

# Modélisation et analyse d'un générateur de scénarios économiques non-paramétrique

Lucie AUBERT-LASSARADE

# SOMMAIRE

- I. Contexte et problématiques
- II. Construction d'un GSE historique non-paramétrique
- III. Modèle RVFL : projections historiques
- IV. Modèle RVFL : approche risque-neutre
- V. Conclusion

# I. Contexte et problématiques

## SOLVABILITÉ II : DOUBLE POINT DE VUE POUR LES ASSUREURS

### La directive européenne Solvabilité II

- ❖ Bilan en accord avec la réalité des marchés **dont** Provisions techniques **en Best Estimate**
- ❖ **SCR en modèle interne**
- ❖ **ORSA pour évaluer le besoin global de solvabilité**

GSE  
risque-neutre

GSE  
historique

## DEUX MESURES DE PROBABILITÉS

Historique

$\mathbb{P}$

- Mesure « naturelle »
- La probabilité qu'un évènement se produise
- Répliquer les comportements tirés du passé

Projection

Risque-neutre

$\mathbb{Q}$

- Mesure conceptuelle
- Rendement de l'actif est en moyenne égal au taux sans risque
- Projections centrées autour du taux sans risque

Valorisation

## GSE ET CONTEXTE ACTUEL

« Un générateur de scénarios économiques (GSE) est un ensemble de modèles (taux, actions, spreads de crédit, inflation, etc.) permettant de simuler aléatoirement des scénarios d'évolution possibles des marchés financiers, qui ont une incidence sur la valeur et les performances de l'actif de l'organisme d'assurance. » (ACPR)

- **Traditionnellement** GSE basés sur des **modèles de diffusion paramétriques**
  - Limites quant à la reproduction d'évènements passés ;
  - Manque de flexibilité pour capturer toute la complexité des données réelles.
- **Unification du cadre méthodologique** entre les **GSE utilisés** pour la **valorisation** et la **projection**
- **Démocratisation** du *Machine Learning* dans le monde assurantiel

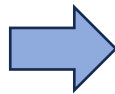
## OBJECTIFS DU MÉMOIRE

### Objectif n° 1

#### Dynamiques de diffusion browniennes

- Modèles Action/Immobilier:
  - Black-Scholes;
  - Heston ...
- Modèles de Taux:
  - Vasicek;
  - LMM ...

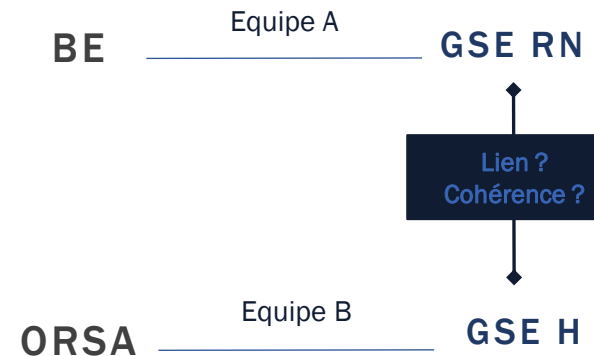
Plus de flexibilité pour mieux reproduire les événements passés



Plus la notion de dynamique  
Moins de choix de modélisation

*Machine learning RVFL*  
-----  
*GSE RVFL meilleur que des modèles classiques ?*

### Approche proposée



Quels sont les avantages et les limites de l'utilisation d'un générateur de scénarios économiques non-paramétrique ?

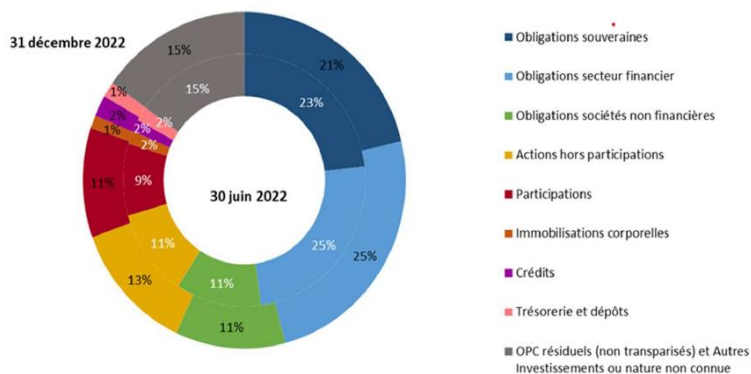
## II. Construction d'un GSE sous probabilité historique non-paramétrique



II. Construction d'un GSE sous probabilité historique non-paramétrique

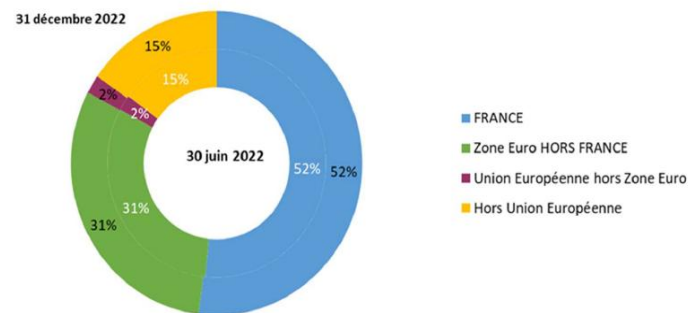
# CHOIX DES DONNÉES

Encours total de 2 471 milliards d'euros au 31 décembre 2022



Périmètre : organismes d'assurance soumis aux remises trimestrielles sur base sociale.  
Note : - Y compris placements en unités de compte. L'actif du bilan se compose des placements et d'autres actifs.  
Source : ACPR et Banque de France

