TME , et le taux minimum, une fonction affine du taux livret A.

$$tx_N^{max} = a \times TME_N^{Moyenne\ 5\ ans} + b$$

$$tx_N^{min} = c \times tx_N^{Livret\ A} + d$$

a , b , c et d sont des coefficients définis pour chaque type de contrat.

Après le jeu de la PB réglementaire, de la politique de taux servi et des lois de rachat, la PB finalement versée chaque année correspond à un taux intrinsèquement dépendant des produits financiers et de l'allocation d'actif calculée à partir des valeurs de marché.

Le modèle obligataire fournissant les valeurs de marché et les produits financiers associés aux obligations et de surcroît occupant une place importante au sein du portefeuille *Afi-Esca*, a une incidence directe sur la distribution de la PB . Ainsi le modèle obligataire impacte le BE et le SCR net de PB .

3.8 Calculs des provisions BE

Dans cette partie nous allons définir le *Best Estimate* dans le cadre de la réforme Solvabilité 2. Le *Best Estimate* est décrit dans les textes comme « la moyenne pondérée par leurs probabilités des flux de trésorerie futurs, compte tenu de la valeur de l'argent, estimée sur la base de la courbe des taux sans risque pertinents ». De façon mathématique le *Best Estimate* s'écrit de la façon suivante :

$$BE = \mathbb{E}_{\mathbb{Q} \otimes \mathbb{P}} \left(\sum_{t=1}^n \delta_t * L_t \right) \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{t=1}^n \delta_t^k * L_t^k$$

Avec \mathbb{Q} la probabilité *risque-neutre*. Les probabilités risque-neutres caractérisent une mesure de probabilité différente de la mesure historique telle que la valeur d'un actif financier soit égale à la valeur actualisée aux taux sans risque de ses flux futurs : cela revient à dire que les investisseurs sont **neutres vis-à-vis du risque**.

- N : Nombre de simulation
- n : Horizon
- \mathbb{P} : probabilité réelle qui s'applique à la durée de vie des assurés.
- δ_t^k : facteur d'actualisation pour le scénario k et l'année de projection t avec l'approximation :

$$\delta_t = \exp \left(- \int_0^t r_u du \right) \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta_t^k = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \exp \left(- \sum_{u=0}^t r_u^k \right)$$

- L_t^k : représente l'ensemble des flux de passif pour le scénario k et l'année de projection t :

$$L_t^k = \left(Prestations + Frais + Commissions - Primes \right)_t^k$$

Le calcul du *Best Estimate* requiert ainsi la mise en place du modèle *ALM*, afin d'obtenir la meilleure estimation prenant en compte l'ensemble des interactions actif-passif.

3.9 Evaluation du SCR

Le principe d'évaluation du *SCR* consiste à appliquer un choc sur tout le bilan, et à calculer la différence entre la valeur obtenue à la valeur moyenne. Cette différence sera le *SCR* pour le choc appliqué en question illustré ci-dessous FIGURE 3.4.

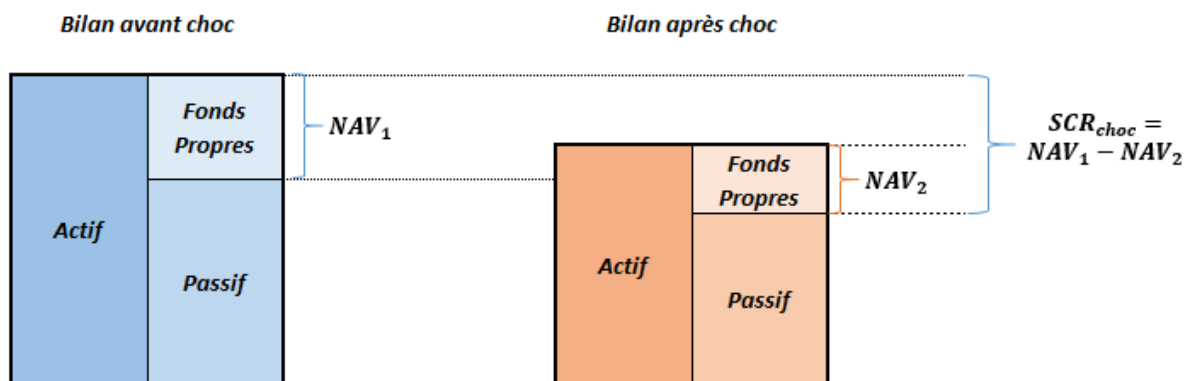


FIGURE 3.4 – Illustration du principe : « Choc sur Bilan »

Après avoir explicité dans les grandes lignes le fonctionnement du modèle *ALM* et mis en exergue les parties de ce dernier particulièrement sensible au modèle obligataire, nous pouvons donc commencer à expliquer le fonctionnement du modèle obligataire.

Chapitre 4

Construction de la base Obligataire

Dans cette partie nous allons décrire dans un premier temps les différentes sources et méthodes qui ont été mises en place pour la construction de la base obligataire d'*Afi-Esca*, puis détaillerons cette dernière.

4.1 Architecture générale de la construction de la base obligataire

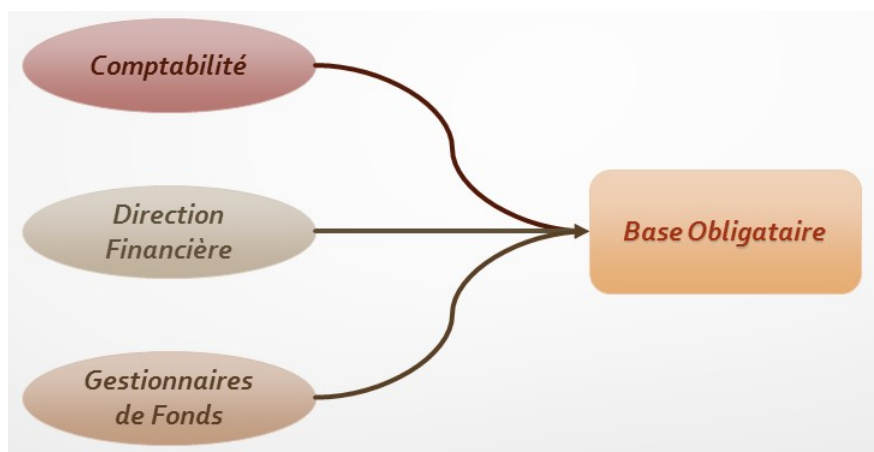


FIGURE 4.1 – Architecture générale de la construction de la base obligataire

Comme nous pouvons le voir sur la FIGURE 4.1, il y a plusieurs fichiers sources nécessaires à la construction de la base obligataire, et ces derniers sont fournis par le service comptable, la direction financière et les gestionnaires de fonds.

En effet, la base obligataire est plus compliquée à construire dans la mesure où plusieurs caractéristiques sont indispensables pour les projections dans le cadre de Solvabilité 2.

4.2 Les sources des données titres détenus « en direct »

Les informations sur les titres obligataires détenus en direct sont obtenues par un recoupement d'information entre les données comptables et financières.

Le traitement des obligations dans Solvabilité 2 diffère de celui des autres actifs. Il en résulte que les besoins pour les projections sont plus importants et nécessitent la construction d'une base de données contenant plusieurs caractéristiques.

Les informations suivantes serviront ainsi d'*Input* pour le traitement des obligations :

Nom de colonne	Définition
Libellé	Libellé du titre
Code	Code <i>ISIN</i> du titre
Taux fixe	Taux fixe de l'obligation : 0 si obligation à taux variable
Taux Variable	Indice sur lequel est indexé le coupon
Date de transistion	Date de transistion de taux : fixe → variable et <i>vice versa</i>
<i>Spread</i>	Écart relatif de l'obligation par rapport à son Indice
Floor	Taux plancher
Cap	Taux plafond
Terme	Date d'échéance
Call Step-up	Date de call
Nominal total	Nominal unitaire × Quantité
Rembt total	Valeur de remboursement : Rembt unitaire × Quantité
Qté	Quantité de titre
Ref Article	Classification du titre : R.343-9 ou R.343-10
PDD	Provision pour Dépréciation Durable
VNC	Valeur Nette Comptable
Prix de revient	Prix de revient du titre
Valorisation ac coupon couru au 31/12	Valeur de marché (<i>VM</i>) Coupons Courus (<i>CC</i>) inclus
Rating / <i>CQS</i>	Notation du titre
Type d'obligation	Taux Fixe (<i>TF</i>), Taux Variable (<i>TV</i>), Titres Participatifs (<i>TP</i>), Taux Fixe puis Taux Variable (<i>TV/TF</i>) et inversement (<i>TF/TV</i>)
Secteur obligation	Secteur du titre : bancaire, corporate, etc...

TABLE 4.1 – Champs fournis pour chaque obligation

Nous reviendrons dans la suite de ce mémoire sur les différentes informations fournies, et nous verrons alors à quel point elles sont cruciales pour le modèle obligataire.

De plus, il faut noter que le modèle obligataire traite également les *OPCVM* sensibles aux taux, et vu que les informations disponibles sur les *OPCVM* sont rares, voici donc comment *Afi-Esca* s'y attelle.

4.3 Les sources des OPCVM

Le traitement de la partie OPCVM dans le cadre de Solvabilité 2 est encore différent des autres actifs. L'approche par transparence est l'approche par défaut mais nous verrons qu'elle n'est pas toujours évidente.

4.3.1 Approche par transparence

Art. 84 Règlement Européen 2015-035 : « L'examen par transparence est effectué jusqu'à ce que la catégorie d'actifs, le pays et la monnaie aient pu être identifiés. Dans le cas des fonds de fonds, l'examen par transparence suit la même approche. Pour l'identification des pays, l'examen par transparence doit permettre d'identifier tous les pays représentant chacun plus de 5 % du fond examiné par transparence et doit être mis en œuvre jusqu'à ce que 90 % de la valeur du fond ait pu être identifiée par pays. »

La mise en transparence consiste alors, lorsque l'information est disponible, à substituer les titres d'OPCVM dans les portefeuilles des assureurs par les titres composant ces OPCVM (obligations souveraines, obligations d'entreprises, actions, titres structurés, titres garantis, trésorerie, ...).

Ces informations servent d'une part dans le cadre des calculs liés à la norme Solvabilité 2 mais aussi en termes de *reporting*, notamment pour remplir le QRT S.06.03 « Organismes de placement collectif (OPC) – Approche par transparence ». Afin de mettre en œuvre la mise en transparence des OPCVM, trois méthodes ont été retenues :

- Transparer les fonds gérés par *Dom Finance*ⁱ via des fichiers au format AMPEREⁱⁱ ;
- Transparer le maximum d'OPC via la plateforme TEEPIⁱⁱⁱ ;
- Traiter les autres OPC via internet ou d'autres portails d'informations.

Auparavant, *Afi-Esca* effectuait la mise en transparence de ses OPCVM via les informations disponibles sur internet notamment sur des portails d'informations tels que *Sicavonline* ou *Morningstar*. Cette démarche permettait de connaître les pourcentages d'obligations, d'actions, de monétaire de chaque OPCVM.

Toutefois, cette solution présentait de nombreuses limites^{iv}.

Les OPCVM qui n'ont pu être transparisés se voient affecter une composition prudente par défaut, ils sont considérés totalement investis en action^v.

i. *Dom Finance* fait partie du groupe Burrus et travaille avec *Afi-Esca*.

ii. Le Club AMPERE (*Asset Management PERFORMANCE Reporting*) est un groupe de réflexion composé de spécialistes de la mesure de performance et du « reporting » financier dans le domaine de la gestion d'actifs. Ce club a défini en mars 2013 un format d'échange de données soutenu par l'AFG permettant aux différentes parties prenantes de communiquer en utilisant le même langage.

iii. Teepi est une plateforme collaborative gérée par la société CACEIS.

Cette dernière permet de disposer des *transparisations* de beaucoup d'OPCVM. Cependant, le nombre d'OPCVM transparisés se stabilise et donc on peut penser que *Teepi* ne permettra pas de transparer entièrement le portefeuille.

iv. Peu précis et « chronophage ».

v. Très peu d'OPCVM sont concernés par cette méthode.

4.4 Synthèse des actifs après transparence

4.4.1 Composition du portefeuille

L'OPCVM est un type de placement qui occupe une place conséquente dans le portefeuille d'Afi-Esca.

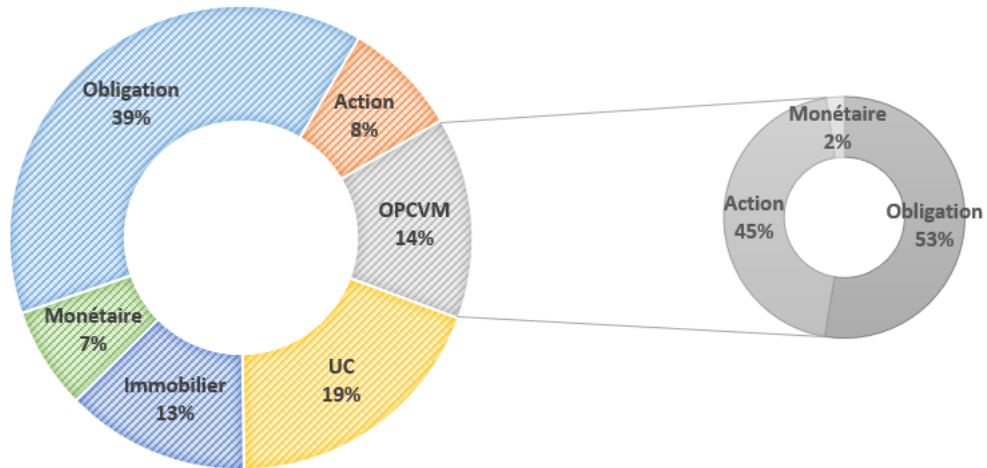


FIGURE 4.2 – Composition du portefeuille en %, hors OPCVM

4.4.2 Incidence de la transparence des OPCVM

D'après la réglementation actuelle, les OPCVM qu'Afi-Esca ne parvient pas à transcrire doivent être considérés comme des actions de type 2 (non-cotées), et subir le choc préconisé par la formule standard.

Composition des OPCVM

	En VM	Proportion
OPCVM	121,3 M€	100,00 %
Action	4,2 M€	3,45 %
Obligation	112,6 M€	92,83 %
Monétaire	4,5 M€	3,73 %

TABLE 4.2 – Composition des OPCVM en VM

SCR avec et sans transparence

	Sans	Avec
SCR_{Taux}	0,0 M€	6,6 M€
SCR_{Action}	55,2 M€	0 M€
SCR_{Spread}	0,0 M€	15,6 M€
SCR_{Marche}	55,2 M€	16,5 M€

TABLE 4.3 – SCR de marché sur les OPCVM avec et sans transparence

Nous constatons ainsi une diminution d'environ 70 % du SCR de marché appliquée uniquement aux OPCVM, ceci a donc clairement un impact considérable et non négligeable sur le SCR global. L'exercice de transparence ne peut donc être pris à la légère.

4.4.3 Taux de transparence

Sur 1 638 M€ de placements, il y a 314 M€ d'UC et 231 M€ d'OPCVM. Le tableau suivant fait état de la transparence du portefeuille :

En M€	Actif Général		UC		Total	
	En montant	En taux	En montant	En taux	En montant	En taux
Transparisés	86	37 %	75	24 %	161	30 %
Dont <i>Dom Finance</i>	85	37 %	27	9 %	113	21 %
Dont <i>Teepi</i>	1	0.3 %	48	15 %	49	9 %
Transp. via don. histo.	145	63 %	234	76 %	383	70 %
Non transparencés	0	0 %	0	0 %	0	0 %
Total	231	100%	314	100%	544	100%

TABLE 4.4 – Analyse de la transparence 2018 en M€

Il y a effectivement 30 % des OPCVM qui sont complètement transparencés via les deux premières méthodes mentionnées précédemment, et utilisés pour les calculs dans le cadre du QRT S.06.03. Les autres 70 % transparencés avec une approche simplifiée sont utilisés dans le cadre des autres calculs.

Finalement au prorata de la partie obligataire de chacune des OPCVM, nous sommes capables de fournir les informations dans la TABLE 4.5 ci-dessous.

Nom de colonne	Définition
Libellé	Libellé du titre
Code	Code ISIN du titre
VNC	Valeur Nette Comptable
Prix de revient	Prix de revient du titre
Rating / CQS	Notation du titre
Valorisation ac coupon couru au 31/12	Valeur de marché (VM) Coupons Courus (CC) inclus
Secteur obligation	Secteur du titre : bancaire, corporate, etc...
Duration OPCVM	Duration globale de l'OPCVM

TABLE 4.5 – Champs fournis pour chaque OPCVM

4.5 Synthèse de la base obligataire

4.5.1 Classement par *Rating*

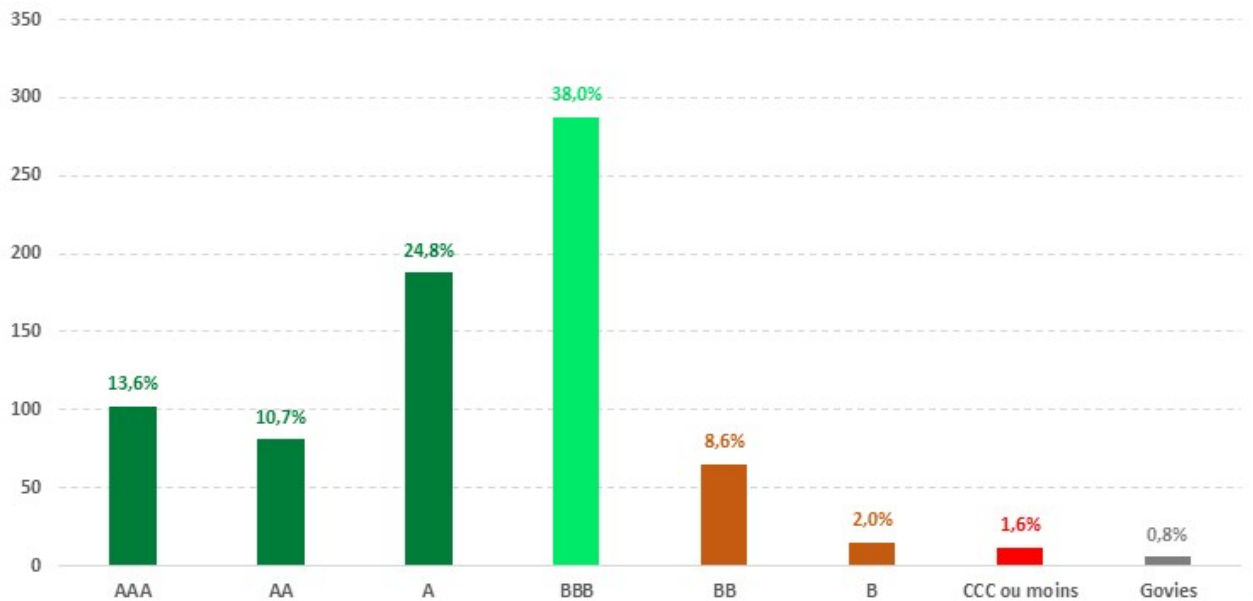


FIGURE 4.3 – VM (en M€) classées par *Rating*

Parmi les placements obligataires d'*Afi-Esca*, 87,1 % sont de « bonne qualité », 10,6 % de nature « spéculative » et 2 % en défaut ou quasi-défaut.

La sécurité des placements est avant tout une priorité dans le secteur des assurances.

4.5.2 Classement par *Type*

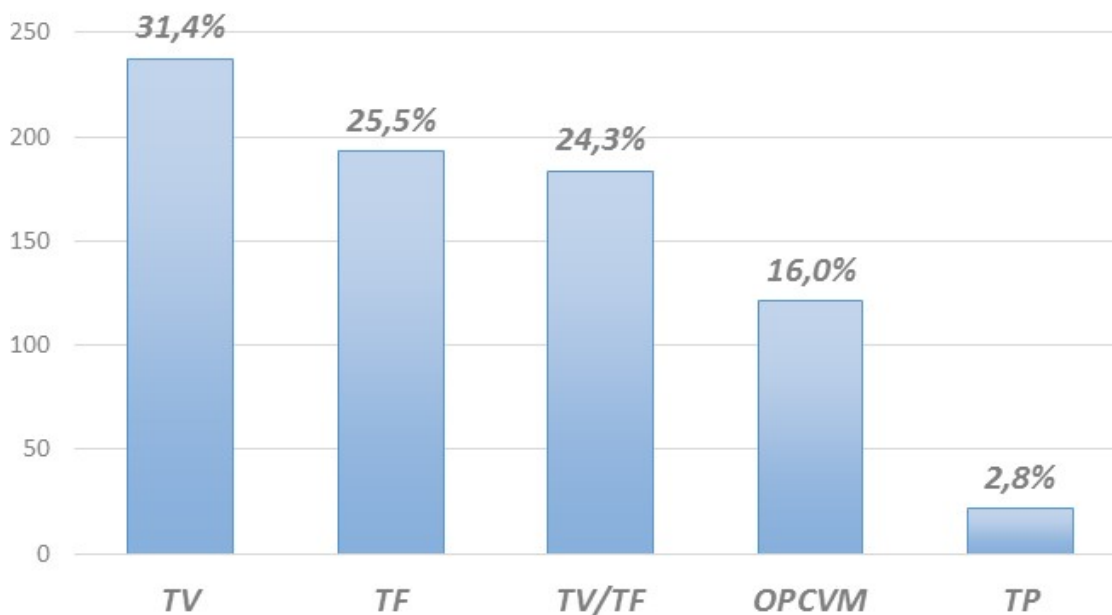


FIGURE 4.4 – VM (en M€) classées par *Type*

Parmi les placements obligataires d’*Afi-Esca*, 55,7 % sont à taux variables et 44,3 % à taux fixes, une modélisation ne tenant pas compte des taux variables a donc une incidence non-négligeable sur l’ensemble des calculs.

