

Choix d'un programme de réassurance

Une branche d'une société d'assurance est constituée d'un ensemble de $n = 50\,000$ assurés payant une prime unitaire uniforme $P'' = 1\,900$ € pour des garanties identiques.

Les frais généraux de cette branche sont estimés par le service comptabilité analytique de l'entreprise à 25 M€ et les produits financiers générés annuellement par cette activité à 5 M€. Actuellement cette branche n'est pas réassurée.

Le tarif, établi à partir d'une fréquence annuelle $f = 0,08$ et d'un coût moyen unitaire $C = 16\,705$ €, est en adéquation avec les statistiques professionnelles (voir notamment le tableau en annexe).

Néanmoins le résultat comptabilisé l'année passée ayant été une perte sévère que vous attribuez aux aléas sans remettre en cause le tarif, vous fixez comme objectif de rendre inférieure à 1% la probabilité d'enregistrer une perte annuelle supérieure à 3 M€.

1°) Après avoir calculé l'espérance et la variance de la charge annuelle des sinistres (en supposant que le nombre de sinistres suit une loi de Poisson)¹, montrer que votre objectif ne peut pas être atteint sans avoir recours à une réassurance.

2°) Un réassureur A vous propose, par un traité en quote-part, de prendre 70% de la branche avec une commission de réassurance de 25%. En supposant que le niveau de vos produits financiers n'est pas affecté par la cession, chiffrer l'amélioration de la probabilité d'enregistrer une perte annuelle supérieure à 3 M€.

3°) Un réassureur B propose un traité en excédent de sinistre au-delà d'une priorité de 500 k€ moyennant une prime globale de 17 M€. Chiffrer l'amélioration de la probabilité d'enregistrer une perte annuelle supérieure à 3 M€.

4°) En réalité la réassurance, qui met une partie des provisions techniques à charge du cessionnaire, diminue le niveau des produits financiers. Faites une estimation de cette diminution, dans les deux cas (traité en quote-part et traité en excédent de sinistre), en supposant que la cadence de règlement d'un sinistre est indépendante de son montant. Rectifier en conséquence les calculs des questions 2 et 3.

5°) Recenser les différents critères d'appréciation de la situation, puis choisissez un des deux traités de réassurance.

6°) Indépendamment de la question précédente, supposons que l'assureur souhaite opter pour un traité en quote-part. Quel est le niveau de quote-part optimal lui permettant d'atteindre son objectif ?

¹ On a $E(\text{charge de sinistre}) = E(\text{nbre de sinistre}) * E(\text{coût})$ et
 $V(\text{charge de sinistre}) = V(\text{Nbres de sinistres}) * \text{Somme des carrés des coûts}$

ANNEXE : Statistiques professionnelles ramenées à 1 000 sinistres

Tranche de coût (k€)	Nombre de sinistres	Somme des coûts des sinistres (M€)	Somme des carrés des coûts des sinistres (M€ ²)
0 à 5	670	1,340	0,003
5 à 10	175	1,225	0,009
10 à 50	130	4,550	0,159
50 à 100	10	0,800	0,064
100 à 200	7	1,190	0,202
200 à 500	4	1,600	0,640
500 à 1 000	2	1,400	0,980
1 000 et plus	2	4,600	10,580
total	1 000	16,705	12,637

Si T est une variable aléatoire normale centrée réduite : $P (T > 2,326) = 0,01$