Encours total de 2 471 milliards d'euros au 31 décembre 2022



Périmètre : organismes d'assurance soumis aux remises trimestrielles sur base sociale.  
Source : ACPR et Banque de France

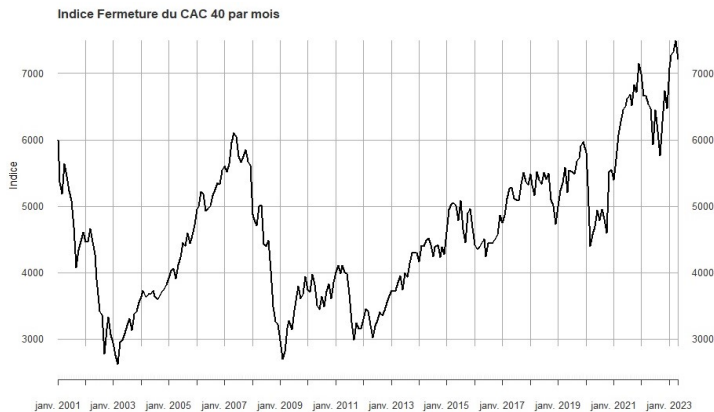


Indice de fermeture  
du  
**CAC 40**

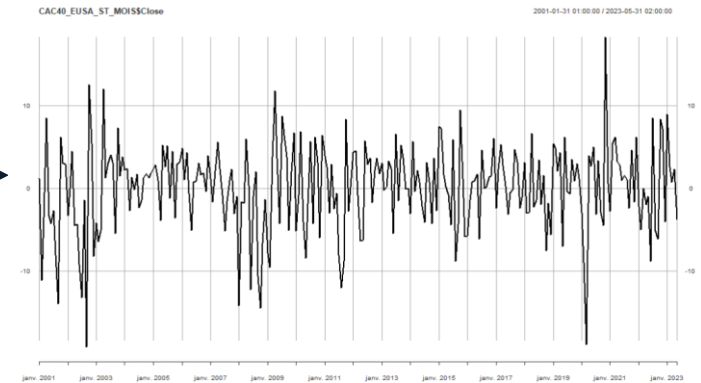
+

Taux swap  
**EUSA N**

## RETRAITEMENTS DES DONNÉES : LES ACTIONS

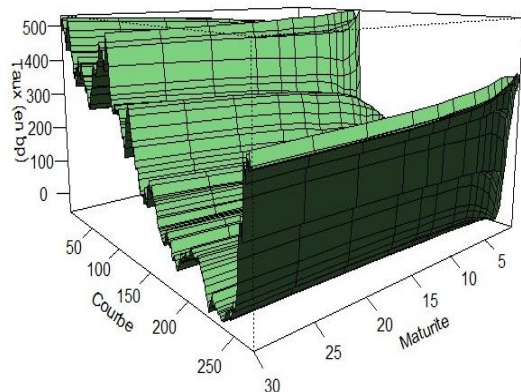


Transformation  
→  
Log-rendements

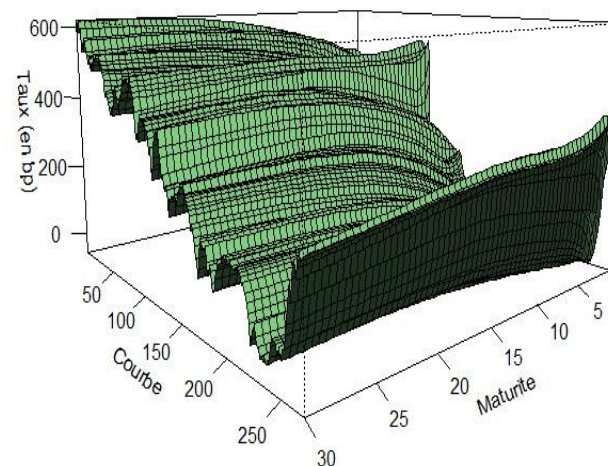


II. Construction d'un GSE sous probabilité historique non-paramétrique

## RETRAITEMENTS DES DONNÉES : LES TAUX



Application  
Méthode  
→  
Bootstrapping



Formule de Nelson-Siegel et ses paramètres

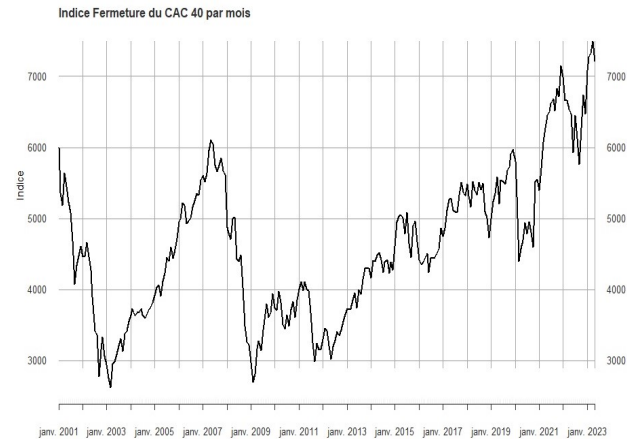
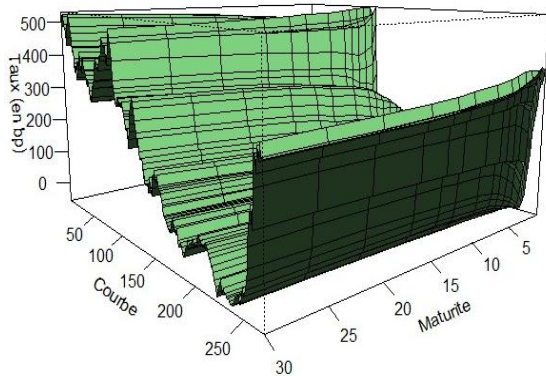
$$R(t, T) = \mu_{1,t} + \mu_{2,t} \frac{1 - e^{-T/\alpha}}{T/\alpha} + \mu_{3,t} \left( \frac{1 - e^{-T/\alpha}}{T/\alpha} - e^{-T/\alpha} \right)$$

- $\alpha$  un paramètre d'échelle;
- $\mu_{1,t}$  le facteur de niveau pour le taux long;
- $\mu_{2,t}$  le facteur de rotation correspondant à l'écart taux long - taux court;
- $\mu_{3,t}$  le facteur de pentification.