Il est à noter que les titres participatifs étant cotés sur la performance des entreprises émettrices, il a été choisi de les considérer comme une obligation à taux fixe.

Après avoir présenté les méthodes employées pour construire la base obligataire et la transposition des *OPCVM*, nous nous pencherons sur leurs caractéristiques.

4.6 Composition de la base

L’objectif de ce mémoire étant de développer un nouveau modèle obligataire, il est important d’avoir une bonne conception du fonctionnement et des caractéristiques des titres manipulés, en l’occurrence les obligations, les titres participatifs (*TP*), les *EMTN* et les *OPCVM* obligataires.

4.6.1 Les obligations

Principalement échangée sur les marchés de gré à gré, une **obligation** représente la part d’un emprunt émise par une entité (l’État, une collectivité locale ou une entreprise). Détenir une obligation, revient à être le prêteur (le créancier) de l’entité ayant émis ce titre. En échange de ce prêt, le détenteur percevra des intérêts. Le taux d’intérêt est connu à l’avance par l’investisseur tout comme la durée du prêt et la date de versement des intérêts.

Les caractéristiques principales d’une obligation sont l’échéance, le nominal, le coupon, le coupon couru, le prix d’émission, le cours de l’obligation, et le prix de remboursement.

Le marché obligataire est une des principales raisons justifiant l’importance des agences de *rating*, dont les trois principales sont *S&P*, *Moody’s* et *Fitch*.

En effet, les *ratings* sont utilisés par les investisseurs, les émetteurs, les banques d’investissement, et les gouvernements. Pour les investisseurs, les agences de notation de crédit augmentent la gamme des possibilités d’investissement en fournissant des mesures des risques indépendants, et faciles à utiliser ce qui augmente généralement l’efficacité du marché, en réduisant les coûts pour les emprunteurs et les prêteurs.

Le régulateur a ainsi introduit une expression normalisée de ces différentes qualités de crédit : *Credit Quality Step (CQS)* dont voici le tableau des correspondances :

<i>CQS</i>	<i>S & P</i>	<i>Moody’s</i>	<i>fitch Ratings</i>
0	AAA	Aaa	AAA
1	AA ⁺ → AA ⁻	Aa1 → Aa3	AA ⁺ → AA ⁻
2	A ⁺ → A ⁻	A1 → A3	A ⁺ → A ⁻
3	BBB ⁺ → BBB ⁻	Baa1 → Baa3	BBB ⁺ → BBB ⁻
4	BB ⁺ → BB ⁻	Ba1 → Ba3	BB ⁺ → BB ⁻
5	B ⁺ → B ⁻	B1 → B3	B ⁺ → B ⁻
6	CCC ⁺ ≥	Ca1 ⁺ ≥	CCC ⁺ ≥
7	Unrated	Unrated	Unrated

TABLE 4.6 – Equivalent *CQS* pour trois agences de notation

4.6.2 Les titres participatifs

Un **titre participatif (TP)** est un titre financier émis directement par une entreprise coopérative SA^{vi} ou SARL^{vii} dans le cadre d'une recherche de fonds propres pour financer sa croissance. Les titres participatifs ne donnent pas de droit de vote à leurs détenteurs mais ils permettent de percevoir un intérêt et une prime de remboursement. L'intérêt versé comporte une partie fixe et une partie qui varie selon les performances de l'entreprise au moment du remboursement des titres.

Le TP s'échange comme une action. Le TP s'achète comme une action et est coté en continu. Son cours est exprimé en euros. La liquidité est souvent réduite (le nombre de titres échangés par jour est très faible) car ce type d'instrument est actuellement moins utilisé.

Pour une entreprise, les TP sont considérés comme des quasi-fonds propres. Cependant, il s'agit de produits subordonnés de dernier rang^{viii}. Le TP n'a pas d'échéance fixée. Il s'éteint lorsque la société émettrice procède à son remboursement.

Rémunération des porteurs de TP Le détenteur de TP reçoit chaque année un coupon. Ce coupon est composé d'une part fixe, indexée sur l'évolution d'un taux de référence (Taux Moyen du marché Obligataire ou Taux Annuel Monétaire) et d'une part variable, liée à la performance de l'entreprise ayant émis le TP (indexation sur le bénéfice ou le chiffre d'affaires).

D'ailleurs, ces produits sont en voie d'extinction et les entreprises en ayant émis proposent souvent à leurs détenteurs de les échanger contre des actions ordinaires ou d'autres types d'obligation.

4.6.3 Les OPCVM obligataires

Les OPCVM de droit français sont des organismes dont l'activité consiste à investir sur les marchés l'épargne collectée auprès de leurs porteurs de parts.

Selon l'Autorité des Marchés Financiers française (AMF), les OPCVM peuvent se décomposer en six familles : monétaires, obligataires, actions, ...

Cette classification est établie sur la base de la nature des fonds gérés composés au minimum de 60 % de l'une de ces catégories.^{ix}

4.6.4 Dettes subordonnées

Une dette est dite de « subordonnée » si son remboursement dépend du remboursement préalable des autres créanciers. En cas d'insolvabilité, les créanciers subordonnés ne sont pas prioritaires dans l'ordre de remboursement, ils sont les derniers à être payés.

Les dettes subordonnées sont souvent traitées comme des obligations perpétuelles à taux variable.

TCN : Les Titres de Créance Négociables tels que définis par la loi française se décompose selon trois catégories de titres :

- les Certificats de dépôt ou *CD* ;
- les Billets de Trésorerie ou *BT* ;
- les Bons à Moyen Terme Négociables ou *BMTN*.

vi. Une société anonyme (SA) est une société de capitaux : elle rassemble des personnes qui peuvent ne pas se connaître et dont la participation est fondée sur les capitaux qu'ils ont investis dans l'entreprise. Elle concerne donc les projets importants.

vii. Une société à responsabilité limitée (SARL) est une entreprise constituée de deux associés minimum et cent maximum. Le statut peut être choisi par les artisans, les commerçants, les industriels, et les professions libérales, mais il ne peut pas être utilisé pour les professions juridiques, judiciaires ou de santé, à l'exception des pharmaciens.

viii. En cas de faillite de la société ayant émis des TP, les porteurs de TP sont remboursés si toutes les autres créances le sont.

ix. Par exemple, un OPCVM action est composé d'au moins 60 % d'actions.

4.6.5 Les *EMTN*

Négociables, les actifs de la classe des *European Medium Term Note (EMTN)* sont assimilés à des titres de créance monétaire, représentatifs d'un emprunt. Présentant une maturité à mi-chemin entre les billets de trésorerie et les obligations, les *EMTN* sont également appréciés pour leur flexibilité. En effet, leur déploiement peut s'adapter aux besoins de l'émetteur, notamment au niveau de la fenêtre de commercialisation qui peut être adossée à une période précise et du montant d'émission qui peut correspondre à un seuil spécifiquement déterminé.

De manière globale, les *EMTN*, encore appelés produits structurés, sont élaborés sur la base d'un actif sous-jacent (action, obligation, indice, etc. . .). De par ces caractéristiques, les *EMTN* ne garantissent pas toujours le remboursement du nominal investi à l'échéance du contrat. C'est précisément avec cet élément distinctif que les *EMTN* sont proposés dans le cadre des contrats d'assurance-vie multisupport.

Chapitre 5

Modèle Obligataire

Comme présenté dans le chapitre précédent, la projection des obligations nécessite de disposer d'un certain nombre d'informations (voir TABLE 4.1). Celles-ci permettront de calculer les *SCR* de taux et de *spread* avant interactions actif-passif et d'autre part, de projeter les Valeurs de Marché (*VM*), les Valeurs Comptables (*VC*) et les produits financiers qui serviront au modèle *ALM* pour finaliser les calculs de *Best Estimate* et de *SCR* nets de *PB*.

Auparavant, *Afi-Esca* réalisait ces calculs à l'aide d'un outil développé en *VBA*ⁱ sur *Excel*. La première étape des travaux a été de migrer l'ancienne modélisation sur le logiciel *R*. Puis, après un audit approfondi, nous avons modifié la mécanique de *risque-neutralisation* et les projections en découlant.

5.1 Architecture du modèle

Ce paragraphe présente le processus de traitement des obligations, l'objectif étant de comprendre : les données en entrée (*Input*), celles en sorties (*Output*) et les calculs effectués par le modèle.

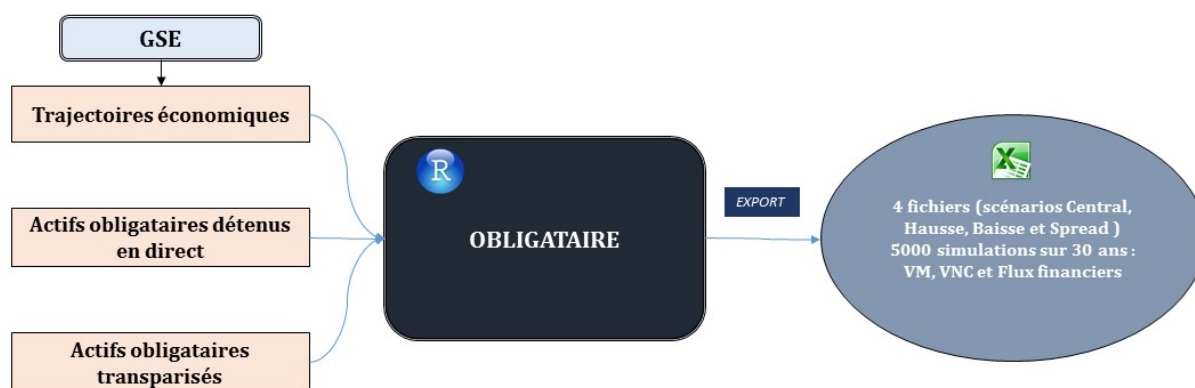


FIGURE 5.1 – Architecture globale du modèle Obligataireⁱⁱ

i. *Visual Basic Application*

ii. Spécifique à *Afi-Esca*

5.1.1 Input

En entrée, il y a bien évidemment la base obligatoire avec tous les champs nécessaires aux différents calculs. Il y a aussi les scénarios fournis par le *GSE* ainsi que les courbes *EIOPA* qui sont indispensables pour réaliser les projections en univers risque-neutre :

- Courbes de taux d'intérêts *EIOPA* ;
- Spread de crédit A et BBB ;
- Courbes des taux zéro-coupons *spots* en convention continue ;
- Paramètres pour le risque de *Spread*.

5.1.2 Output

En sortie, quatre fichiers *Excel* sont générés :

- Projection lorsque les taux ne sont pas choqués : **Central** ;
- Projection lorsque les taux sont choqués à la **Hausse** ;
- Projection lorsque les taux sont choqués à la **Baisse** ;
- Projection lorsque les taux ne sont pas choqués, mais après l'application du risque de **Spread**.

Chacun de ces fichiers contient les items suivants projetés sur 30 annéesⁱⁱⁱ pour 4999 scénarios :

- la Valeur de Marché : *VM* ;
- la Valeur Nette Comptable : *VNC* ;
- la Provision pour Dépréciation Durable : *PDD* ;
- les Flux : *F* ;
- les Produits Financiers : *PF*.

Avant de détailler la méthodologie permettant de réaliser les calculs, nous allons d'abord exposer la structure du code.

5.1.3 Structure du Code

Le code est sectionné en plusieurs parties afin d'offrir une meilleure visibilité :

- **Main** : procédure principale qui appelle l'ensemble des routines nécessaires ;
- **Import** : regroupe toutes les procédures d'imports ;
- **Fonctions** : regroupe toutes les fonctions nécessaires aux différents calculs ainsi qu'à la fiabilité de la base de données ;
- **Calculs & Projections** : *risque-neutralisation*, calculs préalables et projection ;
- **Export** : procédures d'export des données.

S'assurer de la fiabilité des données est un travail long et fastidieux mais nécessaire. Celui-ci ne sera pas mis en avant dans ce mémoire bien qu'il ait occupé une grande partie du temps de développement.

iii. Horizon retenu dans les différents modèles *Afi-Esca*

5.2 Projection des invariants par *risque-neutralisation*

Avant d'expliciter les mécaniques mises en place pour la projection en univers risque-neutre, nous allons d'abord traiter tout ce qui est nécessaire à la projection obligataire et qui sera invariant quelle que soit la méthode de *risque-neutralisation* retenue, puis nous reviendrons sur chacune des méthodes un peu plus en détail.

Obligation à taux fixes (TF) et titres participatifs TP

Dans le cadre d'une obligation à taux fixe (TF), les coupons sont constants quelle que soit l'année de versement i :

$$\forall i, C_i = C$$

Il est à noter que les titres participatifs (TP) sont traités comme des obligations à taux fixes dans le modèle obligataire. La modélisation de ces dernières est plus simple mais la valeur de marché est de fait plus sensible aux taux que les obligations à taux variables.

Obligation à taux variables (TV)

Dans le cadre d'une obligation à taux variables (TV), les coupons sont déterminés selon la date de calcul, le scénario économique, l'évolution de l'indice dont ils dépendent et l'éventuel *spread* défini lors de l'achat de l'obligation.

Ainsi :

$$\forall i, C_i = f\left(t_{sr_{i,t}}^k, Indice, k, sp\right)$$

où :

- sp : *spread* ;
- k : numéro du scénario ;
- *Indice* : indice sur lequel les coupons de l'obligation se calculent (*Euribor*, *TEC*, *CMS*) ;
- $t_{sr_{i,t}}^k$: taux zéro-coupon de l'année i et du scénario k projeté en date t .

Afin de modéliser les coupons des obligations à taux variables indexés sur des indices tels que les *Euribors* ou *CMS*, le modèle requiert la courbe des taux *spots* tout au long de la projection.

La modélisation des taux variables se fait selon plusieurs indices différents :

- l'indice *Euribor* 3, 6 et 12 mois ;
- l'indice *CMS* X ans, où X est une estimation de la durée de l'actif à la date de calcul, sur la base de l'information disponible. Par défaut, cette valeur est mise à 10.

D'une façon générale, pour une obligation indexée sur X années, à chaque date t et pour chaque scénario k la projection est réalisée de la manière suivante.

A l'aide de la courbe des taux zéro-coupons *spots* de l'année t et celles de l'année $t + 1$ du scénario k , la projection des coupons de l'obligation en question est obtenue par interpolation linéaire des projections précédentes :

$$taux\ facial_{i,t,k} = \min\left(Cap; \max\left(Floor; TxIndice_{i,t,k} + Spread\right)\right)$$

où :

- Cap : taux plafond ;
- $Floor$: taux plancher ;
- $taux\ facial_{i,t,k}$: taux facial du coupon de l'année de projection i ($\forall i > t$) évalué à la date t pour le scénario k ;
- $TxIndice_{i,t,k}$: taux basé sur l'indice de l'obligation de l'année de projection i ($\forall i > t$) évalué à la date t pour le scénario k déduite par interpolation linéaire ;
- $TxZC_{i,t,k}^{Xans}$: taux zéro-coupon $Xans$ à l'année de projection i ($\forall i > t$) calculé à l'aide de la courbe des taux de la date t simulé pour le scénario k ;
- $Spread$: *spread* à l'achat de l'obligation.

En suivant la logique décrite ci-dessus les *Euribors* et les *CMSX* sont calculés à partir de la courbe des taux *spots* de la façon suivante :

Les *Euribors*

$$\forall m \in \{3, 6, 12\}, \forall i \in \mathbb{N}, \forall k \in \{1, \dots, 4999\},$$

$$Euribor(i, m, k, t) = \frac{\left(i + \frac{m}{12}\right) * \left(\left(1 - \frac{m}{12}\right) * t_{sr,i,t}^k + \frac{m}{12} * t_{sr,i,t+1}^k\right) - i * t_{sr,i,t}^k}{\frac{m}{12}}$$

où :

- m : 3 mois, 6 mois ou 12 mois ;
- i : année de projection ;
- t : date de calcul ;
- $t_{sr,i,t}^k$: taux zéro-coupon de l'année i et du scénario k projeté en date t .

Les *CMSX*

$$\forall X \in \{1, \dots, 20\}, \forall i \in \mathbb{N}, z = \min(20, X)$$

$$CMS(i, z, k, t) = \frac{(i + z) * t_{sr,i,t+z}^k - i * t_{sr,i,t}^k}{z}$$

où :

- z : 1 à 20 ans ;
- i : année de calcul ;
- t : date de calcul ;
- $t_{sr,i,t}^k$: taux zéro-coupon de l'année i et du scénario k projeté en date t .

Nous en déduisons ainsi, pour une évaluation à la date t , le coupon de l'année i ($\forall i > t$) pour le scénario k :

$$C_{i,k,t} = Nominal \times taux\ facial_{i,t,k}$$

Obligation à taux fixe puis à taux variable (TV/TF) et inversement (TF/TV)

Les obligations à taux fixes puis taux variables (TV/TF) et inversement (TF/TV) sont des obligations qui mélangent les deux modélisations. Pour évaluer les coupons, nous calculons deux types de taux faciaux : un fixe et un variable en employant exactement les mêmes méthodes que ci-dessus.

Soit l'événement A et son complémentaire A^c ,

$$A = \{i \leq NbFluxTransition\} \iff A^c = \{i > NbFluxTransition\}$$

Coupons pour une obligation TV/TF

$$C_{i,k,t} = Nominal \times (taux\ facial^{fixe} * \mathbb{I}_A + taux\ facial_{i,t,k}^{variable} * \mathbb{I}_{A^c})$$

Coupons pour une obligation TF/TV

$$C_{i,k,t} = Nominal \times (taux\ facial^{fixe} * \mathbb{I}_{A^c} + taux\ facial_{i,t,k}^{variable} * \mathbb{I}_A)$$

où :

- k : scénario ;
- i : année de calcul ;
- t : date de calcul ;
- $NbFluxTransition$: nombre de flux de la date de calcul t à la date de transition.

Nous avons ainsi montré comment sont calculés les coupons pour tous les types d'obligations présents dans le portefeuille d'Afi-Esca.

Calcul de la duration et de la sensibilité

Dans le cadre de l'évaluation du risque de *spread*, des chocs sont appliqués par l'intermédiaire d'une fonction linéaire dépendant de la *duration modifiée*, c'est à dire de la duration de *Maccaulay* qui correspond à la sensibilité.

La duration est calculée à la date de valorisation avec la formule suivante :

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n t_i * F_i * e^{-t_i t_{m_i}}}{\sum_{i=1}^n F_i * e^{-t_i t_{m_i}}}$$

$$\approx \frac{\sum_{i=1}^n (i - 1 + \alpha) * C_i * e^{-(i-1+\alpha)t_{m_i}} + (n - 1 + \alpha) * R * e^{-(n-1+\alpha)t_{m_n}}}{\sum_{i=1}^n C_i * e^{-(i-1+\alpha)t_{m_i}} + R * e^{-(n-1+\alpha)t_{m_n}}}$$

La sensibilité est déduite selon la formule :

$$S = \frac{D}{1 + t_a^{VM}}$$

Il est à noter que la sensibilité calculée est la sensibilité de taux. Elle est égale à la duration modifiée dans le cas des obligations TF et nous faisons l'approximation dans le cas des obligations TV en calculant la duration sur la base de coupons évalués à partir des courbes de l'EIOPA.

De plus, pour obtenir cette sensibilité nous avons dû estimer le taux actuariel de la VM de l'obligation de la manière suivante :

$$t_a^{VM} := \left\{ t \in \mathbb{R} \middle/ \sum_{i=1}^n C_i * e^{-t*(i+\alpha)} + R * e^{-t*(n+\alpha)} = VM.CC_{31/12/N} \right\}$$

Cette équation n'étant pas inversible pour trouver la valeur du taux actuariel selon une formule mathématique fermée, une estimation paramétrique est conduite par solveur.