Extraction des  
composantes  
Nelson-Siegel

II. Construction d'un GSE sous probabilité historique non-paramétrique

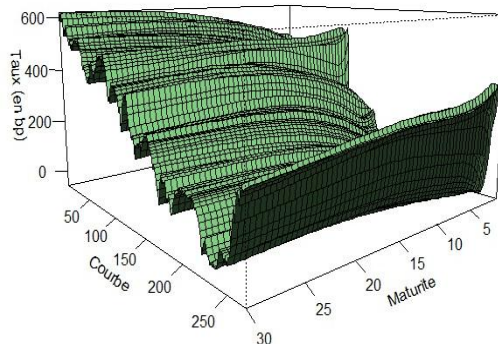
# RETRAITEMENTS DES DONNÉES



Transformation      Log-rendements



Application  
Méthode  
→  
Bootstrapping



Extraction des  
composantes  
→  
Nelson-Siegel

Date	Close	VOL	Comp1	Comp2	Comp3
2001-01-31	1,2087450	3,739002	6,274292	-1,57809255	-2,75384032
2001-02-28	-11,1149246	4,907589	6,256207	-1,49987693	-2,89126679
2001-03-30	-3,5466600	4,823397	6,300355	-1,75556556	-3,28066817
2001-04-30	8,4997460	6,343801	6,393242	-1,48735784	-2,64693400
2001-05-31	-3,3505264	5,908815	6,564374	-2,12150732	-2,50469673
2001-06-29	-4,2866167	5,958316	6,606830	-2,23514144	-2,78886612

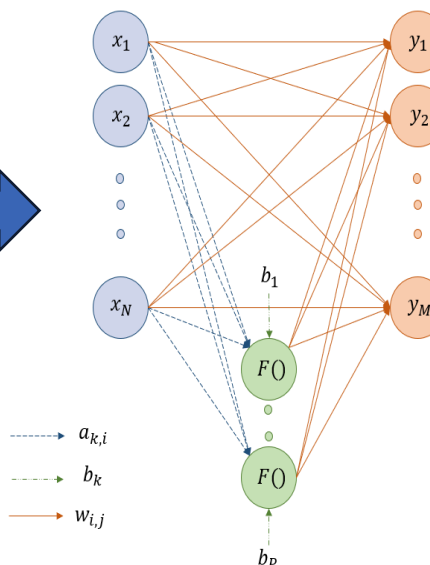
II. Construction d'un GSE sous probabilité historique non-paramétrique

**PRÉSENTATION DU MODÈLE RVFL**  
**RANDOM VECTOR FUNCTIONAL LINK**

$$y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j Z_i^{(j)} + \sum_{l=1}^L \gamma_l g \left( \sum_{j=1}^p W^{(j,l)} Z_i^{(j)} \right) + \epsilon_i$$

STM initiale obtenue après retraitement

Date	Close	VOL	Comp1	Comp2	Comp3
2001-01-31	1,2087450	3,739002	6,274292	-1,57809255	-2,75384032
2001-02-28	-11,1149246	4,907589	6,256207	-1,49987693	-2,89126679
2001-03-30	-3,5466600	4,823397	6,300355	-1,75556556	-3,28066817
2001-04-30	8,4997460	6,343801	6,393242	-1,48735784	-2,64693400
2001-05-31	-3,3505264	5,908815	6,564374	-2,12150732	-2,50469673
2001-06-29	-4,2866167	5,958316	6,606830	-2,23514144	-2,78886612



Réseau de neurones de type RVFL  
avec une spécificité  
supplémentaire : 2 paramètres de  
régularisation différents sur les  
variables d'entrée et transformées



Projection  
n° 1

Projection  
n° 2

1000 Projections  
obtenus entre  
le 30 juin 2023  
et  
le 31 mai 2043

Projection  
n° 1000

II. Construction d'un GSE sous probabilité historique non-paramétrique

# COMMENT GÉNÉRER L'ALÉA ?

## LE BLOCK BOOTSTRAP

Série temporelle  
multivariée observée

Date	Variable 1	Variable 2
2023-01-01	129	138
2023-02-01	147	90
2023-03-01	209	93
2023-04-01	85	31
2023-05-01	124	68
2023-06-01	185	112
2023-07-01	228	101
2023-08-01	252	77
2023-09-01	140	101
2023-10-01	140	103
2023-11-01	121	65
2023-12-01	173	153

Application  
RVFL  
→  
Avec un  
pas de 3

Prédiction « centrale »

Date	Variable 1	Variable 2
2023-04-01	97	25
2023-05-01	104	77
2023-06-01	167	124
2023-07-01	252	108
2023-08-01	230	67
2023-09-01	123	116
2023-10-01	130	90
2023-11-01	109	47
2023-12-01	187	164

(le plus fidèlement possible avec la réalité)

Résidus observés - prédits

Date	Résidu Variable 1	Résidu Variable 2
2023-04-01	-12	6
2023-05-01	20	-9
2023-06-01	18	-12
2023-07-01	-25	-7
2023-08-01	22	10
2023-09-01	17	-15
2023-10-01	10	13
2023-11-01	12	18
2023-12-01	-14	-11

Calcul  
des  
résidus  
→

Phase  
d'apprentissage

$$\text{arrondi\_supérieur}\left(\frac{6}{4}\right) = 2$$

Génère 2 indices de départ : 4 et 1

Projection « centrale »

Date	Variable 1	Variable 2
2024-01-01	199	162
2024-02-01	178	158
2024-03-01	122	163
2024-04-01	103	88
2024-05-01	150	102
2024-06-01	139	101

Application  
RVFL  
→  
Avec un pas de  
3 et projection  
sur 6 mois

Block  
Bootstrap = 4  
→

Date	Variable 1	Variable 2
2024-01-01	174	155
2024-02-01	200	168
2024-03-01	139	148
2024-04-01	93	101
2024-05-01	138	108
2024-06-01	159	92

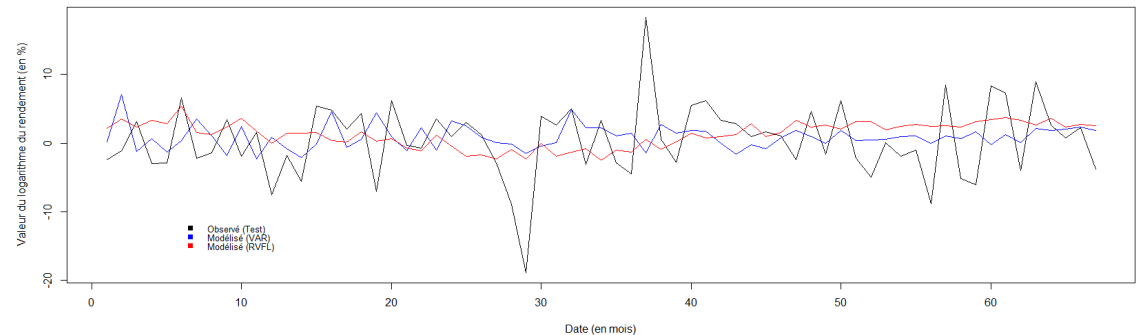
Projection  
n°1

## III. Modèle RVFL : projections historiques

## ANALYSE DE LA PERFORMANCE DU MODÈLE

### Comparaison avec le modèle VAR (Vector AutoRegression)

Rendements  
logarithmiques des  
actions du CAC40



- Comparaison RVFL / VAR sur le scénario central
- Sur l'échantillon de test (30 novembre 2017 au 31 mai 2023)

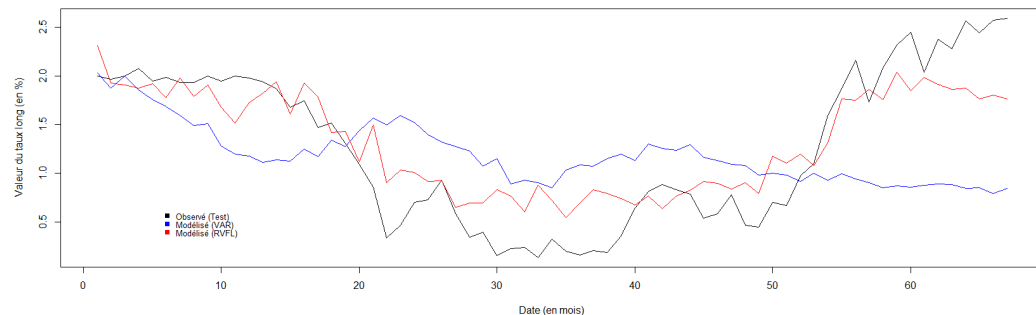
Mesure d'erreur sur les actions	RMSE	MAE
RVFL	5,16	4,03
VAR	5,59	4,34



## ANALYSE DE LA PERFORMANCE DU MODÈLE

Comparaison avec le modèle VAR (*Vector AutoRegression*)

Taux Long  
(1<sup>ère</sup> composante de  
Nelson Siegel)



- Comparaison RVFL / VAR sur le scénario central
- Sur l'échantillon de test (30 novembre 2017 au 31 mai 2023)

Mesure d'erreur sur le taux long	RMSE	MAE
RVFL	0,36	0,30
VAR	0,84	0,71

## PROJECTIONS DU MODÈLE SUR 20 ANS

Grille Hyperparamètres RVFL

<i>lags</i>	1	2	4	6	10	12	18	24
<i>nb_hidden</i>	5	10	20	30	40	50	70	100
<i>lambda_1</i>	0.1	1	6	10	20	30	100	1000
<i>lambda_2</i>	0.1	1	6	10	20	30	100	1000
<i>nodes_sim</i>	Sobol		Halton		Uniforme			
<i>activ</i>	ReLU		Sigmoidé		Tanh			

Application  
Validation  
Croisée

Hyperparamètres (optimisés) minimisant la mesure d'erreur MSPL

<i>lags</i>	<i>nb_hidden</i>	<i>lambda_1</i>	<i>lambda_2</i>	<i>nodes_sim</i>	<i>activ</i>
24	70	1000	6	Sobol	ReLU