Calcul du taux actuariel comptable à la date de valorisation

Pour la projection des valeurs comptables (VC), il est nécessaire de déterminer le taux actuariel^{iv} (t_a), et ce-dernier est solution de l'équation suivante :

$$t_a^{VC} := \left\{ t \in \mathbb{R} \left/ \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+t)^{i+\alpha}} + \frac{R}{(1+t)^{n+\alpha}} = VNC_{31/12/N} + PDD_{31/12/N} \right. \right\}$$

Cette équation n'étant pas inversible pour trouver la valeur du taux actuariel selon une formule mathématique fermée, une estimation paramétrique est conduite par solveur.

Projection de la valeur comptable (VC) hors PDD

La projection de la valeur comptable se fait via la formule actuarielle de surcote/décote (méthode académique) lorsque l'obligation est sujette à la surcote/décote (**R.343-9**) et lorsque l'obligation est à taux fixe :

$$\forall i, VC_{31/12/N+i} = \sum_{j=i+1}^{n-i} \frac{C_j}{(1+t_a^{VC})^{j+\alpha}} + \frac{R}{(1+t_a^{VC})^{n-i+\alpha}}$$

Lorsque l'obligation est sujette à la surcote/décote mais est en revanche une obligation à taux variable la méthode utilisée est la méthode linéaire détaillée en Annexe dans la Section 7.

5.3 Projection en univers *risque-neutre* hors OPCVM

Les exigences réglementaires nous amènent à évaluer tous les actifs en valeur de marché et en univers *risque-neutre*, principalement parce que la provision *Best Estimate* est calculée en univers *risque-neutre*.

$$VM_{31/12/N}^{calcul} = \sum_{i=1}^n C_i * e^{-(i-1+\alpha)t_{m_i}} + R * e^{-(n-1+\alpha)t_{m_n}}$$

où :

- i : est l'année de calcul ;
- α : est le facteur *prorata temporis* lié au fait que les coupons tombent en cours d'année (estimé en nombre de jours) ;
- t_{m_i} : est le taux zéro coupon à horizon i fourni par l'EIOPA ;
- C_i : est le coupon de l'année i ;
- R : est la valeur de remboursement.

Cependant, lorsqu'on évalue les actifs en univers *risque-neutre* avec les courbes de taux d'intérêts fournis par le GSE, un écart doit être corrigé ($VM_{31/12/N}^{calcul} \neq VM_{31/12/N}^{reel}$) afin de pouvoir effectuer des projections cohérentes et d'assurer la continuité entre les valeurs réelles et la projection en univers *risque-neutre*.

Cet écart est lié notamment au *spread* de crédit de l'actif issu du risque de crédit implicite considéré par le marché.

Nous présenterons dans ce mémoire trois méthodes de *risque-neutralisation* qui ont été implémentées.

- projection à l'aide du *Facteur K* : utilisation d'une « prime de risque » ;
- projection à l'aide du *Facteur K_{CR}* : coefficient sur coupons et valeur de remboursement ;
- projection à l'aide du *Facteur K_R* : coefficient sur valeur de remboursement.

iv. Parfois, cette information peut être fournie par le service financier, mais si ce n'est pas le cas, il faut le recalculer.

5.3.1 Projection à l'aide du Facteur K : prime de risque

Calcul du Facteur K

Dans un premier temps, nous considérons la prime de risque (Facteur K) égale au *spread* moyen de marché déterminé à partir de la formule suivante :

$$\begin{cases} VM_{31/12/N}^{reelle} = \sum_{i=1}^n C_i * e^{-(i-1+\alpha)K} * e^{-(i-1+\alpha)t_{sr_i}} + R * e^{-(n-1+\alpha)K} * e^{-(n-1+\alpha)t_{sr_n}} \\ \forall i, t_{m_i} = t_{sr_i} + K \end{cases}$$

En d'autres termes, le Facteur K est solution de l'équation suivante :

$$K := \left\{ k \in \mathbb{R} / \sum_{i=1}^n C_i * e^{-(k+t_{sr_i})*(i+\alpha)} + R * e^{-(k+t_{sr_n})*(n+\alpha)} = VM.CC_{31/12/N} \right\}$$

où : $VM.CC_{31/12/N}$ est la valeur de marché de l'obligation coupon couru inclus au 31/12/N.

L'estimation du *spread* moyen de marché est réalisée pour chaque ligne d'obligation du portefeuille détenue à la date de clôture. L'équation n'étant pas inversible pour trouver la valeur du Facteur K selon une formule mathématique fermée, une estimation est conduite par solveur.

Pour les calculs de neutralisation de la prime de risque, on suppose que ce *spread* moyen de marché est constant quelle que soit la maturité.

Projection de la valeur de marché (VM)

Le générateur de scénarios économiques simule des scénarios de *spread* de rating A et BBB. On suppose que l'évolution du *spread* de crédit des obligations AAA est nulle. On assimile l'évolution des *spread* de crédit des obligations AA et A à celle du *spread* A simulé dans le générateur de scénarios économiques. Le *spread* de crédit du reste des obligations suit l'évolution des *spreads* de crédit de rating BBB.

En résumé, pour chaque date j et scénario k de projection le *spread* utilisé pour la projection de la valeur de marché dépend du rating de la façon suivante :

$$\forall j > 0, \forall k > 0, spread_{j,k} = \begin{cases} 0 & ; \text{ si rating} \in \{AAA\} \\ spread_{j,k}^A & ; \text{ si rating} \in \{AA, A\} \\ spread_{j,k}^{BBB} & ; \text{ si rating} \notin \{AAA, AA, A\} \end{cases}$$

Pour chaque scénario k et date i , la valeur de marché se projettera comme suit :

$$\begin{cases} VM_{31/12/N+i} = \left(\sum_{j=1}^{n-i} C_{j,k} * e^{-(j-1+\alpha)tx_{m_{j,k}^i}} + R * e^{-(n-i-1+\alpha)tx_{m_{j,k}^i}} \right) * e^{-Ki} \\ tx_{m_{j,k}^i} = tx_{sr_{j,k}^i} + S_{j,k} \end{cases}$$

où :

$tx_{sr_{j,k}^i}$: taux sans risque j années de la courbe des taux de la date i du scénario k

$$\forall j > 0, \begin{cases} S_{0,k} = K \\ S_{j,k} = S_{j-1,k} + \Delta spread_{j,k} \end{cases} \iff \begin{cases} S_{0,k} = K \\ S_{j,k} = K + \overbrace{spread_{j,k} - spread_{0,k}}^{\Delta spread_{0 \rightarrow j,k}} \end{cases}$$

car en effet, $\Delta spread_{j,k} = spread_{j,k} - spread_{j-1,k}$ représente la variation du *spread* de crédit entre la date $j - 1$ et j pour le scénario k .

Le dernier élément e^{-Ki} est une option permettant de dégrèver dans une première approche la valeur de marché par les sorties probables d'actifs en portefeuille liées aux défauts potentiels durant les i premières années.

Projection des Flux

En univers *risque-neutre* les flux sont supposés égaux à :

$$Flux_i^{\mathbb{Q}} = Flux_i \times e^{-Ki} = \left(C_i + \overbrace{R \times \mathbb{I}_{\{i=n\}}}^{\text{Remboursement a maturite}} \right) \times e^{-Ki}$$

Ces flux sont cohérents avec la valeur de marché et l'univers *risque-neutre*. En effet, l'actualisation de ces flux à partir de la courbe des taux sans risque permet bien de retrouver la valeur de marché.

5.3.2 Projection à l'aide du Facteur K_{CR} : coupons et remboursement

Calcul du Facteur K_{CR}

Dans un premier temps, nous considérons la « prime de risque » (Facteur K_{CR}) égale au « *spread* moyen » de marché déterminé à partir de la formule suivante :

$$\begin{cases} VM_{31/12/N}^{reelle} = K_{CR} \times \left(\sum_{i=1}^n C_i * e^{-(i-1+\alpha)t_{sr_i}} + R * e^{-(n-1+\alpha)t_{sr_n}} \right) \\ \forall i, t_{m_i} = t_{sr_i} \end{cases}$$

En d'autres termes, le Facteur K_{CR} est solution de l'équation suivante :

$$K_{CR} := \left\{ k \in \mathbb{R} / k \times \left(\sum_{i=1}^n C_i * e^{-t_{sr_i} * (i+\alpha)} + R * e^{-t_{sr_n} * (n+\alpha)} \right) = VM.CC_{31/12/N} \right\}$$

L'estimation du *spread* moyen de marché est réalisée pour chaque ligne d'obligation du portefeuille détenue à la date de clôture. Cette équation est inversible pour trouver le Facteur K_{CR} selon une formule mathématique fermée. L'avantage de cette méthode c'est qu'elle est peu coûteuse en temps de calcul et plus facile à mettre en place.

Pour les calculs de neutralisation de la prime de risque, on suppose que ce *spread* moyen de marché est constant quelle que soit la maturité.

Projection de la valeur de marché (VM)

Le *spread* étant calculé comme pour le facteur K , pour chaque scénario k date i , la valeur de marché est projetée comme suit :

$$\begin{cases} VM_{31/12/N+i} = \left(\sum_{j=i+1}^{n-i} C_j * e^{-(j-1+\alpha)tx_{m_{j,k}^i}} + R * e^{-(n-i-1+\alpha)tx_{m_{j,k}^i}} \right) \times K_{CR} \\ tx_{m_{t,k}^i} = tx_{sr_{t,k}^i} + S_{t,k} \end{cases}$$

où :

$tx_{sr_{t,k}^i}$: taux sans risque t années de la courbe des taux de la date i du scénario k

Projection des Flux

En univers *risque-neutre* avec le Facteur K_{CR} les flux sont supposés égaux à :

$$Flux_i^{\mathbb{Q}} = Flux_i \times K_{CR} = \left(C_i + \overbrace{R \times \mathbb{I}_{\{i=n\}}}^{\text{Remboursement a maturite}} \right) \times K_{CR}$$

Ces flux sont cohérents avec la valeur de marché et l'univers risque neutre. En effet, l'actualisation de ces flux à partir de la courbe des taux sans risque permet bien de retrouver la valeur de marché.

5.3.3 Projection à l'aide du Facteur K_R : remboursement

Calcul du Facteur K_R

Dans un premier temps, nous considérons la prime de risque (Facteur K_R) égale au *spread* de marché appliqué sur la valeur de remboursement, déterminée à partir de la formule suivante :

$$\begin{cases} VM_{31/12/N}^{reelle} = \sum_{i=1}^n C_i * e^{-(i-1+\alpha)t_{sr_i}} + K_R \times R * e^{-(n-1+\alpha)t_{sr_n}} \\ \forall i, t_{m_i} = t_{sr_i} \end{cases}$$

En d'autres termes, le Facteur K_R est solution de l'équation suivante :

$$K_R := \left\{ k \in \mathbb{R} \left/ \sum_{i=1}^n C_i * e^{-t_{sr_i} * (i+\alpha)} + k \times R * e^{-t_{sr_n} * (n+\alpha)} = VM.CC_{31/12/N} \right. \right\}$$

L'estimation de ce *spread* est réalisée pour chaque ligne d'obligation du portefeuille détenue à la date de clôture. Cette équation est inversible pour trouver le Facteur K_R selon une formule mathématique fermée. L'avantage de cette méthode c'est qu'elle est peu coûteuse en temps de calcul et plus facile à mettre en place.

Pour les calculs de neutralisation de la prime de risque, on suppose que ce *spread* est constant quelle que soit la maturité.

Projection de la valeur de marché (VM)

Le *spread* étant calculé comme pour le facteur K , pour chaque scénario k date i , la valeur de marché est projetée comme suit :

$$\begin{cases} VM_{31/12/N+i} = \sum_{j=i+1}^{n-i} C_j * e^{-(j-1+\alpha)tx_{m_{j,k}^i}} + K_R \times R * e^{-(n-i-1+\alpha)tx_{m_{j,k}^i}} \\ tx_{m_{t,k}^i} = tx_{sr_{t,k}^i} + S_{t,k} \end{cases}$$

où :

$tx_{sr_{t,k}^i}$: taux sans risque t années de la courbe des taux de la date i du scénario k

Projection des Flux

En univers *risque-neutre* avec le Facteur K_R les flux sont supposés égaux à :

$$Flux_i^{\mathbb{Q}} = \left(C_i + \overbrace{K_R \times R \times \mathbb{I}_{\{i=n\}}}^{\text{Remboursement a maturite}} \right)$$

Ces flux sont cohérents avec la valeur de marché et l'univers risque neutre. En effet, l'actualisation de ces flux à partir de la courbe des taux sans risque permet bien de retrouver la valeur de marché.

5.3.4 Provision pour dépréciation durable

Une provision pour dépréciation durable PDD est déterminée pour chaque obligation relevant de l'article **R.343-10** (anciennement **R.333-20**) si à la date i une moins-value latente supérieure à 20 % de la valeur d'achat est constatée.

La provision pour dépréciation durable à la date i pour l'ensemble du portefeuille est donnée par la formule suivante :

$$PDD_i = \sum_{j=1}^{\text{nombre d'obligation}} (VC_{i,j} - VM_{i,j}) \times \mathbb{I}_{\{VM_{i,j} < 0,8 * VC_{i,j}\}} \times \mathbb{I}_{\{R.343-10\}}$$

La PDD sera différente selon la méthode de *risque-neutralisation* retenue, en revanche le calcul détaillée ci-dessus ne diffère pas.

5.3.5 Produits financiers

Les produits financiers pour l'année i et le scénario k sont donnés par l'intermédiaire de la formule suivante :

$$\text{Produits financiers}_{i,k} = VC_{i,k} - VC_{i-1,k} + Flux_{i,k}$$

De même, les produits financiers seront différents d'une méthode à une autre mais la méthode de calcul ne diffère pas.

Il est à noter que les produits financiers ont une incidence directe sur la participation aux bénéfices (PB) modélisée dans l' ALM , et nous voyons clairement que l'évolution des flux peut avoir une incidence sur celles des produits financiers.

Ainsi, la méthode de *risque-neutralisation* retenue aura une influence sur la PB .

5.4 Projection des OPCVM en univers risque-neutre

Approche par la sensibilité

Les informations sur les $OPCVM$ sont très difficiles à obtenir, lorsque la transparence est partiellement réalisée, la deuxième méthode de calcul du choc de taux d'intérêt mentionnée dans le Chapitre 2 est employée, c'est à dire : l'**approche par la sensibilité**.

La sensibilité S_{OPCVM} se déduit de la manière suivante :

$$S_{OPCVM} = \frac{D_{OPCVM}}{1 + TxActVM_{OPCVM}}$$

$$TxActVM_{OPCVM} = \left(1 - (D_{OPCVM} - \lfloor D_{OPCVM} \rfloor)\right) \times t_{sr} + (D_{OPCVM} - \lfloor D_{OPCVM} \rfloor) \times t_{sr}$$

où :

- t_{sr} : taux sans risque au 31/12/N ;
- D_{OPCVM} : Duration de l' $OPCVM$;
- $TxActVM_{OPCVM}$: taux qui nous permet de passer de la duration à la sensibilité.

La valeur comptable quant à elle est supposée toujours constante : $\forall t, VNC_{31/12/N+t} = VNC_{31/12/N}$.

Afin d'évaluer la valeur de marché à l'aide de l'**approche par la sensibilité** il est nécessaire de calculer au préalable le $TxDur_{j,k}$ via la formule suivante :

$$TxDur_{j,k} = \left(1 - (D_{OPCVM} - \lfloor D_{OPCVM} \rfloor)\right) \times tx_{m_{j,k}^{\lfloor D_{OPCVM} \rfloor}} + (D_{OPCVM} - \lfloor D_{OPCVM} \rfloor) \times tx_{m_{j,k}^{\lfloor D_{OPCVM} \rfloor + 1}} \quad (5.1)$$

La valeur de marché de l'obligation pour le scénario k à la date j sera :

$$VM_{j,k}^{OPCVM} = VM_{31/12/N}^{OPCVM} \times \left(1 - S_{OPCVM} \times (TxDur_{j,k} - TxActVM_{OPCVM})\right)$$

où :

- $TxDur_{j,k}$: taux permettant de passer d'une durée à une sensibilité pour le scénario k à la date j ;
- $VM_{31/12/N}^{OPCVM}$: valeur de marché de l'*OPCVM* au 31/12/N ;
- $VM_{j,k}^{OPCVM}$: valeur de marché de l'*OPCVM* projeté au 31/12/N + j pour le scénario k .

Les *OPCVM* sont projetés avec la méthode présentée ci-dessus. Cette méthode ne fait apparaître ni le Facteur K ni le facteur K_{CR} . Elle reste donc inchangée quelle que soit la méthode de *risque-neutralisation* choisie.

Nous allons dès à présent comparer les résultats obtenus avec les différentes méthodes de *risque-neutralisation* présentées.

5.5 Comparaison des *risque-neutralisations*

Afin de bien saisir les différentes méthodes de *risque-neutralisation*, nous allons présenter pour chacune l'évolution de la valeur de marché et des taux faciaux sur une obligation de chaque type (Comparaison locale) ainsi qu'une comparaison sur la somme de tout le portefeuille obligataire (Comparaison globale).

Lors du développement nous avons choisi de mettre la méthode du facteur K_R de côté car la surpondération de la valeur de remboursement implique une discontinuité des flux, des problèmes de lissage et une interprétation économique difficile.

Pour les comparaisons qui suivent la troisième méthode correspond à la méthode du facteur K à laquelle on a ajouté une probabilité de défaut dépendante de ce dernier.

De plus, toutes les valeurs calculées sur le scénario moyen sont présentées sous forme de pourcentage sur la valeur de remboursement dans l'objectif de faciliter la comparaison.

5.5.1 Comparaison locale

Obligation à taux fixe

Taux Facial	1,25%
Date Terme	27/05/2036
Nominal × Quantité	17000 K€
VM.CC	16975 K€
Type	TF
Facteur K	0,14%
Facteur K_{CR}	97,78%
Rating	AAA

TABLE 5.1 – Caractéristiques de l'obligation TF

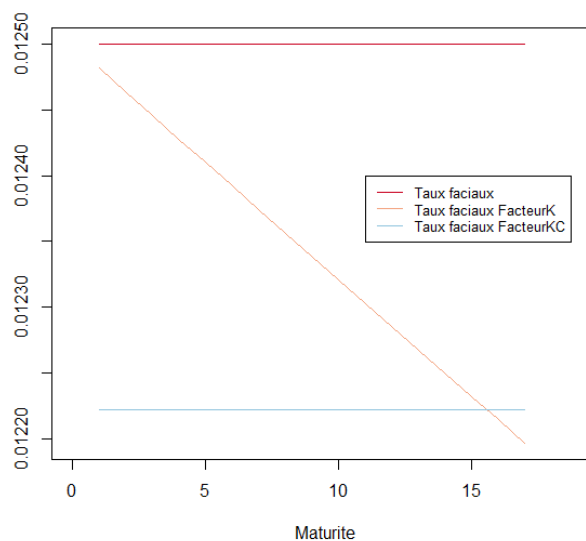


FIGURE 5.2 – Évolution des taux faciaux de l'obligation TF

Le facteur K et K_{CR} correspondent à une prime de risque moyenne. En effet pour une obligation notée AAA il y a une cohérence entre la notation et la prime de risque associée : le facteur K est faible et le facteur K_{CR} est élevé.

La méthode facteur K_{CR} translate l'ensemble des flux avec le coefficient adapté.

La méthode facteur K diminue la valeur des taux faciaux au cours du temps, ici exceptionnellement de façon linéaire :

$$\forall 0 \leq K \ll 1, e^{-Kt} \approx 1 - Kt$$

Quelle que soit la méthode employée, les valeurs de marché se rapprochent de la valeur de remboursement à échéance, entre la date de calcul et l'échéance la valeur de marché marque une sensibilité à la courbe de taux très prononcée.

En effet, l'obligation à taux fixe (TF) contrairement à l'obligation à taux variable, n'est pas immunisée contre un risque de taux d'intérêt.