MSPL = 0,37

Projections

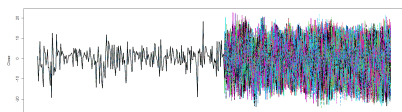
Projection n°1

1000 Projections  
obtenus entre  
le 30 juin 2023 et  
le 31 mai 2043

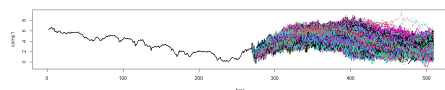
Projection  
n°1000

Projection  
n°2

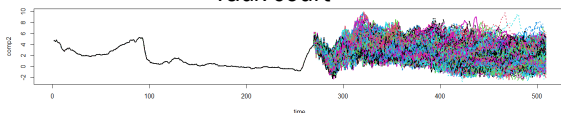
Log-rendements Action CAC40



Taux long



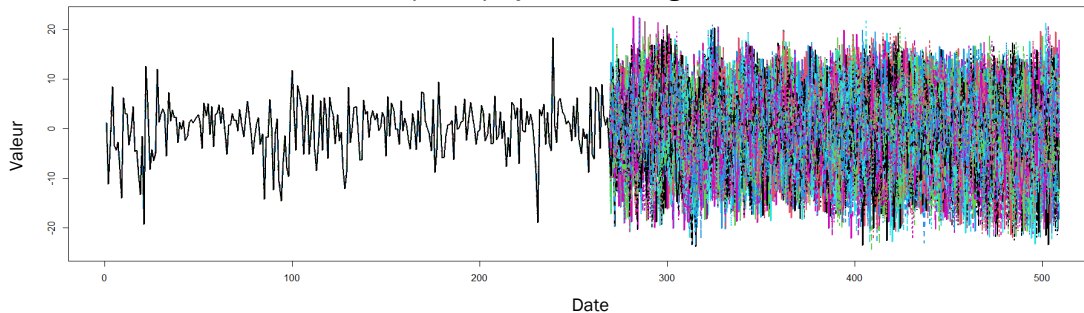
Taux court



## PROJECTIONS DU MODÈLE SUR 20 ANS

### Rendements logarithmiques discrets du CAC40

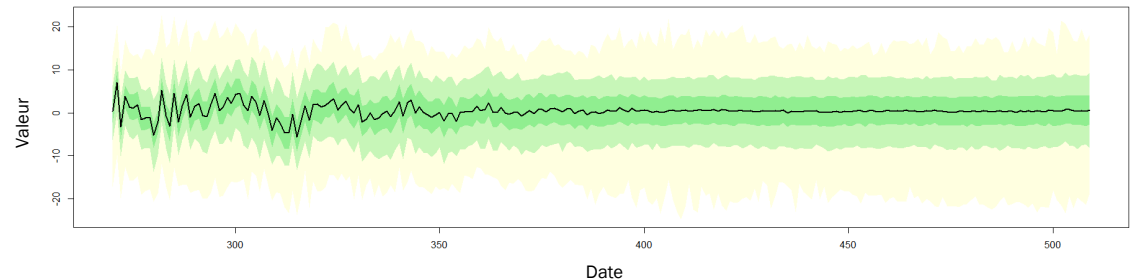
Historique et projections du log-rendement



Noir : Historique  
Masse multicolore : Chaque projection représentée par une couleur

Jaune : Min et Max  
Vert clair : intervalle entre 5% et 95%  
Vert : intervalle entre 25% et 75%  
Noir : Moyenne

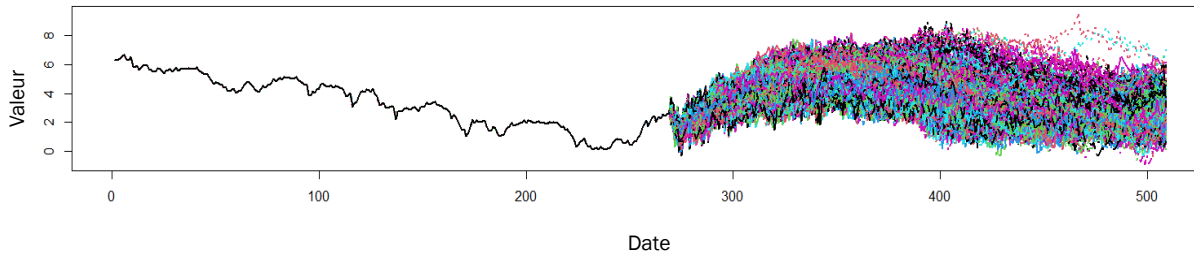
Distribution des projections du log-rendement



## PROJECTIONS DU MODÈLE SUR 20 ANS

### Taux long

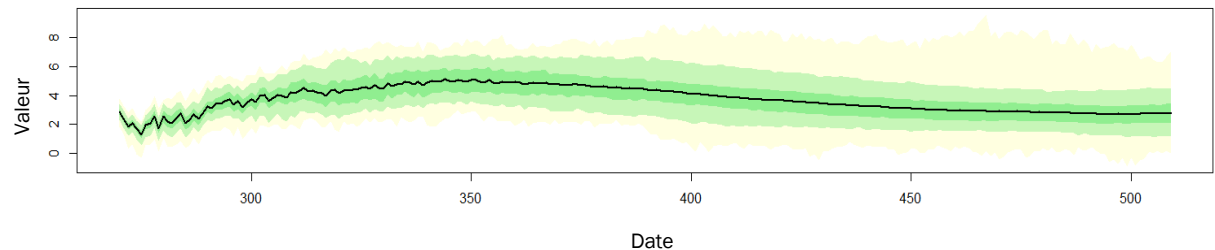
Historique et projections du taux long



Noir : Historique  
Masse multicolore : Chaque projection représentée par une couleur

Jaune : Min et Max  
Vert clair : intervalle entre 5% et 95%  
Vert : intervalle entre 25% et 75%  
Noir : Moyenne

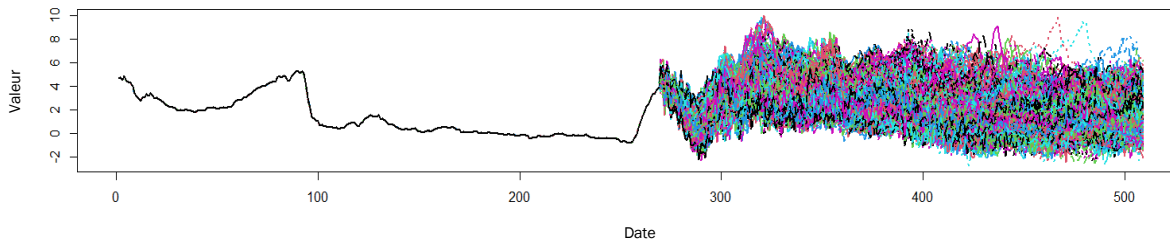
Distribution des projections du taux long



## PROJECTIONS DU MODÈLE SUR 20 ANS

### Taux court

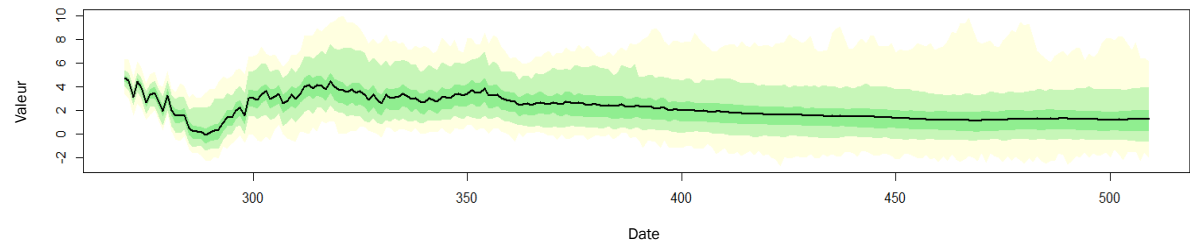
Historique et projections du taux court



Noir : Historique  
Masse multicolore : Chaque projection représentée par une couleur

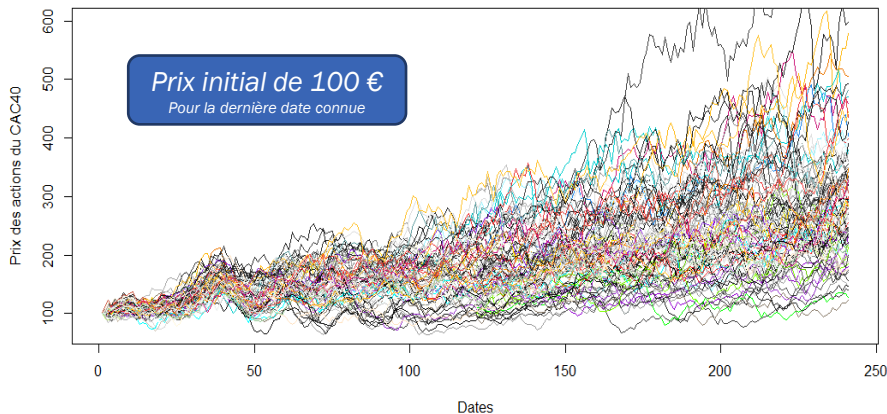
Jaune : Min et Max  
Vert clair : intervalle entre 5% et 95%  
Vert : intervalle entre 25% et 75%  
Noir : Moyenne