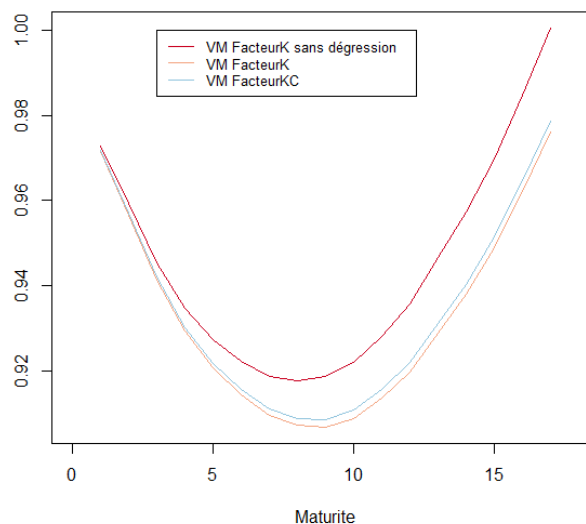


FIGURE 5.3 – Évolution de la VM (échelle réduite) TF

Obligation à taux variable

Indice	CMS_{10}
Date Terme	17/12/2038
Nominal × Quantité	50000 K€
VM.CC	50050 K€
Type	TV
Facteur K	0,67%
Facteur K_{CR}	89,04%
Rating	AAA
Spread	0,00%

TABLE 5.2 – Caractéristiques de l'obligation TV

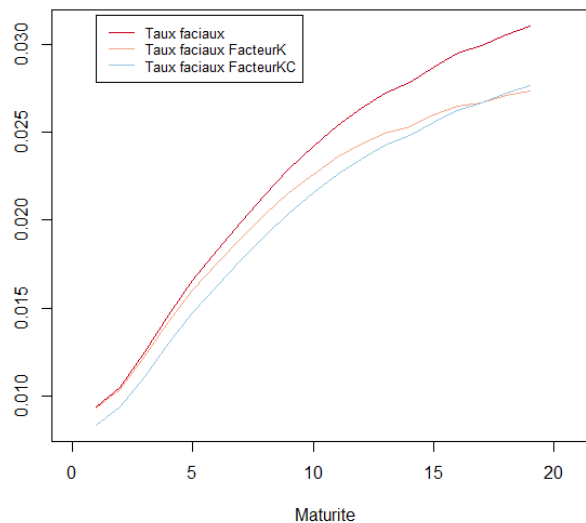


FIGURE 5.4 – Évolution des taux faciaux de l'obligation TV

Contrairement à l'obligation à taux fixe, ici la cohérence entre la notation et la prime de risque est un peu moins respectée car les obligations à taux variables sont plus difficile à modéliser.

Les taux faciaux calculés et calibrés sur la courbe EIOPA au 31/12/2018, augmentent au cours du temps.

Les valeurs de marché se retrouvent logiquement moins sensibles aux courbes de taux, la tendance est ainsi conservée.

La méthode facteur K ne contenant pas le facteur dégressif e^{-Kt} appliqué aux valeurs de marché se distingue des deux autres méthodes. En effet, lorsque le facteur K n'intervient que sur l'actualisation, l'augmentation de la courbe de taux au cours du temps finit par compenser la prime de risque. L'obligation se retrouve dans cette méthode à la fois couverte contre le risque de taux et de défaut.

Cette dernière calculée en 0 n'inclut pas l'information nécessaire en cas de défaut ultérieur après survie à une date donnée.

La méthode facteur K sans facteur dégressif présente ainsi une faille.

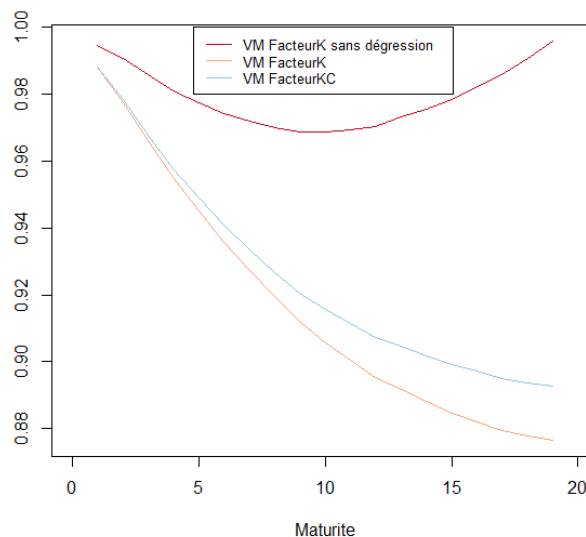


FIGURE 5.5 – Évolution de la VM (échelle réduite) TV

Obligation à taux fixe puis taux variable

Taux Facial	3,37%
Indice	E_{12m}
Date Transition	10/06/2027
Date Terme	01/01/2079
Nominal × Quantité	26850 K€
VM.CC	27694 K€
Type	TV/TF
Facteur K	2,98%
Facteur K_{CR}	48,87%
Rating	AA
Spread	3,10%

TABLE 5.3 – Caractéristiques de l'obligation TV/TF

Cette obligation à taux fixe puis variable compose les deux types d'obligations tant sur l'aspect sensibilité à la courbe des taux qu'à la cohérence avec les notations.

Il est à noter qu'après discussion avec le service financier, leur expérience du marché leur a montré que la plupart des émetteurs d'obligation à taux fixe puis variable rachète le titre afin de maximiser leurs gains.

Ils rachètent à la date de *Call* correspondant à la date de transition, au moment où nous pouvons observer le changement abrupt des courbes toutes méthodes confondues.

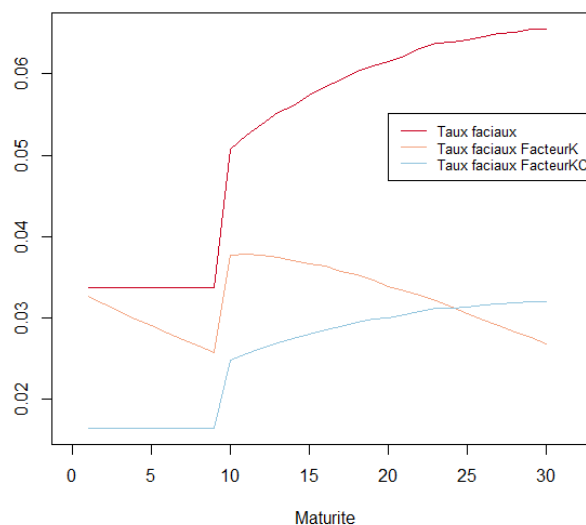


FIGURE 5.6 – Évolution des taux faciaux de l'obligation TV/TF

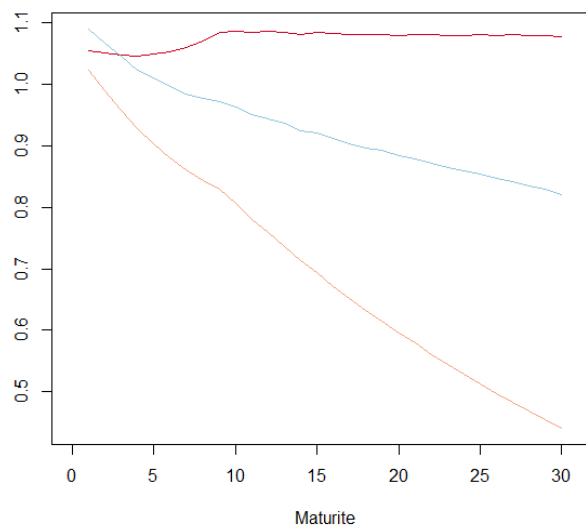


FIGURE 5.7 – Évolution de la VM (échelle réduite) TV/TF

5.5.2 Comparaison globale

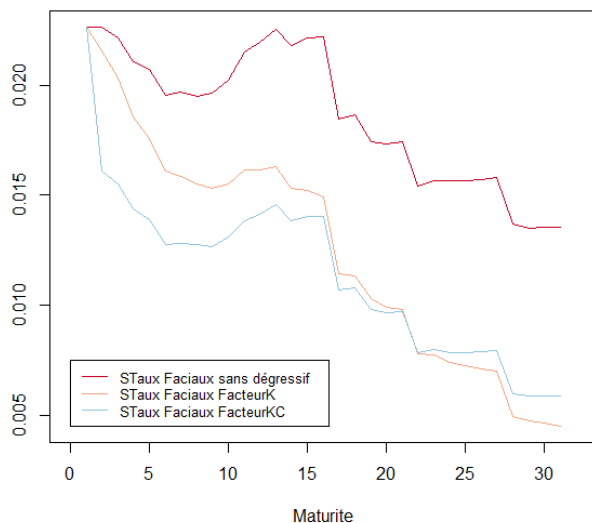


FIGURE 5.8 – Évolution des Taux Faciaux moyens en fonction des trois méthodes

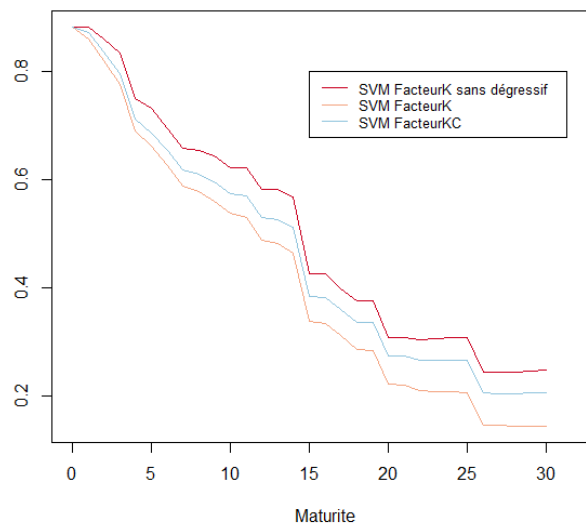


FIGURE 5.9 – Évolution de la VM totale en fonction des trois méthodes (échelle réduite)

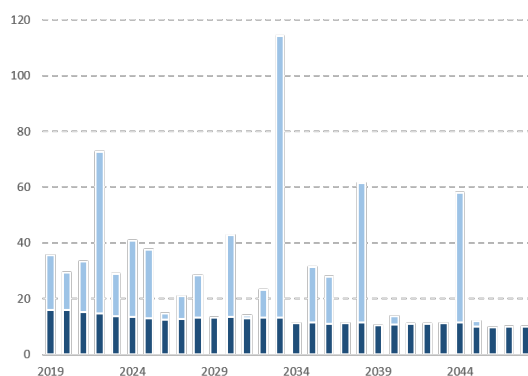


FIGURE 5.10 – Évolution des Flux futurs sans *risque-neutralisation* (en M€) : Coupon & Remboursement

D'un point de vue global, nous nous apercevons aussi bien pour les taux faciaux que pour les valeurs de marché, que les chutes abruptes sont dues à l'extinction du portefeuille donc au remboursement de certaines obligations.

Les taux faciaux globaux augmentent parfois car les taux faciaux des obligations variables sont calculés à partir de la courbe *EIOPA* qui est croissante. Si dans le portefeuille il n'y avait que des obligations à taux fixe (ou que nous ayons modélisé toutes les obligations variables comme des obligations à taux fixe), nous aurions alors une fonction en escalier décroissante due à l'extinction du portefeuille.

Comme nous l'attendions les valeurs de marché décroissent au cours du temps c'est en adéquation avec la vision *run-off* de Solvabilité 2.

Nous observons en effet trois trajectoires distinctes pour trois façons différentes d'aborder la prime de risque.

Le facteur K_{CR} est la méthode retenue présentant plusieurs avantages à pondérer avec les résultats sur les différents *SCR* calculés en 0 :

- temps de calcul réduit, en effet cette méthode ne nécessite pas de *solveur* ;
- cette méthode est plus lisible et donc plus facilement auditable.

5.6 Comparaison des résultats en 0

Afin de se faire une première idée de l'incidence des méthodes de *risque-neutralisation* nous allons tout d'abord expliciter l'incidence des méthodes dans le cadre du calcul des *SCR* Hausse, Baisse et Spread sur les obligations détenues dans le portefeuille.

Les calculs ont été réalisés à deux dates le 31/12/2018 et le 31/08/2019, afin de nous permettre de mesurer la sensibilité des méthodes de *risque-neutralisation* à la courbe des taux.

En effet, la courbe des taux entre ces deux dates a beaucoup évolué au vu de la persistance des taux négatifs sur le marché.

5.6.1 Portefeuille obligataire

SCR_{Spread}	Facteur K	Facteur K_{CR}
31/12/2018	87,3 M€	94,5 M€
31/08/2019	92,2 M€	99,3 M€

TABLE 5.4 – SCR_{Spread} au 31/12/2018 et au 31/08/2019

Le *SCR Spread* TABLE 5.4 dans le cadre du facteur K passe de 87,3 M€ à 92,2 M€, alors que dans le cadre du facteur K_{CR} passe de 94,5 M€ à 99,3 M€.

Malgré une différence entre les deux méthodes de *risque-neutralisation* d'environ 5 M€, la sensibilité au changement de courbe de taux diffère à peine entre les deux méthodes dans le cadre de ce risque.

SCR_{Hausse}	Facteur K	Facteur K_{CR}
31/12/2018	21,4 M€	35,0 M€
31/08/2019	23,1 M€	39,8 M€

TABLE 5.5 – SCR_{Hausse} au 31/12/2018 et au 31/08/2019

Le *SCR Hausse* TABLE 5.5 dans le cadre du facteur K passe de 21,4 M€ à 23,1 M€, alors que dans le cadre du facteur K_{CR} passe de 35,0 M€ à 39,8 M€.

Le *SCR Hausse* diffère ainsi entre les méthodes aussi bien en termes de sensibilité qu'en termes de valeur.

SCR_{Baisse}	Facteur K	Facteur K_{CR}
31/12/2018	-1,6 M€	-10,1 M€
31/08/2019	1,6 M€	-3,4 M€

TABLE 5.6 – SCR_{Baisse} au 31/12/2018 et au 31/08/2019

Le *SCR Baisse* TABLE 5.6 dans le cadre du facteur K passe de -1,6 M€ à 1,6 M€, alors que dans le cadre du facteur K_{CR} passe de -10,1 M€ à -3,4 M€.

Le *SCR Baisse* diffère ainsi entre les méthodes aussi bien en termes de sensibilité qu'en termes de valeur.

La *risque-neutralisation* obtenue à l'aide du facteur K relativement à celle du facteur K_{CR} surpasse la valeur de remboursement. En conséquence, la méthode facteur K_{CR} est moins impactée par la présence d'obligation à taux variable au sein du portefeuille.

Il est à noter que dans le cadre de la formule standard, entre le choc des taux d'intérêt à la hausse et à la baisse, nous retenons le plus pénalisant. Même si d'un premier coup d'œil le *SCR* à la hausse paraît le plus pénalisant et le *SCR* à la baisse le plus avantageux, le *SCR* retenu est le choc des taux à la baisse après interaction actif passif.

En effet, dans le cadre de la formule standard les chocs s'appliquent à tout le bilan, et dans le cadre de la baisse des taux les engagements sont beaucoup plus pénalisants en terme de *SCR* que dans le cadre de la hausse des taux, à un tel point que l'actif même si il évolue en sens contraire ne parvient pas à compenser les écarts.

Ainsi à première vue, le facteur K_{CR} est plus avantageux que le facteur K dans le cadre du choc de taux (choc à la baisse) en revanche dans le cadre du risque de spread c'est l'inverse.

Nous pouvons dès lors remarquer que l'objectif d'harmonisation d'évaluation des risques préconisé par le référentiel Solvabilité 2. En effet, les méthodes de *risque-neutralisation* ne sont pas spécifiées dans le cadre de la formule standard et peuvent donner des résultats bien différents. Nous pourrions donc avoir sur le marché deux assurances ayant le même portefeuille et pourtant dans le cadre de la formule standard aboutir à un *SCR* marché bien différent.

5.6.2 Selon le type

Sensibilité du *SCR* par type d'obligation aux différentes méthodes de *risque-neutralisation*.

FIGURE 5.11 – *SCR* Baisse classé par type

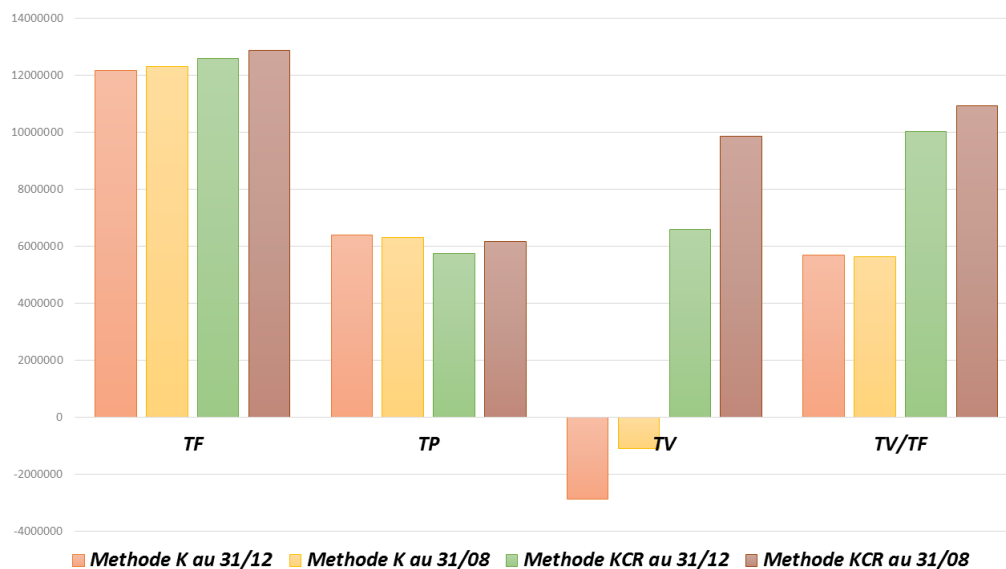


FIGURE 5.12 – *SCR* Hausse classé par type

Les obligations à taux variables ont pour principal objectif d'absorber le risque de taux d'intérêts, dans le cadre du choc des taux d'intérêt à la baisse aussi bien le facteur K que le facteur K_{CR} répondent à ce critère. Néanmoins l'absorption du risque de taux d'intérêts diffère d'une *risque-neutralisation* à une autre du fait de leur méthodologie.

En Annexe dans la Section 7 sont présentées les trois procédures principales codées en *R*, qui permettent en partie de mettre en exergue les difficultés rencontrées et les solutions proposées.

5.7 Difficultés rencontrées & solutions

5.7.1 Cristallisation

Lors de la projection en univers *risque-neutre* il est nécessaire de projeter jusqu'à l'horizon déterminé les valeurs de marché et les valeurs comptables. Pour ce faire, il est nécessaire d'actualiser les coupons jusqu'à échéance de l'obligation.

Le *GSE* met à disposition des courbes de taux zéro-coupon pour les 4999 scénarios sur 30 ans pour

30 années de projection. Ceci implique que pour un horizon dépassant 30 ans ou pour une obligation ayant une date d'échéance supérieure à 30 ans de la date N à laquelle les calculs sont effectués nous nous trouvons face à un manque d'informations.

Pour remédier à ce problème on effectue une cristallisation des données pour ces cas limites. Ce qui revient à reproduire la dernière courbe connue afin de pouvoir effectuer les calculs et de ne pas rencontrer d'erreurs pendant la phase de compilation du programme. Ces étapes-là sont résumées sur la FIGURE 5.13 ci-dessous.

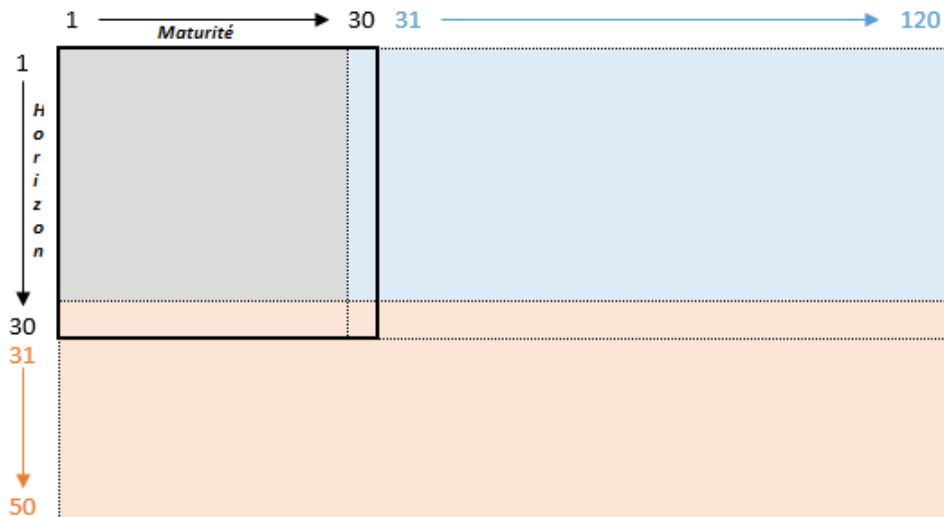


FIGURE 5.13 – Cristallisation des données du GSE

Nous avons détaillé la mise en place de la cristallisation des données pour les courbes zéro-coupon, mais cette procédure a été reproduite sur toutes les informations fournies par le GSE (Spread, taux courts,...)

5.7.2 Qualité des bases de données

Avant de lancer le moindre calcul, nous avons dû nous assurer de la fiabilité des données. Un travail sur la qualité et l'homogénéisation des données a dû être effectué à plusieurs reprises, afin que toutes les procédures puissent fonctionner et limiter le risque d'erreur.