Distribution des projections du taux court

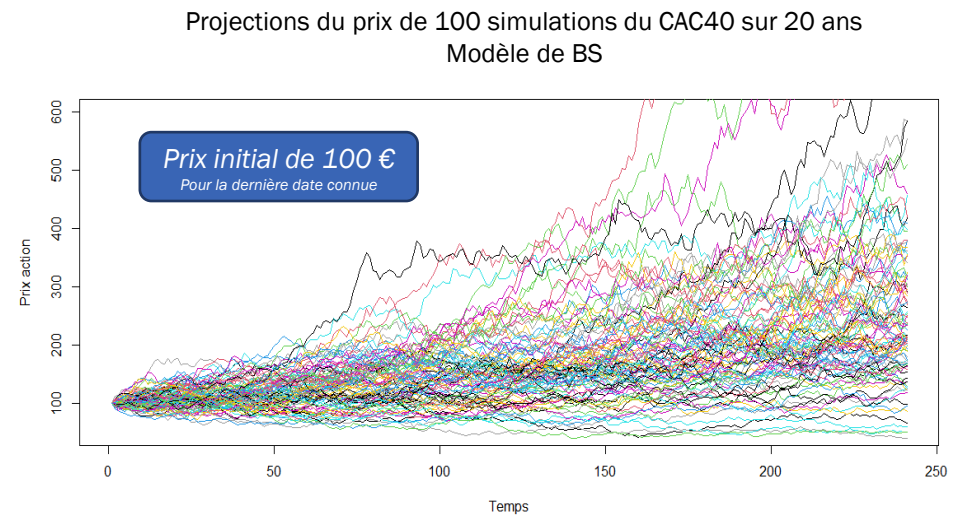


## COMPARAISON AVEC DES MODÈLES PARAMÉTRIQUES ET INTERPRÉTATIONS

Évolution du prix d'une action et comparaison avec un brownien géométrique



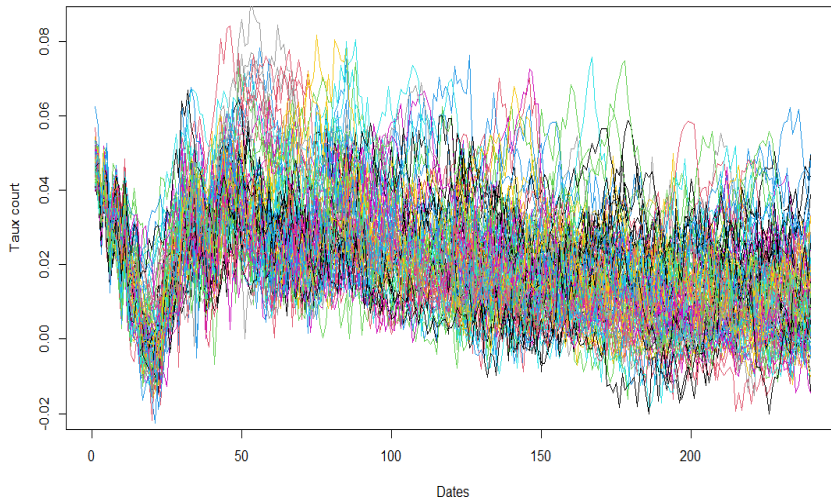
Projections du prix de 100 simulations du CAC40 sur 20 ans  
Modèle RVFL



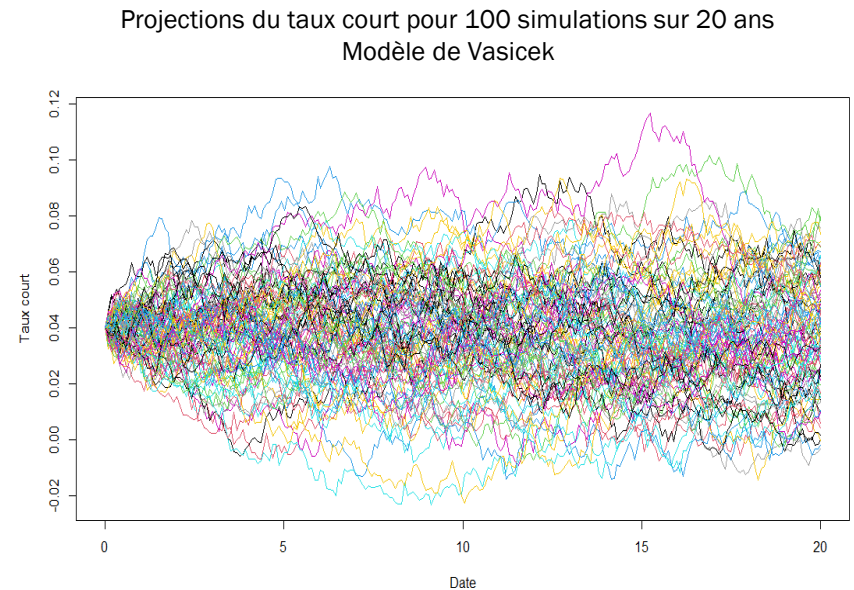
Projections du prix de 100 simulations du CAC40 sur 20 ans  
Modèle de BS

## COMPARAISON AVEC DES MODÈLES PARAMÉTRIQUES ET INTERPRÉTATIONS

### Comparaison avec le modèle de Vasicek



Projections du taux court pour 100 simulations sur 20 ans  
Modèle RVFL



## IV. Modèle RVFL : approche risque-neutre

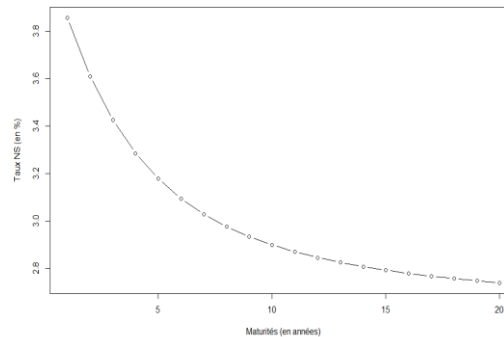


## DÉMARCHE DE L'APPROCHE RISQUE-NEUTRE POUR LES TAUX

Taux obtenus à partir  
des 3 composantes  
projetées pour les 1000  
projections

+

Courbe de taux sans risque de référence



+

Taux centrés pour  
chaque maturité

*Éléments dont nous disposons*

1000 projections de taux risque-neutralisées sur les 20 années de projection qui sont en moyenne égales au taux sans risque de référence pour chaque maturité

## DÉMARCHE DE L'APPROCHE RISQUE-NEUTRE POUR LES ACTIONS

1000 projections de taux risque-  
neutralisées sur les 20 années de  
projection qui sont en moyenne égales au  
taux sans risque de référence pour chaque  
maturité