5.7.3 Les solveurs

Certains calculs ont nécessité la mise en place de *solveur* pour leurs réalisations car les équations n'étant pas inversibles nous avons dû recourir à un algorithme de résolution d'équation.

Auparavant, le modèle était codé en VBA et l'algorithme utilisé à ce moment-là était une **dichotomie** efficace certes mais pas le plus rapide ni le plus adéquat à ce type de calcul.

En effet, nos fonctions sont des fractions rationnelles de type :

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \text{ avec } P(x) = \sum_{i=1}^n a_i x^i \text{ et } Q(x) = \sum_{j=1}^d a_j x^j.$$

Nos fonctions étant strictement décroissantes, changeant de signe et convexe, l'algorithme le plus adapté est donc celui de *Newton-Raphson*. C'est celui que nous avons utilisé en R avec l'aide du *package* : **multiroot**.

5.7.4 Optimisation

Afin de tester la rapidité entre deux procédures nous avons utilisé les **packages** « **profvis** » et « **benchmark** ».

A l'aide des sorties *R* obtenues (voir ci-dessous), nous pouvons ainsi juger en moyenne la vitesse d'une procédure sur un nombre d'essai prédéterminé à l'avance ainsi que mesurer sa robustesse.

Les résultats se présentent de la sorte :

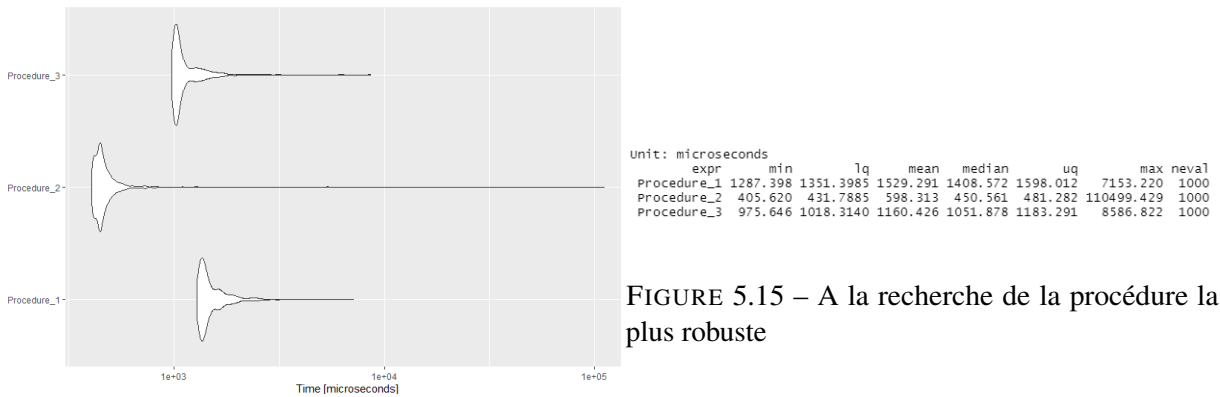


FIGURE 5.15 – A la recherche de la procédure la plus robuste

FIGURE 5.14 – A la recherche de la procédure la plus rapide

5.7.5 Les Valeurs de marché

Afin d'assurer la projection des valeurs de marché des obligations en univers *risque-neutre*, le modèle obligataire projette les taux faciaux des différentes obligations.

Pour chaque date *t* de projection, il est nécessaire d'avoir les taux faciaux des *i* années suivantes jusqu'à échéance de l'obligation pour pouvoir calculer la valeur de marché à la date *t* de l'obligation en question. Afin d'y arriver, nous avons développé en *R* une fonction qui imbrique en réalité trois fonctions (présenté en Annexe dans la Section 7).

Le modèle obligataire a nécessité environ 10000 lignes de code.

Nous allons présenter maintenant les contributions « opérationnelles » réalisées à l'aide du modèle obligataire pour *Afi-Esca*.

Chapitre 6

Contribution « opérationnelle » pour Afi-Esca

Dans cette partie nous détaillerons les contributions « opérationnelles » réalisées pour *Afi-Esca*, à partir du nouveau modèle obligataire.

6.1 Impact de la clause de revoyure de la Formule Standard sur le SCR de taux

6.1.1 Nouvelle méthodologie

Dans le cadre de la clause de revoyure Solvabilité 2, dont l'entrée en vigueur est prévue pour le 1^{er} janvier 2020, l'évaluation du *SCR* de taux sera refondue. La méthode proposée pour définir les courbes stressées évolue et celle-ci conjuguera désormais une variation relative couplée à un choc additif.

Dans la majorité des cas, les impacts sont sensiblement plus importants que dans la configuration actuelle surtout en ce qui concerne le choc à la baisse. Pour le scénario à la hausse des taux et pour des horizons très éloignés, les chocs peuvent être légèrement inférieurs au calibrage actuel.

Au global, le nouveau paramétrage des chocs de taux sera donc plus pénalisant que le calibrage actuel pour la majorité des assureurs. Dans son rapport de février 2018, l'*EIOPA* mentionne que pour l'assurance vie, l'application de la nouvelle méthodologie aurait pour conséquence une dégradation du ratio de solvabilité de 14 points en moyenne (ce ratio baisserait de 216 % à 202 % si le paramétrage proposé était appliqué).

Les nouvelles courbes présentées sur la FIGURE 6.2 ont été déduites à partir du nouveau paramétrage.

Pour le scénario à la hausse, la Courbe *Up* est définie par :

$$r^{Up}(m) = r(m) \times (1 + s^{Up}(m)) + b^{Up}(m)$$

Pour le scénario à la baisse, la Courbe *Down* est définie par :

$$r^{Down}(m) = r(m) \times (1 - s^{Down}(m)) - b^{Down}(m)$$

où :

$r^{Up}(m)$, $r^{Down}(m)$, $s^{Up}(m)$, $b^{Up}(m)$, $r^{Down}(m)$, $s^{Down}(m)$, $b^{Down}(m)$ sont des vecteurs fournis dans le tableau, suivant :

6.1. IMPACT DE LA CLAUSE DE REVOYURE DE LA FORMULE STANDARD SUR LE SCR DE TAUX

Maturité (m)	Vecteur s Up	Vecteur b Up	Vecteur s Down	Vecteur b Down
1	61%	2,14%	58%	1,16%
2	53%	1,86%	51%	0,99%
3	49%	1,72%	44%	0,83%
4	46%	1,61%	40%	0,74%
5	45%	1,58%	40%	0,71%
6	41%	1,44%	38%	0,67%
7	37%	1,30%	37%	0,63%
8	34%	1,19%	38%	0,62%
9	32%	1,12%	39%	0,61%
10	30%	1,05%	40%	0,61%
11	30%	1,05%	41%	0,60%
12	30%	1,05%	42%	0,60%
13	30%	1,05%	43%	0,59%
14	29%	1,02%	44%	0,58%
15	28%	0,98%	45%	0,57%
16	28%	0,98%	47%	0,56%
17	27%	0,95%	48%	0,55%
18	26%	0,91%	49%	0,54%
19	26%	0,91%	49%	0,52%
20	25%	0,88%	50%	0,50%
60	22%	0%	33%	0%
90	20%	0%	20%	0%

FIGURE 6.1 – Préconisations de l’EIOPA pour les chocs de taux d’intérêt - Source EIOPA

Les valeurs du **vecteur s** sont interpolées entre 20 et 60 ans et entre 60 et 90 ans. Les valeurs du **vecteur b** sont interpolées linéairement entre 20 et 60 ans et sont nulles au-delà de 60 ans.

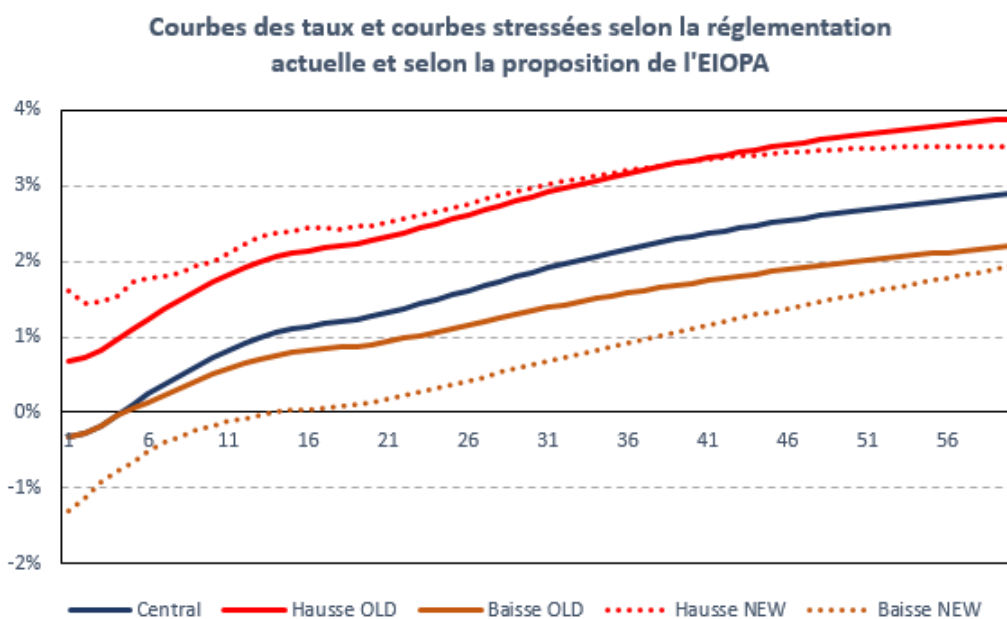


FIGURE 6.2 – Les futures courbes de taux au 31/12/2018

6.1.2 Sensibilité du portefeuille obligataire

SCR_{Hausse}	Facteur K	Facteur K_{CR}
old	21,4 M€	35,0 M€
new	32,5 M€	47,1 M€

TABLE 6.1 – SCR_{Hausse} au 31/12/2018 avec la nouvelle et ancienne méthode

Le SCR Hausse TABLE 6.1 dans le cadre du facteur K passe de 21,4 M€ à 32,5 M€, alors que dans le cadre du facteur K_{CR} passe de 35,0 M€ à 47,1 M€.

Le SCR Hausse diffère ainsi entre les méthodes aussi bien en termes de sensibilité qu'en termes de valeur.

SCR_{Baisse}	Facteur K	Facteur K_{CR}
old	-1,6 M€	-10,1 M€
new	-18,6 M€	-40,9 M€

TABLE 6.2 – SCR_{Baisse} au 31/12/2018 avec la nouvelle et ancienne méthode

Le SCR Baisse TABLE 6.2 dans le cadre du facteur K passe de -1,6 M€ à -18,6 M€, alors que dans le cadre du facteur K_{CR} passe de -10,1 M€ à -40,9 M€.

Le SCR Baisse diffère ainsi entre les méthodes aussi bien en termes de sensibilité qu'en termes de valeur.

Il est à noter que dans le cadre de la formule standard, le SCR retenu est le choc des taux à la baisse.

Ainsi au niveau du portefeuille obligataire la nouvelle méthode de calcul préconisée par l'EIOPA a un impact positif. En revanche, au passif du bilan les engagements augmenteront aussi de façon très conséquente. Afin de pouvoir mesurer l'impact sur ces derniers il faudrait un nouveau GSE intégrant les nouveaux chocs.

6.1.3 Selon le type

Sensibilité du SCR par type d'obligation aux différentes méthodes de *risque-neutralisation*.

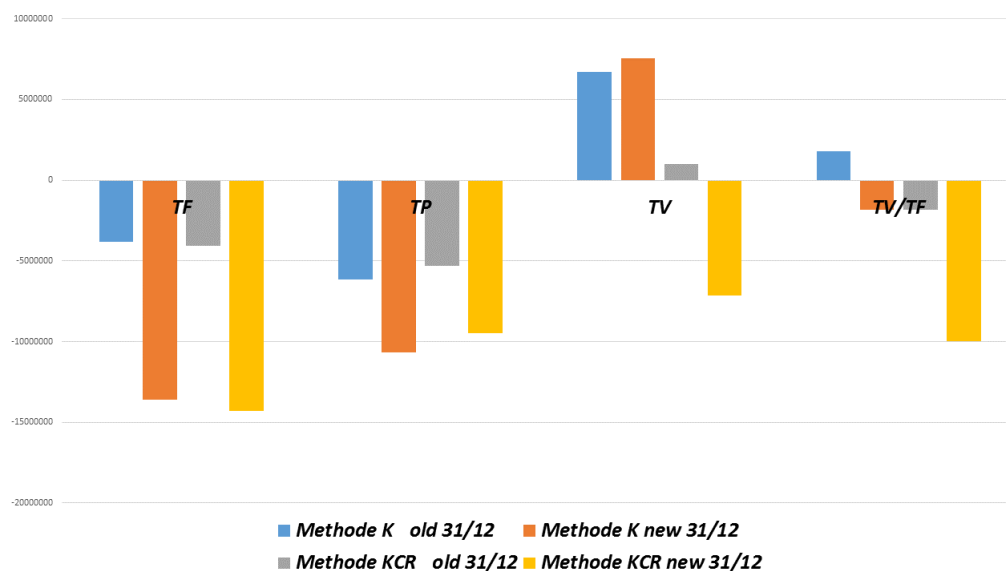


FIGURE 6.3 – SCR Baisse classé par type

Lorsque le SCR est négatif cela signifie que la valeur de marché a augmenté suite au choc appliqué.

6.2. UTILISATION DU NOUVEAU MODÈLE POUR MESURER LES IMPACTS D'UNE NOUVELLE ALLOCATION D'ACTIFS SUR L'ENTITÉ AFI-ESCA IARD

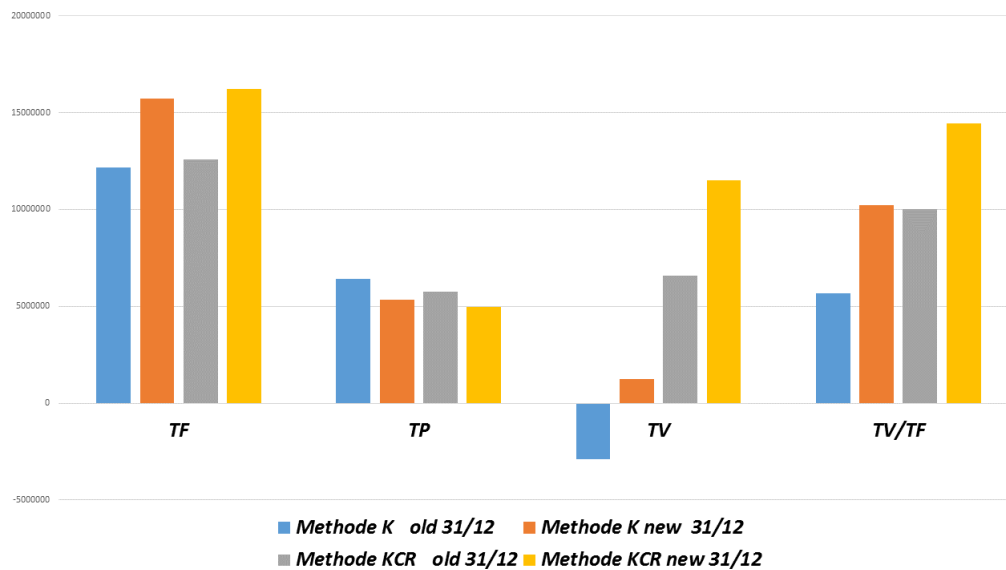


FIGURE 6.4 – SCR Hausse classé par type

Grâce au nouveau modèle l'impact a pu être mesuré très rapidement et a ainsi pu être présenté lors du Comité Risque.

6.2 Utilisation du nouveau modèle pour mesurer les impacts d'une nouvelle allocation d'actifs sur l'entité *Afi-Esca IARD*

6.2.1 Mission

Lors de mon alternance, j'ai eu l'opportunité de participer à un « comité investissement » qui présentait la stratégie financière de l'entité *Afi-Esca IARD* qui consistait à sensiblement modifier l'allocation d'actifs en quelques semaines afin de prendre plus de risque dans la mesure où le ratio de *SCR* est suffisamment élevé au 31/12/2018 (373 %).

On m'a chargé de mesurer l'impact de l'achat des nouvelles obligations sur le ratio de solvabilité. Grâce au nouvel outil développé, nous avons pu réaliser les calculs demandés quasi-instantanément sur le portefeuille obligataire et ensuite alimenter le modèle Pilier 1 pour estimer l'impact sur le *SCR* et donc le ratio.

6.2.2 Options retenues définies par la Direction

Afin de simplifier les calculs, il a été décidé de conserver le niveau de fonds propres économiques ainsi que les courbes de taux *EIOPA* au 31/12/2018. Par ailleurs, deux estimations du risque de *spread* ont été réalisées. Une conforme aux spécifications techniques de la Formule Standard qui utilise la sensibilité et une autre plus prudente qui utilise les durations ce qui a pour effet de majorer le risque.

6.2.3 Portefeuille obligataire

Portefeuille au 30/06/2019					
N° Ligne	ISIN	Libellé	Nominal	VM initiale	Rating
1	XS1843441491	ADLER 1.5% 17/04/2022	200 000	202 957	BB
2	XS1799611642	AXA 3.25% 28/05/2029 - TV 28/05/2049	500 000	553 294	BBB
3	FR0013233426	BOLLORE 2% 25/01/2022	200 000	206 376	Non Rate
4	FR0011301480	CASINO 4.407% 06/08/2019	100 000	103 537	B
5	FR0013222551	KLESIA 5.375% 08/12/2026	200 000	217 467	Non Rate
6	XS1560991637	LOUIS DREYFUS 4% 07/02/2022	300 000	318 378	Non Rate
7	FR0013301942	ORPEA 2.2% 15/12/2024	200 000	198 947	Non Rate
8	XS1733942178	PICARD FRN 30/11/2023	200 000	190 319	B
9	FR0013426376	SPIE 2.625% 18/06/2026	200 000	205 389	BB
10	XS1209185161	TELECOM ITALIA 1.125% 26/03/2022	500 000	495 153	BB
11	IARD00008001	TSDI AFI EUROPE	1 300 000	1 311 732	AAA
12	XS0897406814	ZURICH FINANCIAL 4,25% 02/10/2023 - TV 02/10/2043	500 000	591 274	A

Portefeuille au 31/12/2018					
N° Ligne	ISIN	Libellé	Nominal	VM initiale	Rating
1	FR0013131877	OAT 0.5% 25/05/2026	2 340 000	2 379 367	AAA
2	IARD00008001	TSDI AFI EUROPE	1 300 000	1 300 000	AAA

FIGURE 6.5 – Évolution du portefeuille obligataire de *Afi-Esca IARD* entre le 31/12/2018 et 30/06/2019

Au 30/06/2019, l'obligation d'état *FR0013131877* a été vendue et onze nouvelles obligations ont été achetées. Le *TSDI* a pour sa part été conservé.

6.2.4 Résultats

Le tableau ci-après présente les *SCR* de taux (hausse et baisse) et de *spread* pour chaque titre obtenus à l'aide de la méthode facteur K_{CR} .

SCR					
N° Ligne	ISIN	Risq. Hausse	Risq. Baisse	Risq. Spread (1)	Risq. Spread (2)
1	XS1843441491	6 378	0	28 908	35 252
2	XS1799611642	46 277	-11 422	99 784	104 587
3	FR0013233426	5 982	0	18 024	23 687
4	FR0011301480	616	0	4 598	7 678
5	FR0013222551	13 905	-2 336	37 920	38 135
6	XS1560991637	9 008	0	26 738	35 015
7	FR0013301942	10 831	-1 073	31 593	31 729
8	XS1733942178	8 545	-381	63 419	64 547
9	FR0013426376	13 321	-2 384	54 562	63 241
10	XS1209185161	15 370	0	69 419	86 167
11	IARD00008001	313 281	-261 823	218 897	235 679
12	XS0897406814	25 273	-1 109	36 204	38 211
TOTAL		468 786	-280 528	690 065	763 926

FIGURE 6.6 – *SCR* de taux (hausse & baisse) et de *spread*

6.2. UTILISATION DU NOUVEAU MODÈLE POUR MESURER LES IMPACTS D'UNE NOUVELLE ALLOCATION D'ACTIFS SUR L'ENTITÉ AFI-ESCA IARD

Après alimentation dans le modèle Pilier 1 nous obtenons les résultats suivants.

	juin-19	déc-18	Var.
SCR taux	449	475	-5%
SCR actions	0	0	0%
SCR immobilier	0	0	0%
SCR spread	764	236	224%
SCR change	0	0	0%
SCR concentration	75	47	61%
Total Marché	1 288	757	70%
<i>Diversif. Intra</i>	<i>-399</i>	<i>-225</i>	<i>77%</i>
SCR Marché	889	532	67%
SCR Défaut	112	112	0%
SCR Santé	71	71	0%
SCR Non-Vie	779	779	0%
SCR Opérationnel	67	67	0%
Total	1 919	1 562	23%
<i>Diversif. Inter</i>	<i>-461</i>	<i>-374</i>	<i>23%</i>
SCR	1 458	1 188	23%

FIGURE 6.7 – Évolution du SCR d'Afi-Esca IARD entre le 31/12/2018 et 30/06/2019

Le **risque de taux** est légèrement plus faible qu'auparavant (-5 %). En effet, l'exposition en valeur de marché est proche de celle du 31/12/2018 et l'obligation d'état vendue avait une sensibilité au taux importante.