*Éléments dont nous disposons*

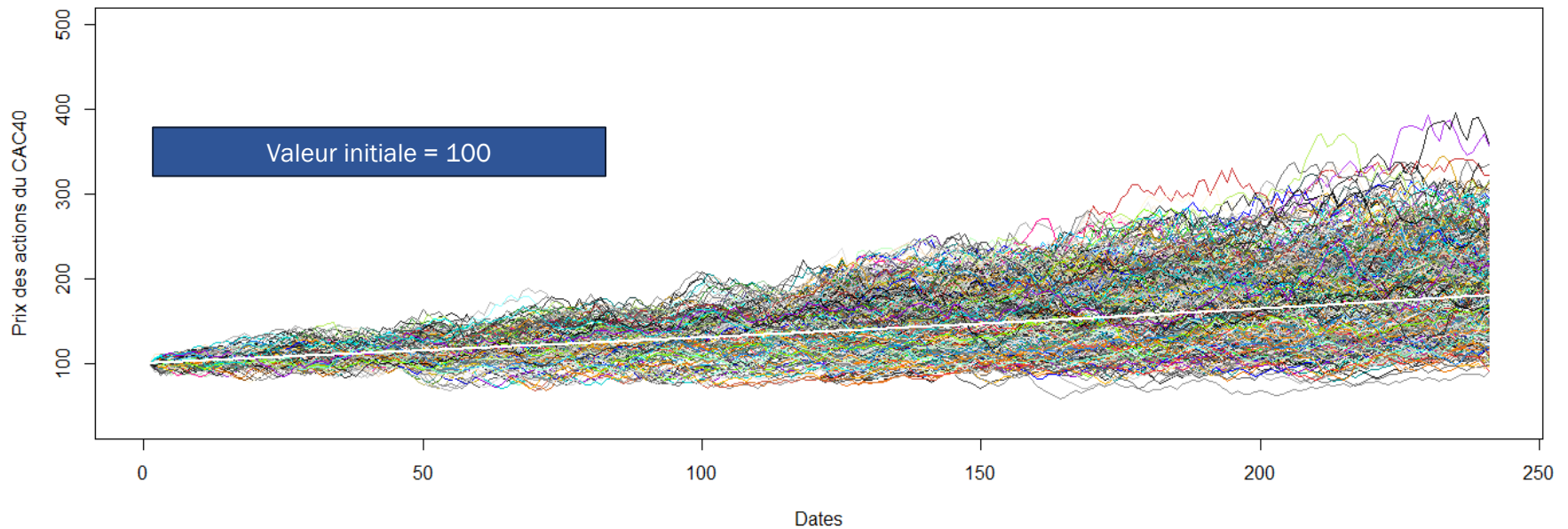
Etape 1 : Projections ajustées pour le rendement soit égal en moyenne au taux sans risque précédemment obtenu  
Etape 2 : Projections ajustées sur chaque date, de sorte qu'à 12 mois, le prix des options vanilles RVFL soit égal au prix issu du marché

GSE supposé sous la probabilité risque-neutre

## ÉVOLUTION DU PRIX D'UNE ACTION DU CAC40

Pour les 1000 projections

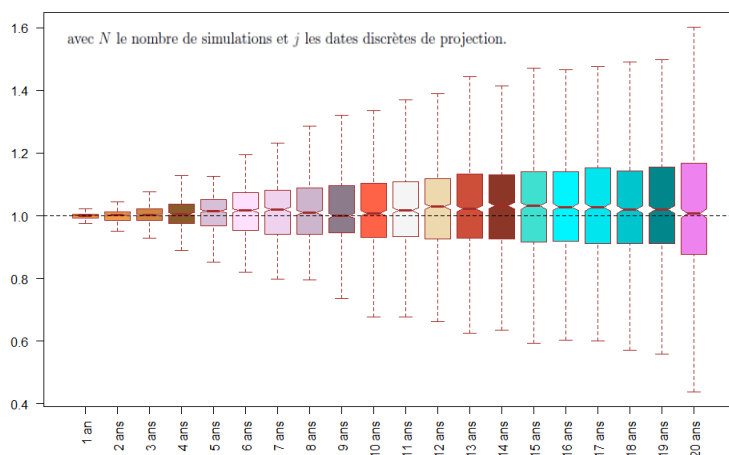
Évolution du Prix d'une action du CAC40 approche risque-neutre sur 20 ans



## TESTS DE MARTINGALITÉ

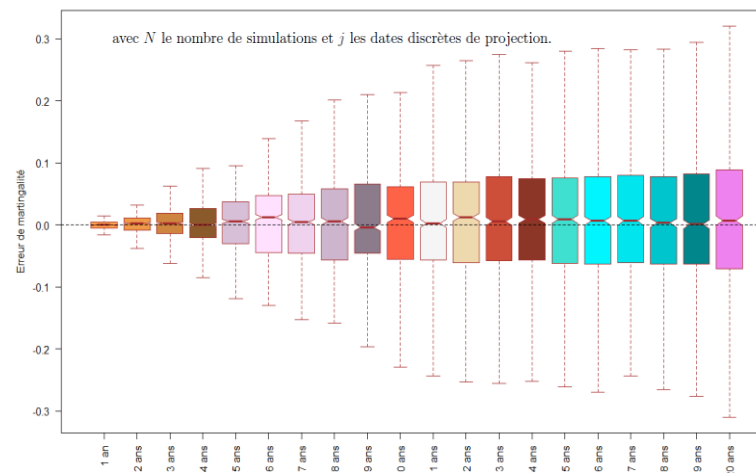
### Résultats

$$\forall j, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{indice}_i(j) \times df_i(j) = 1$$



BAM des distributions du test de martingalité sur les actions pour les 20 prochaines années (pas annuel)

$$\forall j, \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N df_i(j) - ZC\left(\frac{j}{12}\right) = 0.$$



BAM de l'erreur de martingalité sur les déflateurs pour les 20 prochaines années (pas annuel)

Respect du caractère *Market-Consistent*

- ❖ Prix des options à 1 an (actions) pour les actions non satisfaisants
- ❖ Mémoire en cours pour le respect du critère pour les taux

## V. Conclusion

## CONCLUSION

- **Construction d'un générateur de scénarios non-paramétrique** en utilisant un modèle de Machine Learning
- **Performance du modèle RVFL** : Résultats cohérents par rapport à des modèles traditionnels mais avec des fluctuations plus prononcées
- **Critères d'un GSE historique** : Respect des critères qui vise à refléter fidèlement la réalité économique
- **Défis de l'approche risque-neutre** : Processus qui nécessite des améliorations notamment sur les taux
- **Perspectives pour les futurs travaux**

**MERCI POUR VOTRE ATTENTION**

Lucie AUBERT-LASSARADE

lucie.aubert-lassarade@primact.fr