En revanche, le **risque de spread** augmente sensiblement dans la mesure où seul le *TSDI* était soumis au risque de *spread* au 31/12/2018. Celui-ci est multiplié par 3,24 ce qui n'est pas surprenant dans la mesure où l'obligation d'état de 2,4 M€ a été vendue au profit d'obligations *corporate* moins bien notées et qui entrent de fait toutes dans le *scope*ⁱ du risque de *spread*.

Le **risque de concentration** se détériore également (+61 %) mais reste marginal d'autant qu'il se diversifie fortement via la matrice de corrélations des risques. En définitive, le **SCR de marché** augmente de 357 K€ soit +67 %, ce qui aboutit à un SCR de +271 K€ soit +23 %.

Notons que les bénéfices de diversification intra-modulaire (pour le risque de marché) et inter-modulaires s'améliorent mécaniquement.

Toutes choses égales par ailleurs, le **ratio de solvabilité** perd 69 % pour atteindre 304 % contre 373 % auparavant.

i. Champ d'application

6.3 Une meilleure utilisation du logiciel R

La création de cet outil a permis de faire la promotion du logiciel *R* qui était auparavant peu utilisé par *Afi-Esca*. Le travail a donc été d'autant plus challengeant.

Le code *R* est interprété, c'est-à-dire qu'il requiert un autre programme **l'interprète** pour que ses commandes soient exécutées. Par opposition, les programmes de langages **compilés**, comme le **C** ou le **C++**, sont d'abord convertis en code machine par le compilateur puis directement exécutés par l'ordinateurⁱⁱ.

Le langage *R* est particulièrement puissant pour les applications mathématiques et statistiques (et donc actuarielles) puisque précisément développé dans ce but. Parmi ses caractéristiques particulièrement intéressantes, on note :

- langage basé sur la notion de vecteur, ce qui simplifie les calculs mathématiques et réduit considérablement le recours aux structures itératives (boucles `for`, `while`, etc.);
- pas de typage ni de déclaration obligatoire des variables;
- programmes courts, en général quelques lignes de code seulement (plus lisible et facilitant la piste d'audit);
- temps de développement plus court;
- organisation et traitement des volumes importants de données de manière rapide et flexible;
- création des graphiques paramétrables afin de pouvoir mieux visualiser le résultat de vos analyses;
- entièrement gratuit et sous licence *GPL*, ce qui permet de télécharger les sources et les modifier.

Le langage *R* est riche et a ainsi ses propres défis de programmation. En effet, passer d'une structure itérative à un langage « vectorisé » n'est pas toujours évident (*VBA* → *R*, par exemple). De plus, *R* fonctionne principalement sur la mémoire vive de l'ordinateur et est donc limité en termes d'espace de stockage, la vitesse de la procédure est étroitement liée à la taille des informations stockée dans le code *R*.

6.4 Meilleure satisfaction des exigences « qualitatives » réglementaires

L'outil développé et exposé dans ce mémoire est très réactif, il a la capacité de s'adapter et de fonctionner pour chaque société d'assurance du Groupe Burrus. Auparavant, des modèles indépendants avaient été développés pour chaque entité.

Grâce à la création de cet outil, le langage de programmation *R* a pu faire ses preuves au sein d'*Afi-Esca* et va pouvoir ainsi s'utiliser dans d'autres services voire dans d'autres structures du Groupe .

Le traitement des nouvelles bases de données va pouvoir se stabiliser et s'homogénéiser, tant dans la documentation que dans les processus de construction de la base d'actifs en partenariat avec la Direction des investissements et la Comptabilité Titre.

En définitive, ce nouvel outil permet de satisfaire les exigences du Pilier 1 en opérant les calculs et de répondre plus efficacement au Pilier 3 dans le cadre du *reporting* prudentiel.

ii. Autrement dit avec *R*, il n'est pas possible de plaider l'attente de la fin de la phase de compilation pour perdre son temps au travail.

Chapitre 7

Conclusion

Dans le contexte d'évolution permanente de la norme prudentielle solvabilité 2, *Afi-Esca* a mis en place un modèle *ALM* et s'est fixé l'objectif de le rendre suffisamment flexible et rapide afin de répondre efficacement aux exigences réglementaires. Celui-ci dépend des résultats du modèle de projection du portefeuille obligataire qui nécessitait une revue complète et une implémentation plus structurée.

Dans cette démarche d'amélioration, le modèle obligataire initial développé en *VBA* a fait l'objet d'une refonte et a été migré sur le logiciel *R*.

Étant donné le poids important du *SCR* de marché et précisément des *SCR* de taux et *spread*, disposer d'un outil de projection robuste et précis constitue un réel enjeu stratégique.

L'objet d'étude était de présenter les étapes de construction de la base obligataire en intégrant les *OPCVM* de taux transparisés, de détailler différentes possibilités de risque-neutralisation et de présenter la méthodologie de projection des titres à travers les différents scénarios.

Cette étude a permis de répondre à la plupart des objectifs :

- une nouvelle méthode de *risque-neutralisation* a été développée ;
- la projection des valeurs de marché et des produits financiers associés a été améliorée voire corrigée pour certains titres ;
- les *SCR* sont calculés de façon plus précise notamment grâce à la mise en transparence des *OPCVM* de taux et une meilleure prise en compte des obligations à taux variable ;
- les fichiers générés pour le modèle *ALM* sont désormais plus complets et mieux segmentés ;
- l'utilisation du logiciel *R* a permis de gagner en visibilité dans l'enchaînement des traitements ainsi qu'en capacité de stockage des informations.

Néanmoins, les travaux effectués avaient également un objectif d'accélérer significativement les procédures, et ce dernier n'a pas pu être complètement atteint, notamment en raison de la volonté de stocker bien plus d'informations sur les simulations qu'auparavant.

Il reste toutefois deux pistes à explorer qui permettraient d'optimiser le code *R*. Paralléliser les calculs sur une machine multi-cœurs ou éventuellement utiliser le langage *C++* pour s'accommoder du travail de transcription réalisé par *R* en permanence.

En outre, il faut désormais analyser l'impact du nouveau modèle obligataire sur le bilan prudentiel et le ratio de solvabilité en réitérant par exemple une clôture au 31/12/2018 sur la base des nouveaux résultats obtenus.

D'un point de vue purement opérationnel l'outil développé a déjà permis de répondre à des demandes de la Direction telles que :

- la mesure de l'impact sur le ratio de Solvabilité de l'achat de nouvelles obligations pour *Afi-Esca IARD* ;
- l'estimation du nouveau *SCR* de taux (avant interactions actif-passif) faisant suite aux nouvelles préconisations de l'*EIOPA*.

A travers ce mémoire, nous avons pu constater que les méthodes de *risque-neutralisation* ne sont pas explicitement spécifiées par le régulateur.

En effet, la projection des valeurs de marché et des flux est sensible à l'option retenue, ce qui conduit à des *Best Estimate* et des *SCR* pouvant être différents.

Cela suggère qu'une forme d'arbitrage est possible sur la *risque-neutralisation* du portefeuille obligataire. Cette observation est de fait fortement contradictoire avec les principes de transparence et d'homogénéisation des méthodes préconisés par le référentiel Solvabilité 2.

Table des figures

1.1	Organigramme partiel d' <i>Afi-Esca HOLDING SARL</i>	7
1.2	Allocation des actifs gérés (répartition en %, au 31/12/2018)	8
1.3	<i>SCR</i> bruts linéarisés par ordre d'importance	9
1.4	Bilan Prudentiel Solvabilité 2	11
2.1	Sous-modules du <i>SCR</i> marché au 31/12/2018 en K€	14
2.2	Courbes des taux sans risque <i>EIOPA</i> au 31/12/2018	16
2.3	Coefficients de choc par sensibilité et <i>CQS</i>	20
3.1	Architecture globale du modèle <i>ALM</i> d' <i>Afi-Esca</i>	23
3.2	Illustration du principe « <i>simulations sur la base d'un modèle déterministe</i> »	24
3.3	Illustration de la nappe de courbe de taux pour le scénario moyen	26
3.4	Illustration du principe : « Choc sur Bilan »	31
4.1	Architecture générale de la construction de la base obligataire	32
4.2	Composition du portefeuille en %, hors <i>OPCVM</i>	35
4.3	<i>VM</i> (en M€) classées par <i>Rating</i>	37
4.4	<i>VM</i> (en M€) classées par <i>Type</i>	37
5.1	Architecture globale du modèle Obligataire	41
5.2	Évolution des taux faciaux de l'obligation <i>TF</i>	52
5.3	Évolution de la <i>VM</i> (échelle réduite) <i>TF</i>	52
5.4	Évolution des taux faciaux de l'obligation <i>TV</i>	53
5.5	Évolution de la <i>VM</i> (échelle réduite) <i>TV</i>	53
5.6	Évolution des taux faciaux de l'obligation <i>TV/TF</i>	54
5.7	Évolution de la <i>VM</i> (échelle réduite) <i>TV/TF</i>	54
5.8	Évolution des Taux Faciaux moyens en fonction des trois méthodes	55
5.9	Évolution de la <i>VM</i> totale en fonction des trois méthodes (échelle réduite)	55
5.10	Évolution des Flux futurs sans <i>risque-neutralisation</i> (en M€) : Coupon & Remboursement	55
5.11	<i>SCR</i> Baisse classé par type	57
5.12	<i>SCR</i> Hausse classé par type	57
5.13	Cristallisation des données du <i>GSE</i>	58
5.14	A la recherche de la procédure la plus rapide	59
5.15	A la recherche de la procédure la plus robuste	59
6.1	Préconisations de l' <i>EIOPA</i> pour les chocs de taux d'intérêt - Source <i>EIOPA</i>	61
6.2	Les futures courbes de taux au 31/12/2018	61
6.3	<i>SCR</i> Baisse classé par type	62
6.4	<i>SCR</i> Hausse classé par type	63
6.5	Évolution du portefeuille obligataire de <i>Afi-Esca IARD</i> entre le 31/12/2018 et 30/06/2019	64
6.6	<i>SCR</i> de taux (hausse & baisse) et de <i>spread</i>	64
6.7	Évolution du <i>SCR</i> d' <i>Afi-Esca IARD</i> entre le 31/12/2018 et 30/06/2019	65

7.1	Différents facteurs d'actualisation	86
7.2	Chronique des « <i>Cash-Flows</i> » de notre exemple	90
7.3	Illustration du principe de <i>Flexing</i> 1	92

Liste des tableaux

1.1	Chiffre d'affaires (CA) par type d'activité au 31/12/2018.	9
1.2	Matrice de corrélations entre les modules de SCR - Source : <i>EIOPA-Article SCR.1.32</i> . . .	12
2.1	Matrice de corrélations entre les modules du SCR de marché - Source : <i>EIOPA</i>	15
2.2	Résumé des chocs SCR action- Source : <i>EIOPA</i>	17
2.3	Résumé du choc SCR immobilier - Source : <i>EIOPA</i>	18
2.4	Résumé de la segmentation à réaliser pour le calcul du SCR obligation	20
4.1	Champs fournis pour chaque obligation	33
4.2	Composition des OPCVM en VM	35
4.3	SCR de marché sur les OPCVM avec et sans transparisation	35
4.4	Analyse de la transparisation 2018 en M€	36
4.5	Champs fournis pour chaque OPCVM	36
4.6	Equivalent CQS pour trois agences de notation	38
5.1	Caractéristiques de l'obligation TF	52
5.2	Caractéristiques de l'obligation TV	53
5.3	Caractéristiques de l'obligation TV/TF	54
5.4	SCR_{Spread} au 31/12/2018 et au 31/08/2019	56
5.5	SCR_{Hausse} au 31/12/2018 et au 31/08/2019	56
5.6	SCR_{Baisse} au 31/12/2018 et au 31/08/2019	56
6.1	SCR_{Hausse} au 31/12/2018 avec la nouvelle et ancienne méthode	62
6.2	SCR_{Baisse} au 31/12/2018 avec la nouvelle et ancienne méthode	62
7.1	Quelques conseils en R	79
7.2	Illustration du principe de <i>Flexing 2</i>	92

Bibliographie

Livres

HULL, John (2017). *Options, futures et autres actifs dérivés 10^e édition*. France : Pearson.
LALEUF, Jean-Claude (2014). *Processus et intégrales stochastiques*. Paris : Ellipses.

Mémoires & Thèses

AHUMADA, Estelle (2018). “Traitement des obligations convertibles et des contrats à terme dans le calcul du SCR de marché”. MA thesis. Université de Strasbourg.
AQUINO, Marie (2015). “Projection de contrats en unités de compte dans le cadre de Solvabilité 2”. MA thesis. Université de Strasbourg.
BEUIL, Geoffroy (2010). “estimation du taux actualisation : cas particulier du très long terme”. MA thesis. EURIA.
BOLLOTTE, Florian (2017). “Impact du calibrage d’un Générateur de Scénarios Economiques et tests de scénarios risque neutre”. MA thesis. ISFA.
BRACH, Loïc (2016). “Allocation d’actifs sous contrainte de SCR”. MA thesis. ENSAE ParisTech.
EK, Ouk-Dom (2016). “Prise en compte du coût du SCR dans une étude ALM de choix d’allocation d’actifs optimale”. MA thesis. Université de Paris Dauphine.
FAUTH, Alexis (2015). “Modèles de Taux, Surface de Volatilité et Introduction au Risque de Crédit”. MA thesis. Université Lille I.
JOAO, Filipe AFONSO (2011). “Allocation stratégique d’actifs sous Solvabilité 2 dans le cadre de l’assurance vie”. MA thesis. ISFA.
LAMAZURE, Claire (2010). “Conséquences de la cinquième étude quantitative d’impact sur la provision Best Estimate et les exigences de capital d’un contrat d’épargne en euros”. MA thesis. Université de Paris Dauphine.
LE-PAGE, David (2000). “Risque de Défaut : Une Approche Intensité.” PhD thesis.
SAUZET, Rémy (2011). “Mesure des risques liés aux actifs dans le cadre de la gestion actif-passif d’une compagnie Prévoyance”. MA thesis. ISFA.

Autres

AFI-ESCA (2018). “RAPPORT ANNUEL”. In: *Documentation interne d’Afi-Esca*.
ASSET MANAGEMENT, ofi (31 décembre 2018). “Méthodologie de calcul du SCR marché”. In: *ofi Asset Management*.
AUTORITE-DES-NORMES-COMPTABLES (31 décembre 2016). “REGLEMENT N° 2015-11 du 26 novembre 2015 relatif aux comptes annuels des entreprises d’assurance”. In: *ANC*.
GROUPE-DE-TRAVAIL, « Best Estimate Liabilities Vie » (23 mai 2016). “Exemples de pratiques actuelles applicables au marché français membres”. In: *Institut des Actuaire (IA)*.

Cours

COUSIN, Areski (2018). “Modélisation Actuarielle”.
FALAKI, Leïla (2018). “Comptabilité Des Assurances”.
FRANCHI, J. (2017). “Cours de Calcul Stochastique”.

Webographie

ACPR (2019). URL: <https://acpr.banque-france.fr/lacpr.html>.
ARGUS-DE-L'ASSURANCE (2019). URL: <https://www.argusdelassurance.com>.
BANQUE-CENTRALE (2019). URL: <https://www.cbanque.com/bourse>.
BOURSORAMA (2019). URL: <https://www.boursorama.com/bourse>.
EIOPA (2019). URL: <https://eiopa.europa.eu>.
FFSA (2019). URL: <http://www.ffsa.fr>.
IFPASS (2018). URL: <https://www.ifpass.fr>.
OOREKA (2019). URL: <https://creation-entreprise.ooreka.fr>.
SERVICE-PUBLIC (2019). URL: <https://www.service-public.fr>.
TEEPI (2019). URL: <https://www.teepi.com>.

Annexes

Annexe 1

Textes réglementaires

Directive 2009/138/CE du Parlement Européen et du Conseil, 2009, Journal officiel de l'Union européenne.

Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la Commission du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (Solvabilité 2) Texte présentant de l'intérêt pour l'EEE.

Articles du Code des assurances

Article R332-1 (Modifié par DÉCRET n°2015-513 du 7 mai 2015 - art. 8) :

Les engagements réglementés mentionnés à l'article R. 331-1 doivent, à toute époque, être représentés par des actifs équivalents. Ces actifs doivent être localisés sur le territoire d'un Etat membre de l'Union Européenne. Les engagements pris dans une monnaie doivent être couverts par des actifs congruents, c'est-à-dire libellés ou réalisables dans cette monnaie.

Article R332-2 (Modifié par Décret n°2018-1004 du 19 novembre 2018 - art. 9) :

En application des dispositions de l'article R. 332-1 et sous réserve des dérogations prévues à ce même article, à l'article R. 332-1-1 ainsi qu'aux articles R. 332-3-3 à R. 332-10, les entreprises d'assurance mentionnées à l'article L. 310-3-2 représentent leurs engagements réglementés mentionnés à l'article R. 331-1 par les actifs suivants :

A.-Valeurs mobilières et titres assimilés ...

B.-Actifs immobiliers ...

C.-Prêts, dépôts et titres assimilés ...

D.-Dispositions communes :

Les intérêts courus des placements énumérés au présent article sont assimilés aux dits placements.

Lorsqu'un instrument financier à terme a été souscrit dans les conditions définies à l'article R. 332-45 et qu'il est lié à un titre ou à un groupe de titres de même nature, parmi ceux mentionnés au paragraphe A du présent article, les primes ou soultes versées ou reçues pour la mise en place de l'instrument sont assimilées audit titre ou groupe de titres de même nature, dans la limite de la part restant à amortir et, pour les primes ou soultes versées au titre d'opérations de gré à gré, du montant des garanties reçues dans les conditions de l'article R. 332-56.

Les actifs représentatifs des provisions techniques sont évalués nets des dettes contractées pour l'acquisition de ces mêmes actifs.

Les actifs donnés en garantie d'un engagement particulier ne sont pas admissibles en représentation des autres engagements. Par exception, les actifs remis en garantie d'opérations de taux sur instruments financiers à terme mentionnées aux articles R. 332-45 et R. 332-46 sont admis en représentation à hauteur des plus-values latentes enregistrées sur les actifs visés à l'article R. 343-9 auxquels ces instruments financiers à terme sont liés.

Article R343-9 (Créé par DÉCRET n°2015-513 du 7 mai 2015 - art. 9) :

Les valeurs amortissables énumérées aux 1°, 2°, 2° bis et 2° ter de l'article R. 332-2, autres que les obligations et les parts indexées les parts de fonds communs de créance et les titres participatifs sont inscrites à leur prix d'achat hors intérêts courus à la date d'acquisition. Les modalités de détermination de ce prix d'achat, de l'amortissement, sur la durée résiduelle des titres, de la différence entre leur prix d'achat et leur prix de remboursement ainsi que les modalités de dépréciation à constater à l'inventaire, lorsqu'il y a lieu de considérer que le débiteur ne sera pas en mesure de respecter ses engagements, soit pour le paiement des intérêts, soit pour le remboursement du principal, sont définies dans un règlement de l'Autorité des normes comptables.

Le présent article s'applique également aux obligations indexées sur le niveau général des prix d'un pays ou d'un ensemble de pays dont la devise est celle dans laquelle sont libellées ces obligations, avec garantie de remboursement au pair. Ces obligations sont soit émises par une personne morale de droit privé ayant son siège social sur le territoire d'un Etat membre de l'Organisation de coopération et de développement économiques et négociées sur un marché reconnu, soit émises ou garanties par un Etat, un organisme ou une collectivité publics mentionnés au 1° du A de l'article R. 332-2, soit celles dont le débiteur est un établissement public national de l'un des Etats membres de l'Union européenne.

Par dérogation aux dispositions des précédents alinéas, les obligations convertibles en actions, lorsqu'elles présentent à l'achat un taux actuariel négatif, ce taux étant calculé sans prise en compte de l'exercice de l'option, peuvent être comptabilisées conformément à l'article R. 343-10.

Article R343-10 (Créé par DÉCRET n°2015-513 du 7 mai 2015 - art. 9) :

A l'exception des valeurs inscrites conformément à l'article R. 343-9, les placements sont inscrits au bilan sur la base du prix d'achat ou de revient, hors intérêts courus le cas échéant. Les modalités de détermination de ce prix d'achat ou de revient ainsi que celles relatives à la détermination des dépréciations, lesquelles ne sont constatées que lorsqu'elles présentent un caractère durable, sont définies dans un règlement de l'autorité des normes comptables.

Fonctions principales codées en R

Taux facial pour une année, une date et un scénario donnés

```
1 TxF <- function(scenario , t , annee , Cap , Floor , Spread , TypeTFV ,
2 Indic_Calc , NbFlux , CbTaux){
3   Taux <- double(1)
4   a <- double(1)
5   if (Indic_Calc == 0){
6     return(a)
7   }else{
8     if (TypeTFV==1){ #Type.Taux.Variable=="E3m"
9       Taux <- Euriborm(annee,3,CbTaux[t,,scenario][ -1])
10    }else if (TypeTFV==2){ #Type.Taux.Variable=="E6m"
11      Taux <- Euriborm(annee,6,CbTaux[t,,scenario][ -1])
12    }else if (TypeTFV==3){ #Type.Taux.Variable=="E12m"
13      Taux <- Euriborm(annee,12,CbTaux[t,,scenario][ -1])
14    }else if (TypeTFV==4){ #Type.Taux.Variable=="TEC10"
15      Taux <- TEC10(annee,CbTaux[t,,scenario][ -1])
16    }else if (TypeTFV==5){ #Type.Taux.Variable=="CMS10"
17      Taux <- CMSz(annee,10,CbTaux[t,,scenario][ -1])
18    }else if (TypeTFV==6){ #Type.Taux.Variable=="CMSX"
19      z <- min(20,NbFlux - annee + 1)
20      Taux <- CMSz(annee,z,CbTaux[t,,scenario][ -1])
21    }else {
22      return(a)
23    }
24    if ((Cap==0)|| (is.na(Cap))) {return(max(Floor , Spread + Taux))}
25    }else{
26      return(min(Cap, max(Floor , Spread + Taux)))
27    }
28  }
29 }
```

Liste des taux faciaux jusqu'à échéance par date de calcul et scénario

```

1 TauxFaciauxESG <- function(Indic_Calc, Categ, Taux.Facial, NbFluxTrans, scenario, t,
2 Cap, Floor, Spread, TypeTFV, NbFlux, CbTaux) {
3   a <- 0
4   if ((Indic_Calc == 0) || (NbFlux-t <= 0)) {
5     return(a)
6   } else {
7     if (Categ == 1) {
8       TF <- double(NbFlux-t)
9       TF <- rep(Taux.Facial, NbFlux-t)
10      return(TF)
11    } else if (Categ == 2) {
12      TFV <- double(NbFlux-t)
13      TFV <- sapply(c(1:(NbFlux-t)), function(x) {
14        TxF(scenario=scenario, t=t, annee=x, Cap=Cap, Floor=Floor, Spread=Spread,
15          TypeTFV = TypeTFV, Indic_Calc = Indic_Calc, NbFlux=NbFlux, CbTaux=CbTaux)})
16      return(TFV)
17    } else if (Categ == 3) {
18      TF <- double(NbFlux-t)
19      TFV <- double(NbFlux-t)
20      TFV <- sapply(c(1:(NbFlux-t)), function(x) {
21        TxF(scenario=scenario, t=t, annee=x, Cap=Cap, Floor=Floor, Spread=Spread,
22          TypeTFV = TypeTFV, Indic_Calc = Indic_Calc, NbFlux=NbFlux, CbTaux=CbTaux)})
23      if (NbFluxTrans-t <= 0) {
24        TF <- TFV
25      } else {
26        TF <- c(rep(Taux.Facial, NbFluxTrans-t), TFV[c((NbFluxTrans-t+1):(NbFlux-t))])
27      }
28      return(TF)
29    } else if (Categ == 4) {
30      TF <- double(NbFlux-t)
31      TFV <- double(NbFlux-t)
32      TFV <- sapply(c(1:(NbFlux-t)), function(x) {
33        TxF(scenario=scenario, t=t, annee=x, Cap=Cap, Floor=Floor, Spread=Spread,
34          TypeTFV = TypeTFV, Indic_Calc = Indic_Calc, NbFlux=NbFlux, CbTaux=CbTaux)})
35      if (NbFluxTrans-t <= 0) {
36        TF <- rep(Taux.Facial, NbFlux-t)
37      } else {
38        TF <- c(TFV[c(1:(NbFluxTrans-t))], rep(Taux.Facial, NbFlux-NbFluxTrans))
39      }
40      return(TF)
41    } else if (Categ == 0) {
42      return(a)
43    }
44  }
45 }

```

Valeur de marché à une date pour une liste de taux facial

```

1 New_VM_Portefeuille <- function(t, Indic_Calc, VN, VR, Mat, TxF, TSR, K0, Stk,
  NombreFlux, PDD, VM, VNC, PAcq, alpha, AnneeDec){
2   if((Indic_Calc == 1)&(PAcq > 0)){
3     c <- AnneeDec
4     if((NombreFlux - t) > 1){
5       vec1 <- c(1:(NombreFlux-1-t))
6       vec2 <- c((NombreFlux-1-t):1)
7       vec3 <- vec2 + 1
8       CoursVM <- double(1)
9       CoursVM <- sum(TxF[vec2]*VN*exp(-(log(1+TSR[vec3])+Stk[t])*(c-vec1)),
10                    (TxF[NombreFlux-t]*VN + VR)*exp(-(log(1+TSR[NombreFlux-t+1])+
  Stk[t])*(c)))
11       return(CoursVM)
12     } else if ((NombreFlux - t) == 1) {
13       CoursVM <- double(1)
14       CoursVM <- (TxF[NombreFlux-t]*VN + VR)*exp(-(log(1+TSR[NombreFlux-t+1])+Stk[t]
  )*(c))
15       return(CoursVM)
16     } else {
17       return(0)
18     }
19   } else {
20     return(0)
21   }
22 }

```

Ci-dessous un tableau récapitulatif de quelques erreurs rencontrées et à éviter lorsqu'on utilise *R*, ainsi qu'une hiérarchisation de la vitesse de certaines procédures :

Type de procédure	Hiérarchie
Solveur	multroot > NewtonRaphson > Dichotomie
Structure conditionnelle	if > CaseWhen & if else < CaseWhen %in%
Structure conditionnelle	if else if > ifelse()
Structure itérative	Calcul vectoriel > Boucle
Import & conversion en DataTable	setDT(readcsv2()) > fread
Boolean	&& > &
Boolean	>
Fonction codée en C	row/col Sums & Means > sum & mean
Fonction imbriquées	anyNa(x) > any(is.na(x))
Fonction imbriquées	sort(x,decreasing=T) > rev(sort(x))
Stockage des informations	Array > DataTable > DataFrame

TABLE 7.1 – Quelques conseils en *R*

Annexe 2

Notions Mathématiques

Fonction indicatrice

$$\forall A \text{ un ensemble, } \mathbb{I}_{\{A\}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$

Définition mathématique l'opportunité d'arbitrage

L'opportunité d'arbitrage est une stratégie X telle que :

$$\forall X_0 \geq 0 \text{ et } \exists t \geq 0, \begin{cases} \mathbb{P}(X_t > X_0 B(0, t)) > 0 \\ \mathbb{P}(X_t < X_0 B(0, t)) = 0 \end{cases}$$

avec

$B(t, T)$: est la valeur en T d'une unité monétaire investie sur le compte Épargne en t .

Mouvement brownien ou processus de Wiener

Un **mouvement brownien** ou **processus de Wiener** est un processus sur un espace filtré $(\Omega, \mathcal{F}_t, \mathbb{P})$ adapté, continu, à valeurs vectorielles tel que :

- i) $B_0 = 0$ \mathbb{P} -presque sûrement sur Ω ,
- ii) $\forall s \leq t$, $B_t - B_s$ est indépendant de \mathcal{F}_s et de loi gaussienne centrée de variance $(t - s)I_d$

En conséquence, si l'on a une suite de réels $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < \inf$, la suite $(B_{t_i} - B_{t_{i-1}})_{i \geq 1}$ est un vecteur gaussien centré de matrice variance-covariance diagonale, de diagonale $(t_i - t_{i-1})$. On dit que B est un **processus à accroissements indépendant**.

Lemme d'Itô

Soient B un mouvement brownien, $X \in \mathcal{SM}(B)$ une semi-martingale brownienne, et f une fonction de classe C^2 sur \mathbb{R} .

Alors $f \circ X \in \mathcal{SM}(B)$, et nous avons p.s. :

$$\forall t \in \mathbb{R}^+, f(X_t) = f(X_0) + \int_0^t f^{(1)}(X_s) dX_s + \frac{1}{2} \int_0^t f^{(2)}(X_s) d\langle X, X \rangle_s$$
$$\iff df(X_t) = f^{(1)}(X_s) dX_s + \frac{1}{2} f^{(2)}(X_s) d\langle X, X \rangle_s$$

Schéma de discrétisation d'Euler

Soit l'Equation Différentielle Stochastique (EDS) :

$$\begin{cases} X_0 = 0 \\ dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dW_t \end{cases}$$

Soit la grille temporelle $(t_k)_{k=0, \dots, n}$ tel que $t_k = k\Delta_n$ où $\Delta_n = \frac{T}{n}$.

L'idée du Schéma d'Euler est issue de l'approximation suivante :

$$\begin{aligned} X_{t_{k+1}} &= X_{t_k} + \int_{t_k}^{t_{k+1}} b(s, X_s)ds + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \sigma(s, X_s)dW_s \\ &\approx X_{t_k} + b(t_k, X_{t_k})\Delta_n + \sigma(t_k, X_{t_k})(W_{t_{k+1}} - W_{t_k}) \end{aligned}$$

Ainsi, pour simuler une trajectoire d'un processus X , on construit l'approximation $(X_{t_0}^n, \dots, X_{t_n}^n)$ suivante :

$$\forall k \in \{0, \dots, n-1\}, \begin{cases} X_0^n = x \\ X_{t_{k+1}}^n = X_{t_k}^n + b(t_k, X_{t_k}^n)\Delta_n + \sigma(t_k, X_{t_k}^n)(W_{t_{k+1}} - W_{t_k}) \end{cases}$$

Cette discrétisation nécessite la simulation des accroissements d'un brownien. Cette méthode a donc deux avantages majeurs la facilité d'implémentation et la rapidité de simulation.

Taux d'intérêt en convention continue

L'outil de base pour étudier les taux d'intérêt est l'obligation zéro-coupon. C'est un produit financier versant 1 € à la maturité T .

Nous notons $P(t, T)$ son prix à la date t . Bien évidemment $\forall T, P(T, T) = 1$.

A l'aide du prix d'une obligation zéro-coupon, nous pouvons définir plusieurs taux :

Definition 1

On appelle *taux continu zéro-coupon au comptant (taux spot)*, la quantité $R(t, T)$ avec $t \leq T$ définie par :

$$R(t, T) = -\frac{\ln(P(t, T))}{T-t}$$

Nous avons la relation :

$$P(t, T) = e^{-R(t, T)(T-t)}$$

C'est le taux d'intérêt continu associé à une obligation zéro-coupon. Nous appelons *courbe des taux* à une date t , la courbe de la fonction $T \rightarrow R(t, T)$.

Definition 2

Le *taux forward* ou *taux à terme* la quantité $F(0, t, T)$ avec $t \leq T$ définie par :

$$F(0, t, T) = -\ln\left(\frac{P(0, T)}{P(0, t)}\right) \times \frac{1}{T-t}$$

C'est le taux spot entre t et T garanti en date 0.

Definition 3

Le taux forward instantané est la quantité $f(t, T)$ avec $t \leq T$ définie par :

$$f(t, T) = -\frac{\partial \ln(P(t, T))}{\partial T}$$

Nous avons la relation :

$$P(t, T) = e^{-\int_t^T f(t, u) du}$$

C'est le taux d'intérêt à terme infinitésimal entre T et $T + dt$, garanti en date t .

Definition 4

Le taux au comptant instantané (taux court) est la quantité $r(t) \forall t \geq 0$ définie par :

$$r(t) = \lim_{T \rightarrow t} R(t, T) = f(t, t)$$

C'est le taux spot « infinitésimal ». Il est connu uniquement en date t .

L'ensemble des taux que nous venons de définir sont des taux continus, mais on peut aussi les exprimer de manières proportionnelles ou actuarielles.

Dans ce mémoire, l'ensemble des calculs ont été réalisés en convention continue.

Modèle de Vasicek à un facteur

En 1977, *Oldrich Vasicek* présente un nouveau modèle de diffusion de taux d'intérêt dans son article « *An equilibrium characterization of the term structure* ». L'idée novatrice de ce modèle est d'apporter un effet de retour à la moyenne au taux d'intérêt : le taux court va tendre vers une moyenne puis osciller autour, ce qui est en accord avec la théorie des anticipations rationnelles. Pour modéliser cet effet, le processus de diffusion du taux court est un processus d'*Ornstein-Uhlenbeck*.

L'équation de diffusion du modèle de *Vasicek* est la suivante :

$$dr_t = \alpha(\mu - r_t) dt + \sigma dW_t .$$

où :

- r_t : le taux court terme en t ;
- μ : la moyenne à long terme du taux court ;
- α : la vitesse de retour à la moyenne ;
- σ : la volatilité du taux court ;
- W : un mouvement de *Wiener*.

Pour qu'il y ait un effet de retour à la moyenne, il faut impérativement que la vitesse de retour à la moyenne $\alpha > 0$. Cela peut s'interpréter facilement en observant la dérive du processus $\alpha(\mu - r_t)$:

- Cas 1 : si le taux court r_t est en dessous de sa moyenne μ , alors la dérive $\alpha(\mu - r_t)$ est positive et le taux court aura tendance à augmenter et donc à se rapprocher de μ ;
- Cas 2 : si le taux court r_t est en dessus de sa moyenne μ , alors la dérive $\alpha(\mu - r_t)$ est négative et le taux court aura tendance à diminuer et donc à se rapprocher de μ .

Distribution du taux court

Théorème *Le taux court sous le modèle de Vasicek est normalement distribué d'espérance $\mu + (r_0 - \mu)e^{-\alpha t}$ et de variance $\frac{\sigma^2}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha t})$*

Démonstration : Posons $f(r, t) = e^{\alpha t} r_t$ il est clair que la fonction f est de classe C^2 , nous pouvons donc lui appliquer le lemme d'*Ito* :

$$\begin{aligned} df(r, t) &= \alpha e^{\alpha t} r_t dt + e^{\alpha t} dr_t \\ &= \alpha e^{\alpha t} r_t dt + e^{\alpha t} (\alpha(\mu - r_t) dt + \sigma dW_t) . \\ &= \alpha \mu e^{\alpha t} dt + \sigma e^{\alpha t} dW_t \end{aligned}$$

donc,

$$e^{\alpha t} r_t = r_0 + \mu(1 - e^{-\alpha t}) + \sigma \int_0^t e^{\alpha s} dW_s$$

Enfin,

$$r_t = \mu + (r_0 - \mu)e^{-\alpha t} + \sigma \int_0^t e^{-\alpha(t-s)} dW_s$$

Prix d'un zéro-coupon

Le prix d'un zéro-coupon sous le modèle de *Vasicek* à deux facteurs est :

$$P(t, T) = \exp\left(A(T-t) - B_1(T-t) \times r_t - B_2(T-t) \times l_t\right)$$

où :

$$B_1(s) = \frac{1 - \exp(-\alpha_1 s)}{\alpha_1 s};$$

$$B_2(s) = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} \left(\frac{1 - \exp(-\alpha_2 s)}{\alpha_2 s} - \frac{1 - \exp(-\alpha_1 s)}{\alpha_1 s} \right);$$

$$A(s) = (B_1(s) - s) \left(\mu - \frac{\sigma_1^2}{2\alpha_1^2} \right) + B_2(s) \mu - \frac{\sigma_1^2 B_1(s)^2}{4\alpha_1} + \frac{\sigma_2^2}{2} \left(\frac{s}{\sigma_2^2} - 2 \frac{B_1(s) + B_2(s)}{\alpha_2^2} + \frac{1 - \exp(-2\alpha_1 s)}{2\alpha_1 (\alpha_1 - \alpha_2)^2} - 2 \frac{\alpha_1 (1 - \exp(-(\alpha_1 + \alpha_2) s))}{\alpha_1 s (\alpha_1 - \alpha_2)^2 (\alpha_1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_1^2 (1 - \exp(-2\alpha_2 s))}{2\alpha_2^3 (\alpha_1 - \alpha_2)^2} \right) \quad (7.1)$$

r_t et l_t le taux court et le taux long du modèle de *Vasicek* discrétisés selon un schéma d'*Euler*

Une fois les prix des obligations calculées, les taux zéro-coupon projetés à la date t sont déduits ainsi :

$$R(t, T) = -\frac{\ln(P(t, T))}{T - t}$$

Le test de martingale

Les scénarios de taux court nominal vérifient le test de martingale si la moyenne du prix actualisé du zéro-coupon de maturité T est égale au prix du zéro-coupon de maturité T issu de la courbe des taux de référence.

La « *martingale* » a été testé pour les taux nominaux à partir des taux courts comme suit :

Nous calculons le prix des zéro-coupons de maturité T à partir des taux courts r_u :

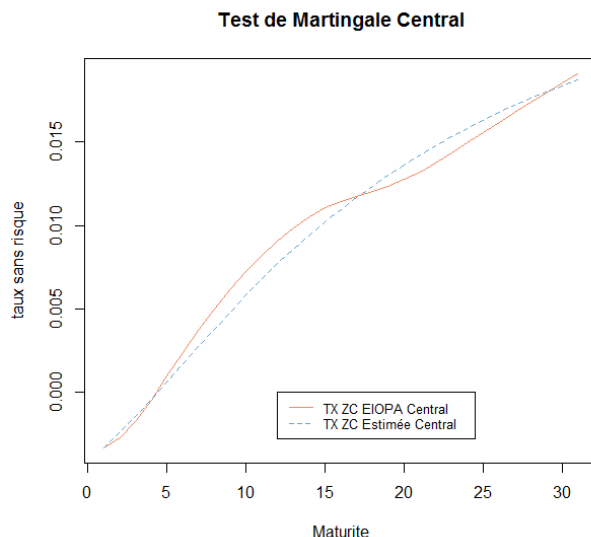
$$P(0, T) = \mathbb{E}_{\mathbb{Q}} \left(\exp \left(\int_0^T r_u du \right) \right)$$

En pratique nous calculons ces prix zéro-coupons avec la méthode de *Monte-Carlo* à partir des 4999 scénarios économiques comme suit :

$$\tilde{P}(0, T) = \frac{1}{4999} * \sum_{i=1}^{4999} \exp \left(- \sum_{u=0}^T r_u^i \right)$$

Nous en déduisons ensuite les taux zéro-coupon de maturité T :

$$R(0, T) = -\frac{\log(P(0, T))}{T}$$



Le test de martingale consiste à comparer ces taux zéro-coupon reconstitués avec les taux zéro-coupon de la courbe des taux de référence.

$$R(\tilde{0}, T) \longrightarrow R(0, T)_{EIOPA}$$

Limites & Commentaires sur le modèle de taux

Après avoir effectué quelques tests dont le test de martingale sur les valeurs fournis par le *GSE*, nous avons contacté le prestataire et suite à cet échange, nous présentons alors quelques conclusions qui en ont été tirées.

Validation du test de martingale : la courbe des taux produite par l'*EIOPA* subit plusieurs ajustements (crédit, volatilité) puis une extrapolation (*Smith-Wilson*) pour les maturités au-delà de 20 années, ce qui introduit naturellement un biais avec le prix des dérivés observés sur le marché (test de consistance avec le marché).

Dans cette recherche de compromis test de martingale / test de consistance avec le marché, un intervalle de confiance a été défini autour du prix de l'option de taux en contrôlant graphiquement le test de martingale.

Adaptation au risque-neutre : le modèle de *Vasicek* considère la courbe des taux comme une variable exogèneⁱ et permet de reproduire des courbes croissantes concaves régulières. Comme expliqué ci-dessus la courbe des taux produite par l'*EIOPA* est irrégulière (pente, etc.), ce qui ne permet pas au modèle de *Vasicek* d'y coller parfaitement mais d'en reproduire correctement les premières maturités et les attentes long terme. C'est un reproche fréquemment formulé à l'encontre de ce modèle, notamment pour la validation du test de martingale. Pour information, d'autres modèles de taux considèrent la courbe des taux comme une variable endogène (ex : $G2^{++}$) et vérifient de fait le test de martingale mais se heurtent à des difficultés opérationnelles pour retrouver le prix des dérivés.

i. Dans un modèle macroéconomique ou microéconomique, une variable exogène est une variable qui ne dépend pas des autres variables endogènes du modèle. Une variable exogène est par définition explicative, elle est tirée des observations et souvent d'un consensus qui permet de l'utiliser dans un modèle.

En revanche, une variable endogène est une variable qui apparaît comme une variable dépendante dans au moins une équation du modèle structurel.

Concepts Financiers

Univers « risque-neutre » & monde réel

Afin de bien saisir et de prendre le recul nécessaire sur les scénarios fournis par notre prestataire, rappelons ce que signifie supposer l'Absence d'Opportunité d'Arbitrage (AOA), l'Efficiency des Marchés et être en univers « risque-neutre ».

Absence d'Opportunité d'Arbitrage et Marchés Efficients

Les crises qui ont ébranlé les marchés financiers ont remis en question le système financier, à tel point que sa réglementation ou plutôt son manque de réglementation a été remis en cause.

Dans le cadre de ce mémoire, nous supposons les marchés parfaits ce qui nous amène à accepter les hypothèses suivantes :

- Absence d'Opportunité d'Arbitrage (AOA) ;
- Efficience ;
- Liquidité.

La définition donnée par Poncet et Portait de l'efficience d'un marché est la suivante : un marché est dit efficace quand, à chaque instant, les prix incorporent toute l'information pertinente et disponible. L'hypothèse d'efficience signifie que l'information se répand instantanément et les opérateurs réagissent correctement et quasi immédiatement aux informations. Mis en avant par Fama (1970), l'efficience des marchés a servi aux travaux ayant amené au Modèle d'Evaluation des Actifs Financiers (MEDAF) ou *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*.

Le risque de liquidité se définit comme le risque qui correspond à la perte provenant des coûts de liquidation d'une position. Cela implique qu'un opérateur en mettant sur le marché de nouveaux produits ne va pas influencer son cours.

Le marché dit parfait combine les trois hypothèses citées plus haut. Une précision reste à ajouter sur l'efficience qui doit être au minimum semi-forte. Ce marché idéal facilite la modélisation car il peut servir de repère aux marchés financiers réels.

Il est à noter que dans ce mémoire l'hypothèse AOA est nécessaire et cruciale pour la plupart des calculs. En particulier, la relation taux de zéro-coupon et taux *forward* est dépendante de cette hypothèse. En AOA, on a donc en convention continue :

$$e^{R(0,t_2) \times t_2} = e^{R(0,t_1) \times t_1} \times e^{F(0,t_1,t_2) \times (t_2-t_1)}$$

où :

- $R(0, t_1)$: taux zéro-coupon pour la date t_1 ;
- $R(0, t_2)$: taux zéro-coupon pour la date t_2 ;
- $F(0, t_1, t_2)$: taux *forward* entre t_1 et t_2 vu en 0.

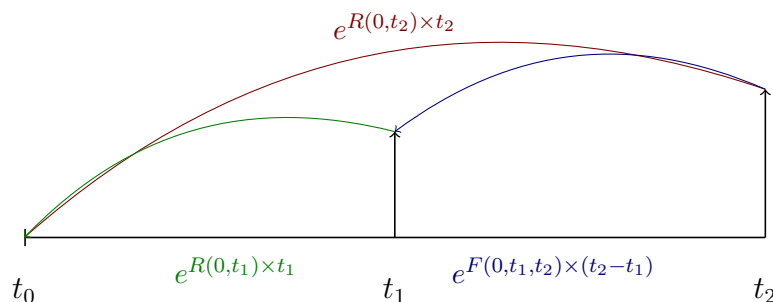


FIGURE 7.1 – Différents facteurs d'actualisation

Univers « risque-neutre »

La technique de la probabilité risque neutre est une méthode utilisée pour calculer la valeur actualisée des *cash-flows* futurs à partir du taux sans risque basé sur divers scénarios. La méthode de l'univers risque neutre suppose une absence d'opportunité d'arbitrage, c'est à dire qu'il n'existe pas de stratégie d'investissement qui permet, à partir d'une mise de fond initiale nulle, d'obtenir une richesse terminale positive, non nulle.

L'univers risque neutre suppose également la complétude des marchés : on dit que le marché est complet si et seulement si on peut générer par au moins un portefeuille n'importe quel profil de revenu.

Dans ces conditions un modèle mathématique explique que la valeur attendu des *cash-flow* futurs actualisés à partir du taux sans risque et d'une probabilité de distribution transformée (la mesure \mathbb{Q}) est équivalente à la valeur attendue des *cash-flow* futurs actualisés à partir du taux adéquat et d'une probabilité de distribution historique (la mesure \mathbb{P}).

Pour un scénario particulier le *cash flow* ajusté au risque est égal au *cash-flow* multiplié par le ratio entre la probabilité d'occurrence de ce scénario sur la mesure \mathbb{Q} et la probabilité d'occurrence de ce scénario sur la mesure \mathbb{P} .

La méthode de l'univers *risque-neutre* est utilisée car il est souvent difficile de déterminer le taux adéquat à utiliser pour l'actualisation des *cash-flow* sous la mesure \mathbb{P} alors que sous la mesure \mathbb{Q} le taux sans risque est facilement récupérable sur la courbe des taux sans risque.

Définition Mathématique

Soit \mathbb{P} une mesure de probabilité sur (Ω, \mathcal{F}) , alors la probabilité risque-neutre \mathbb{Q} est une mesure de probabilité telle que :

- $\mathbb{Q} \sim \mathbb{P}$, i.e. $\forall A \in \Omega, \mathbb{P}(A) > 0 \iff \mathbb{Q}(A) > 0$
- l'ensemble des processus des prix actualisés au taux sans risque S_n^* sont des martingales sous \mathbb{Q}

De plus, il y a équivalence entre l'existence et l'unicité de la probabilité risque-neutre et :

- il n'existe pas d'opportunité d'arbitrage (existence)
- le marché est complet (unicité)

Nous supposons que ces hypothèses sont vérifiées dans ce mémoire, ce qui implique l'existence et unicité d'une probabilité *risque-neutre*.

Univers monde réel

La méthode de l'univers monde réel est une méthode utilisée pour calculer la valeur actualisée des *cash-flows* en actualisant les *cash-flows* projetés par des taux basés sur plusieurs scénarios économiques. Sous cette méthode les *cash-flows* projetés peuvent ne pas être ajustés pour des risques incertains entraînant le fait que certains *cash-flows* futurs soient différents des *cash-flows* projetés.

Pour refléter le coût de ces risques incertains, il est commun d'utiliser un taux d'actualisation supérieur au taux sans risque.

Cependant comme précisé précédemment, il est souvent difficile de déterminer comment bien ajuster le taux d'actualisation. Si cette ajustement est fait de façon adéquate, la valeur actualisée des *cash-flows* futurs doit être la même dans l'univers risque neutre que dans l'univers monde réel.

Comparaison entre les deux univers

La question de savoir comment choisir entre utiliser la probabilité historique ou utiliser la probabilité risque neutre se pose inévitablement.

Lorsque que l'on cherche à déterminer la valeur actualisée des *cash-flows* futurs, un calcul dans un univers risque neutre sera privilégié. Cela est la conséquence d'un choix de gestion de ces risques dans une logique de couverture.

On cherche alors le prix aujourd'hui du portefeuille qui permet de se couvrir dans le futur. Cependant il existe deux limites à ce raisonnement :

- il faut que le marché soit suffisamment liquide pour pouvoir gérer les couvertures sous-jacentes à l'évaluation ;
- dans de nombreux cas il n'y a pas unicité de la mesure risque neutre, et donc la couverture est imparfaite. Il faut donc choisir les sources de risques que l'on couvre.

L'utilisation de déflateurs en probabilité historique permettant d'obtenir les mêmes résultats est justifiée par la même logique. Le déflateur n'est rien d'autre que la densité de **Radon-Nicodým** du changement de probabilité qui permet de passer de \mathbb{P} à \mathbb{Q} : $Z = \frac{d\mathbb{Q}}{d\mathbb{P}}$.

Par contre lorsque l'objectif poursuivi est la mise en place d'une stratégie de gestion, la probabilité historique sera privilégiée car le sujet d'étude est en réalité la distribution réelle des paiements futurs.

Provision pour Dépréciation Durable (PDD)

Lorsque les valeurs de certains éléments de l'actif baissent brutalement et durablement, en fonction de leur prix de revient initial, le détenteur du titre doit constituer une Provision pour Dépréciation Durable (PDD). Afin de constituer cette provision il faut prendre en compte cinq critères :

1. Dépréciation durable du cours du titre : dépréciation de plus de 20% (et 30% en cas de marché volatile) de la valeur de marché du titre par rapport au prix de revient, sur les six derniers cours fin de mois consécutifsⁱⁱ.

Pour chaque Obligation i :

$$PDD_i = (VC_i - VM_i) \times \mathbb{I}_{\{typebond \in R.343-10\}} \times \mathbb{I} \left\{ \begin{array}{l} VM_i < 0,7 * VC_i \quad \text{volatilite} \\ VM_i < 0,8 * VC_i \quad \text{sinon} \end{array} \right\}$$

2. Dépréciation de plus de 50% de la valeur de marché du titre par rapport au prix de revient, sur le dernier mois de l'exercice.
3. Le titre présente un défaut de paiement des coupons.
4. La dépréciation de la valeur a été constatée en N-1.
5. La cession d'une valeur en début d'exercice N+1 a conduit à enregistrer une moins-value.

ii. si < 20% sur une fin de mois \Rightarrow pas de PDD

Surcote/Décote (S/D)

Selon le Plan comptable des assurances (PCA) Le plan comptable des entreprises d'assurance (PCA) a retenu des comptes spécifiques pour le traitement comptable des primes et des décotes relatives aux valeurs mobilières amortissables réglementées.

Il s'agit là d'un traitement spécifique, qui ne concerne pas les valeurs des contrats en unités de compte (UC).

Les écarts de valeur entre le prix d'achat et la valeur de remboursement font l'objet d'un enregistrement comptable dans un compte de régularisation, puis font l'objet d'un amortissement sur la durée restant à courir.

Les actifs énumérés à l'article R. 343-9 du Code des assurances sont enregistrés à leur valeur d'achat à la date d'acquisition, puis :

- si leur prix d'achat est supérieur à leur prix de remboursement, la différence est amortie sur la durée de vie résiduelle du titre ;
- si leur prix de remboursement est supérieur à leur prix d'achat, la différence est portée en produits sur la durée de vie résiduelle du titre.

La surcote/décote n'est pas, à proprement parler, une provision.

Son calcul est indépendant des taux du marché au moment du calcul, puisqu'il ne dépend que du taux actuariel à l'achat et de la différence entre la valeur d'achat du titre et de sa valeur de remboursement.

L'amortissement des surcote/décote est effectué selon une formule actuarielle (*article 38 bis du CGI commenté par l'instruction fiscale 4 A-14-93 du 1^{er} juin 1993*).

Formellement ce mécanisme de surcote/décote peut être décrit comme suit :

Soit une obligation versant un coupon c chaque fin d'année, dont la valeur de remboursement à la date n est R , et dont la valeur d'achat en 0 est A .

Le taux actuariel r_a de cette obligation est le taux qui vérifie :

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{c}{(1+r_a)^i} + \frac{R}{(1+r_a)^n}$$

La surcote/décote de ce titre à la date m est obtenue par :

$$SD_m = \sum_{i=m+1}^n \frac{c}{(1+r_a)^{i-m}} + \frac{R}{(1+r_a)^{n-m}}$$

La valeur nette comptable (VNC) d'un titre obligataire s'entend nette de surcote/décote, soit :

$$VNC_m = A + / - SD_m$$

Autre méthodes Il existe plusieurs façon de calculer la surcote/décote :

- la méthode linéaire,
- la méthode actuarielle-simplifiée,
- et la méthode actuarielle.

Méthode linéaire La méthode linéaire consiste à amortir (ou à porter en produit) de façon linéaire la surcote/décote jusqu'à échéance du titre.

Ainsi, pour chaque titre :

- $nbac_m =$ nombre de jours [date acquisition \rightarrow date de calcul m]
- $nbae =$ nombre de jours [date acquisition \rightarrow date d'échéance]

$$SD_m(\text{linéaire}) = (A - R) \times \frac{nbac_m}{nbae} - A$$

Méthode actuarielle-simplifiée La méthode actuarielle-simplifiée est très semblable à la méthode linéaire, et se calcule de la façon suivante :

$$SD_m(\text{actuarielle - simplifiée}) = A \times \left(\left(\frac{A - R}{A} \right)^{\frac{nbac_m}{nbae}} - 1 \right)$$

Méthode actuarielle La méthode actuarielle est exactement celle présentée ci-dessus par le PCA, en revanche la formule est à moduler légèrement si l'achat et la date de calcul est différente du 31/12 de l'année. En bref, il faut déduire le coupon couru, comme l'illustre l'exemple ci-dessous.

Exemple Soit une obligation versant un coupon c chaque fin d'année, dont la valeur de remboursement à la date n est R , dont la valeur d'achat au 30/04/N est A , dont la date d'échéance est le 31/12/N+7,

- $n = 7$,
- $base = 365$,
- $nbape =$ nombre de jours [date acquisition \rightarrow date de la précédente échéance],
- $\alpha = \frac{nbape}{base}$,
- $nbmpe =$ nombre de jours [date $m \rightarrow$ date de la précédente échéance],
- $\beta = \frac{nbmpe}{base}$;
- $cc_1 = c \times \alpha$;
- $cc_2 = c \times \beta$.

Le taux actuariel r_a de cette obligation est le taux qui vérifie :

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{c}{(1 + r_a)^{i-\alpha}} + \frac{R}{(1 + r_a)^{n-\alpha}} - \frac{cc_1}{(1 + r_a)^\alpha}$$

La surcote/décote actuarielle de ce titre à la date m est obtenue par :

$$SD_m = \sum_{i=m+1}^n \frac{c}{(1 + r_a)^{i-m-\beta}} + \frac{R}{(1 + r_a)^{n-m-\beta}} - \frac{cc_2}{(1 + r_a)^\beta} - A$$

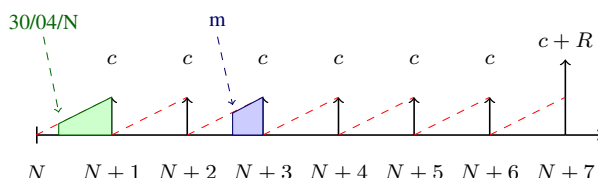


FIGURE 7.2 – Chronique des « Cash-Flows » de notre exemple

Les *Euribors(m)*

En zone euro, les taux *Euribor* sont une référence, désignant les taux des prêts interbancaires pour des durées s'échelonnant de 1 à 12 mois.

L'*Euribor* désigne un groupe de taux d'intérêt de la devise Euro largement utilisé en Europe. Ils sont, avec l'*Eonia*, les principaux taux de référence du marché monétaire de la zone euro. Le nom *Euribor* est formé à partir de la contraction des mots anglais « *Euro interbank offered rate* », soit en français : taux interbancaire offert en euro (*Tibeur*). Par ailleurs, cette désignation a été retenue en raison de sa similitude de sa désinence *-bor* avec l'apocope du verbe « *to borrow* », emprunter. Il fait partie des nombreux taux *IBOR*.

L'*Euribor* sur trois mois sert de base au deuxième plus grand marché de taux d'intérêt de la zone euro, le marché des swaps.

L'*Euribor* est publié, pour une échéance donnée, pour un *fixing* calculé chaque jour ouvré à 11h, heure française, à partir d'un taux moyen auquel un échantillon de cinquante-sept grandes banques établies en Europe, qui prêtent en blanc (c'est-à-dire sans que le prêt soit gagé par des titres) à d'autres grandes banques pour une période de trois mois.

Les taux *Euribor* permettent de définir une base à partir de laquelle les établissements bancaires prêtent aux entreprises ou aux particuliers pour des échéances équivalentes (1 à 12 mois en l'occurrence), tout en ajoutant une marge d'intérêt supplémentaire et parfois substantielle en fonction du risque de chaque emprunteur.

En Europe, les taux courts *Euribor* sont passés en territoire négatif au cours des dernières années. Ceci est lié à la politique monétaire particulièrement accommodante de la *BCE*. Celle-ci a notamment abaissé le taux de rémunération des dépôts bancaires jusqu'à un niveau négatif, provoquant par répercussion une baisse des taux *Euribor*.

Les taux négatifs ont théoriquement un effet de relance de l'activité économique à l'échelle globale. Néanmoins, la faiblesse des taux se répercute également sur le rendement des placements, qui diminue d'autant. Sur les marchés financiers, et plus précisément sur le marché obligataire, les obligations de haute qualité émises à courte échéance sont également devenues des obligations à taux négatifs, ceci étant par ailleurs lié à des perspectives d'inflation très faibles en zone euro.

Flexing

La méthode *Flexing* est un moyen d'augmenter la clarté et la faisabilité des résultats tout en limitant la perte d'information et gardant par la même occasion la granularité la plus fine possible.

Les principes de la méthode *Flexing*

Le modèle stochastique prend en entrée des flux qui vont être « flexés ». Il s'agit des flux du modèle déterministe sans les interactions *ALM*. Les flux déterministes sont calculés contrat par contrat, ils comportent : le coût de gestion, les commissions, les primes encaissées, les provisions mathématiques, les rachats, les décès, les termes, les rentes et les intérêts crédités. Ces flux sont regroupés en segments par taux garantis, politique de *PB*, comportement des assurés et selon s'il s'agit d'un produit phare ou non. Un segment de *flexing* correspond donc à une nature de produit, un intervalle de taux technique et un taux de *PB*. Ces flux déterministes sans *PB* servent de base pour déterminer les flux stochastiques qui intègrent en accord avec les éléments venant des actifs la *PB*, les impacts des rachats dynamiques et autres impacts des *managements rules*.

Chaque année, un choc sur les flux déterministes est réalisé via les taux de *PB*, rachats et arbitrages calculés en fonction de l'impact des scénarios stochastiques sur l'actif.

Le passif choqué interagit avec l'actif dans la cession ou l'achat d'actif afin que le passif et l'actif soient équilibrés. Toutes les variables sont alors ajustées suivant l'impact de ces interactions par un système de ratios.

Exemple de Flexing Soit un ensemble de contrats avec 100€ de provisions mathématiques, ces contrats versent de la *PB* et sont soumis au risque de rachat. Les primes et le taux technique sont nuls.

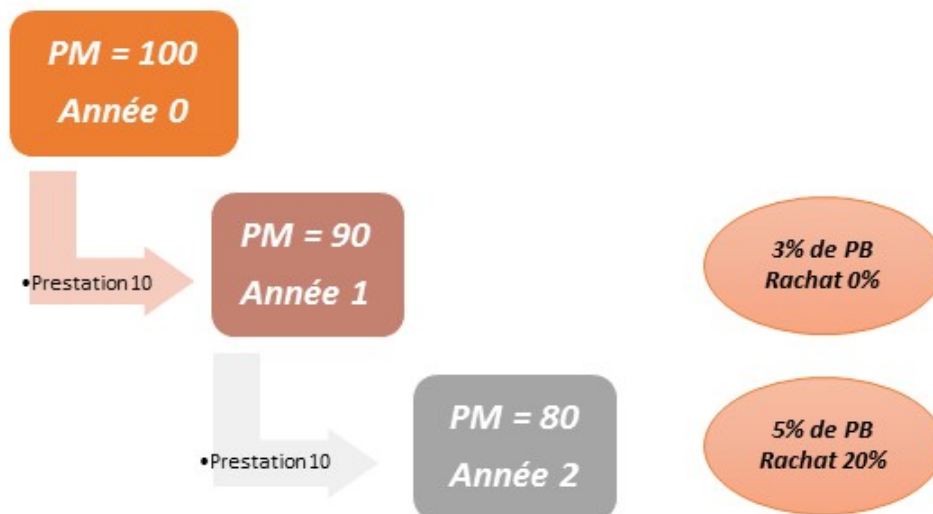


FIGURE 7.3 – Illustration du principe de *Flexing 1*

Année	0	1	2
Flexing Ratio PB	1	$1 \times (1 + 3\%)$	$1 \times (1 + 3\%) \times (1 + 5\%)$
Flexing Ratio Rachat	1	1	$1 \times (1 - 20\%)$
PM Flexé	100	$90 \times (1 + 3\%)$	$80 \times (1 + 3\%) \times (1 + 5\%) \times (1 - 20\%)$

TABLE 7.2 – Illustration du principe de *Flexing 2*

Tests de validation du *Flexing*

Deux tests permettent de s’assurer de la précision et du bon déroulement du *flexing* : chacune des variables de passifs étant « flexée » de façon successive, une vérification doit être faite sur la stabilité des valeurs obtenues. Un test vérifie donc l’adéquation entre l’actif et le passif.

Analyse critique du *Flexing*

La précision étant garantie par l’utilisation d’un système de ratios, il peut y avoir certaines difficultés avec des garanties complexes.

Le *flexing* est une approximation. Un segment est modélisé comme un unique contrat agrégé, donc toutes les informations propres à chaque police sont perdues.